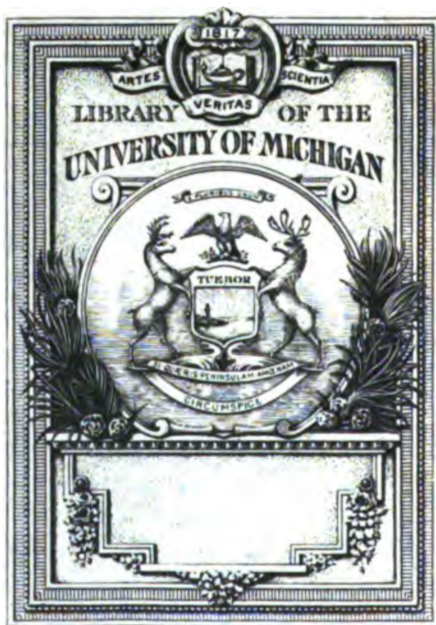

1817
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
CIRCUMSPICE

IO. FRIDER. WEIDLERI

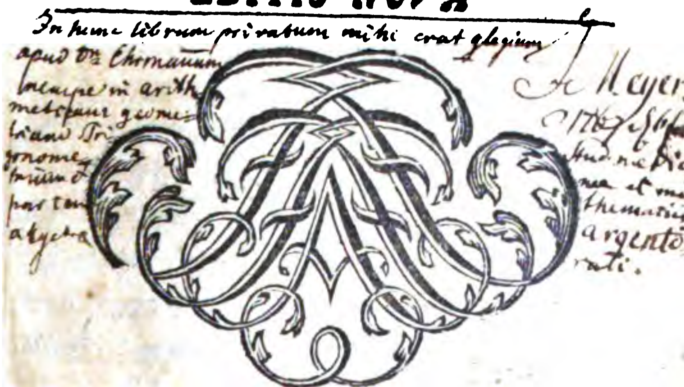
IVR. DOCT. MATHEM. SVPER. PROFESSORIS ORDINARII, REGIIS SOCIETATIBVS SCIENTIARVM BRITANNICAE ET BORVSSICAE ADSCRIPTI

INSTITVTIONES MATHESEOS

SELECTIS OBSERVATIONIBVS ILLVSTRATAE

IN VSVM PRAELECTIONVM ACADEMICARVM.

EDITIO NOVA



VITEMBERGAE

SVMTIBVS IO. IOACH. AHLFELDII

EX OFFICINA HAKIANA.

A. C. CIↃ IↃ CC XXXVI.

PRAEFATIO

Cum primum an. CIↃIↃCC XIIX institutiones mathematicas in eruditi orbis lucem emitterem, is susceptae tum operae scopus erat, meis ut auditoribus prodessem, et selectas ex amplissimo argumento ueritates perspicue enucleateque traderem, simul et praecipua recentioris aeui inuenta, una cum melioris notae scriptoribus, breuiter indicarem, ut, rite sic iactis fundamentis, si uberior eorum in praelectionibus declaratio accessisset, quisque deinceps marte proprio ulteriores in qualibet parte matheseos progressiones facere posset. Postea distractis intra paucos annos primae editionis exemplaribus, cum libellus iterum uulgandus esset, annotabam quidem passim nonnulla, quae quibusdam positionibus illustrandis inseruire uidebantur, uerum quo minus omnia de-

nuo recognoscerem, temporis breuitas tum prohibebat. Ante biennium autem, cum bibliopola monuisset, tertiam eiusdem operis editionem parandam esse, ad accuratius scripturae prioris examen me accinxi. Sed quia uariis complementis et accessionibus series periodorum et schematismorum saepe perturbabatur, sic necessitatem mihi imponi intelligebam, nouum prorsus librum, *qualem nunc profero, conscribendi. Ceterum libens, uti par est, lectori iudicium permitto, utrum ad statutam primae compositioni metam nunc propius accesserim. fateor tamen, eo animo, ut id praestarem, laboriosam hanc recognitionem me subiisse. Dabam Vitembergae Saxonum. A. C. CIↃIↃCCXXXVI. D. VIII. Septembris.*

AR-

ARGVMENTVM
DISCIPLINARVM ET CAPITVM.

ANA-

INSTI-

INSTITVTIONVM MATHEMATICARVM PROLEGOMENA

SIVE

TRACTATIO GENERALIS DE

MATHESI ET EIVS PARTIBVS ET DE METHODO MATHEMATICA.

I.

Q*Vantum* eſt res quaelibet, quae augeri et minui poteſt. Veluti numerus, extenſio, motus, tempus, grauitas.

II. *Ratio* eſt mutuus quantorum inter ſe collatorum reſpectus.

III. *Quantitas* eſt ratio determinata quantorum eiusdem generis. Veluti cum numerus comparatur cum unitate, et definitur, quoties hanc ille complectatur, cognoſcitur numeri quantitas. Vel quando recta linea certae longitudinis, pro unitate aſſumitur, et cum recta linea maiore comparatur. Vbi enim compertum fuerit, quoties maior minorem contineat, quantitas lineae maioris determinatur.

IV. Atque haec inueſtigatio rationis rerum quantarum, *menſio;* ipſum autem quan-

tum minus, quod cum maiore confertur, *mensura* illius appellatur.

V. Scientiae, quae rerum quantarum comparationem et mensionem docent, titulo generali disciplinae (μαθήσεως et μαθημάτων) designantur. Vel *mathesis est scientia quantitatis*; et uidetur generale hoc disciplinae nomen, tum ob antiquitatem, tum ob ueritatum accuratam demonstrationem, scientiis illis inditum seruatumque a posteris fuisse.

VI. Partitionem scientiarum mathematicarum ipsius rei, quam tractant, contemplatio suggerit. Duo enim omnino sunt quantorum genera. Quaedam partibus seiunctis inter se, siue discretis, alia uero partibus unitis constant. Priorum *quantitas discreta*, siue *numerus* et *multitudo*, posteriorum, *quantitas continua*, siue *extensio* et *magnitudo* dicitur.

VII. De quantitate discreta, siue numero, (1) *Arithmetica*; de quantitate continua, siue extensione, (2) *Geometria* explicat. Hisque duabus partibus *mathesis pura* absoluitur, in qua collecti ex similitudinibus rerum et a materia separati conceptus quantorum uniuersales tractantur.

VIII. Itaque ad mathesin puram spectat etiam (3) *Arithmetica uniuersalis*, siue *analysis*, qua quippe ars inueniendi in quantis, beneficio aequationis et calculi generalioris, traditur. Hanc ultimo loco ponendam duxi, ut

animo,

animo, cognitione ueritatum mathematicarum nonnihil ſubacto et confirmato, illius artificia et promtius intelligantur, et felicius in uſum transferantur.

IX. Enimuero, cum matheſis ad ornandam illuſtrandamque ſcientiam naturalem, inprimis accommodata ſit, ſiquidem quantitatem, affectionem corporum communem et neceſſariam, tractat, ideo iam pridem in hunc finem ab aegyptiis pariter et graecis culta fuit. Atque inde *matheſis applicata* ſiue *mixta* coepit, quae phyſices capita nonnulla, adiumento matheſeos purae, in formam diſciplinae redacta, complectitur. Sic geometria ad lineas ſiue radios luminis applicata peperit (4) *Opticam*, quae pro triplici luminis diſcrimine, tres quoque partes, *Opticam* nempe proprie dictam, de radiis lucis directis, *Catoptricam*, de reflexis, et *Diopttricam*, de refractis, ambitu ſuo continet. Porro optica, arithmeticae et geometriae principiis, nec non experimentis ſingularibus ſociata, fundamenta praebet (5) *Aſtronomiae*, ſiue ſcientiae de ſiderum motu, magnitudine, diſtantia, mutuisque eorum poſitionibus. Ex aſtronomia autem petuntur principia potiora ad menſionem telluris neceſſaria, pro componenda (6) *Geographia*, nec non ueritates, quae tempori menſurando et partiendo inſeruiunt; unde (7) *Chronologia* et (8) *gnomonica* originem habuerunt. Simili-

ter ope arithmeticae et geometriae, doctrina de motu et grauitate corporum expolitur et locupletatur, quare mathesis mixta comprehendit etiam (9) *Mechanicam*, siue generalem de motu grauium scientiam; item (10) *Hydrostaticam*, *specialem* de pondere, tam fluidorum, quam solidorum, in fluido natantium, uel mersorum, inueniendo doctrinam, et (11) *Aerometriam*, siue *Aerostaticam*, de mensuratione fluidi aerei, et (12) *Hydraulicam*, quae sigillatim ad motum et eleuationem fluidorum pertinet. Denique, si matheseos purae argumentis adiungantur alia, quae uel mechanica uel experientia in isto genere suppeditat, conficiuntur disciplinae architectonicae, nempe (13) *Architectura ciuilis* et (14) *militaris*, quarum altera ciuitatem aedificiis ornare, altera eandem aduersus uim hostium defendere et communire docet.

X. Atque his quatuordecim partibus tota mathesis, tam *pura* quam *mixta* constat. Nam *Trigonometria plana* et *sphaerica*, sunt capita Geometriae de triangulis planis et sphaericis rite soluendis, ita ut tribus trianguli partibus cognitis, reliquae inueniantur. Omitto *Musicam*, quae mathematicis disciplinis ueteri iam aeuo a pythagoricae philosophiae sectatoribus annumerata fuit. uid. PROCLI commentar. ad Euclid. p. 11. edit. gr. Basil. I. Heruagii. Pauca enim tantum ex

arith-

arithmeticae doctrina de proportionibus principia mutuatur, plurimum autem hic ualet ingenium et ſolertia artificis, qui ſonos jucundos multiplici ratione permiſcere didicit.

XI. Hiſtoria matheſeos, paucis exponi non poteſt. quamobrem de eadem opportunius ſub ſingularum partium principium diſſeritur. reliqua in ipſa tractatione, laudatis paſſim mathematicorum inuentis, ſupplentur. Illud tamen heic praemonendum exiſtimo, de auctoribus et inuentoribus primis matheſeos nihil certi nos compertum habere. Graeci ſcriptores teſtantur, aegyptios et chaldaeos priſco aeuo harum ſcientiarum cultu claruiſſe, et iſtos quidem aiunt geometriam inueniſſe, dum agrorum limites, Nili anniuerſaria inundatione confuſos, reſtituere conabantur, uid. HERODOTI L. II. p. 68. ed. Steph. PROCLI l. c. p. 19. hos autem, nempe chaldaeos, aſtris ſpeculandis inprimis operam dediſſe, et aſtronomiae inuentae laudem ſibi tribuiſſe. uid. DIODORI SICVL. Biblioth. Hiſtor. L. 2. c. 3. Ab aegyptiis *Thales* et *Pythagoras*, ineunte ſexto ante aeram chriſtianam ſeculo, mathemata in graeciam traduxerunt, quae graeci deinceps melius formarunt, amplificarunt, ſcriptisque comprehenſa poſteris tradiderunt. Quo nomine, prae ceteris mathematici alexandrini et eorum diſcipuli,

ſcipuli, *Euclides*, *Apollonius*, *Archimedes*, *Hipparchus*, *Theodoſius*, *Ptolemaeus*, *Diophantus*, *Theon*, *Eutocius*, *Pappus*, aliique laudari merentur. In ſchola alexandrina hae artes aliquot adhuc poſt natum Seruatorem ſeculis floruerunt, donec Arabum irruptione earum cultores diſſipati ſunt. Interim ipſi quoque Arabes mathemata amarunt, ideoque praeſtantiora graecorum opera in linguam ſuam tranſtulerunt, et ad Europaeos, antequam his graeca innoteſcerent, propagarunt. Sed ab his demum, poſt inſtauratas literas, matheſis tota, ueruſtis huius eruditionis fontibus inſpectis, mirifice expolita, plurimisque acceſſionibus ſic locupletata eſt, ut nouum prorſus habitum hodie induiſſe uideatur. Ceterum hiſtoria ueteris matheſeos plenius cognoſci poteſt, ex DIOGENIS LAERTII uitis philoſophorum, praecipue *Thaletis* et *Pythagorae*, tum etiam ex ante laudato PROCLI DIADOCHI in librum primum Euclidis commentario. Inter recentiores hoc caput generatim tractant PETRVS RAMVS Scholar. mathem. libro I. G. I. VOSSIVS in Tr. de matheſeos natura et conſtitutione et C. F. MILLIET DECHALES in Tr. de progreſſu matheſeos et illuſtribus mathematicis. Tomo I. Curſus mathematici.

XII. Ordo, quem tenent et obſeruant magiſtri matheſeos, tum in ueritatibus demon-

monſtrandis, tum in diſciplinis componendis, *methodus mathematica* dicitur. Cuius artificium omne eo redit, ut a primis ac facillimis rerum quantarum notionibus initium capiatur, inde ueritates primae deducantur, et, ex harum inter ſe comparatione et coniunctione, nouae propoſitiones ſecundariae eruantur, et ſingula in tractatione capita ſic diſponantur, ut principia ſubſequentium in antecedentibus contineantur. De qua iam olim iudicauit CICERO de finib. bonor. et malor. Lib. 5. c. 28. *in geometria prima ſi dederis, danda ſunt omnia.*

XIII. Huius methodi legibus ut ſatisfiat, initium, uti dixi, faciendum eſt a primis rerum contemplandarum notionibus, quae ut rite formentur, et extra omnem dubitationem obſcuritatemque ponantur, ſedulo eſt laborandum: et cum diſcrimina notionum inprimis accurate explorauerit *Leibnitius* Act. Erud. a 1684. p. 537. de his nonnulla hic praefari liceat. *Notio* eſt conceptus uel repraeſentatio rei in mente. Haec *clara* dicitur, quae ſufficit ad rem aliquam recognoſcendam, et ab aliis diſtinguendam, *obſcura* autem, quae non ſufficit ad rem recognoſcendam. Verum claritas notionis et euidentia augetur, ſi notio inſuper fuerit *diſtincta*, ubi nempe clarae notiones notarum, quae circa aliquam repraeſentationem concurrunt, habentur; cui

opponitur *confusa*, in qua notiones clarae notarum desiderantur. Denique euidentia notionis absoluta fit, si praeterea reddatur *adaequata*, in qua notarum, ad illam formandam concurrentium, notiones clarae distinctaeque accedunt, sed quando illae deficiunt, notio clara quidem et distincta, sed inadaequata Leibnitio uocatur.

XIV. Notionum explicationem in mathesi continent *definitiones*, quae primo in qualibet tractatione loco statuuntur. Iamque ex antea dictis, qualis definitionis alicuius mathematicae uirtus esse debeat, perspicue intelligitur. Opera nimirum danda est, ut rei cuiuslibet, de qua agitur, notiones absolutae, clarae, distinctae et adaequatae, quantum fieri potest, efformentur. Sunt autem definitiones duum generum. alia *definitio* est *nominalis*, in qua enumerantur characteres, qui ad rem ab aliis distinguendam sufficiunt, alia *realis*, in qua rei origo, a qua natura eius dependet, indicatur. Utriusque generis definitiones componuntur, diligenter considerando rerum affectiones tam communes quam proprias, siquidem ex illis generis, ex his formae uel differentiae specificae notio eruitur. Sed cum forma euidentius cognoscatur, si modum, quo res nata est, perspectum habeamus, industria est adhibenda, ut eo usque, si licet, enitamur. quod quidem in argumen-

mentis mathematicis melius quam alibi ſuccedere ſolet. Vbi ergo rei originem penitus cognoſcere non licet, ſufficit eiusdem proprietates perſpectas habere, et definitio quae, illas proprietates et attributa eſſentialia explicat, tantisper pro reali merito reputatur.

XV. Definitiones excipiunt *axiomata*, quae ſunt ueritates primae et ſimplices, quae ſtatim ex definitionibus profluunt, et ſeparatae demonſtrationis non indigent.

XVI. His adiungere uel praemittere ſolebant ueteres *poſtulata*, quibus petebant a lectoribus, ut fas eſſet, conceptus quantorum mente formatos, ſiue abſtractos, ſimulacro quodam in oculos incurrente repraeſentare. Idque ideo faciebant, ne imperfectiones ſignorum uel figurarum notionibus abſtractis tribuerentur, et demonſtrationem uitiarent. Quemadmodum Euclides poſtulat in principio elementorum, ut lineam rectam ducere uel continuare liceat. Enimuero, cum demonſtratio uel effectio, non ad lineas uitioſas, quae ſtylo ducuntur, ſed ad abſtractas, menteque cogitatas, et uitio carentes, referatur et delineatio uel ſcriptio lineae uel numeri, tantum ad iuuandam imaginandi facultatem, quae attentiorem contemplationem iuuare poteſt, fiat, quod quidem adminiculum cognoſcendi aequus,

lector

lector minime reprehendet, sequitur, postulata, sine demonstrationis mathematicae detrimento, omitti posse. PROCLVS. l. c. p. 22. docet, postulata olim etiam ὑποθέσεις nominata fuisse.

XVII. Principia definitionum et axiomatum excipiunt *theoremata*, siue ueritates secundariae, quibus fit definitionum comparatio.

XIIX. Sed cum cognitio ueritatum mathematicarum utilis esse debeat, ideo eaedem ad praxes quasdam expediendas subinde transferuntur, et propositiones, quae applicationem ueritatum ad opus aliquod efficiendum docent, *Problemata* dicuntur.

XIX. Ex theorematibus innotescunt quandoque *confectaria*, siue ueritates cognatae, quae peculiari demonstratione non confirmantur, sed luculente ex iam demonstratis profluunt. Eadem etiam subiungi possunt problematibus, quando ex praxi proposita alia simul patescit. Quin et definitionibus adiiciuntur, et tum axiomatibus aequipollent.

XX. Denique propositionibus, quas hactenus memoraui, passim immiscentur *Scholia*, quibus annotata nonnulla, ad uberiorem dictorum illustrationem spectantia, traduntur.

XXI.

XXI. Dixi, ueritates ſecundarias demonſtratione opus habere. Haec autem abſoluitur ratiocinio ſiue ſyllogiſmo, quo collatis notionibus et ueritatibus, tam primis quam ſecundis, antea iam declaratis et ad intellectum propoſitionis neceſſariis, euincitur, theorema allatum recte ſe habere, uel praxin aliquam debito modo peractam eſſe. Problematum tamen demonſtrationes, ut ſigillatim ſemper proponantur, neceſſarium non uidetur. quia, quando ueritatum, quibus effectionis certitudo nititur, nexus in promptu eſt, ſufficit, ſi illae uel in ipſa *reſolutione* (ita enim enumeratio legum conſtruendi alicuius operis uel problematis appellatur) breuiter memorentur, uel, compendii faciendi cauſa, numeri paragraphorum, qui fundamenta praxeos continent, adſcribantur.

XXII. In fine theorematum ueteres addere ſolebant formulam: *quod erat demonſtrandum.* Et poſt problemata epilogum ponebant: *quod erat faciendum.* Vt nempe propoſitiones theoreticas et practicas inter ſe nota quadam diſtinguerent; at ſi ſub initium ſtatim nomen theorematis uel problematis legatur, clauſulae illae merito omittuntur.

XXIII. Praeter hos argumentorum tractationis matheſeos titulos, etiam occurrit quandoque nomen *Lemmatis*, quod deſignat

signat propositionem subsidiariam demonstrabilem, quae in gratiam unius uel plurium sequentium assumitur. Ex quo apparet, quod in compositione scientiae pleraeque ueritates praecedentes sint lemmata subsequentium; interim tamen lemmatis titulus non inepte illi propositioni tribuitur, quae ad praesentem locum non pertinet, sed aliunde repetitur, et ad intelligenda quaedam theoremata uel problemata transfertur. De usu lemmatum apud ueteres PROCLVS agit p. 58.

XXIV. Quae adhuc de methodo mathematicorum disserui, inprimis in mathesi pura ualent, cuius quidem argumentum eam prae se fert claritatem, ut leges ordinis accuratioris perfectiorisque, in eodem tractando facile possint seruari. Verum in mathesi mixta uel applicata ab illo demonstrationum rigore haud raro nonnihil remittendum est, quando ex rebus ipsis exoriunda obscuritas definitiones et axiomata perspicua negat. Itaque, etsi ibi ordinem eundem, quo in mathesi pura utimur, adhibere conemur, tamen nonnunquam aliae praeter laudatas propositiones, nempe hypotheses et obseruationes superioribus sunt adiungendae.

XXV. Hypotheses autem sunt instar postulatorum, quae in re ambigua ex probabilibus indiciis colliguntur, et tantisper,

pro

pro ueris habentur, donec de rei ueritate melius certiusque constet. Quemadmodum in astronomia systematis coelestis talem formam assumimus, qualem experimentis melius conuenire deprehendimus. Solent etiam hypotheses nominari positiones arbitrariae, quibus mensurae quantorum singularium incertae determinantur uel diuiduntur: ueluti, cum in arithmetica decem unitatum summa pro elemento multitudinum maiorum habetur, aut cum numerorum notis tribuitur significatio ex loco, ut unus idemque numerus modo decades, modo centenarios, millenarios, aliasque ampliores summas referat. Vel quando in geometria certa longitudo pedis, perticae etc. assumitur et iterum in partes minores secatur.

XXVI. *Obseruationes* in mixta mathesi sunt φαινόμενα, uel effectus rerum naturalium, experimentis cogniti, ex quibus de ipsius rei indole ac forma consectaria quaedam colliguntur. Atque hae quidem propositiones, quia fide sensuum sustinentur, in matheseos applicatae disciplinis, ubi de causis ex effectibus iudicandum est, *loco axiomatum* sunt, solertique cura et annotatione circumstantiarum, magis magisque declarantur. Verum methodi mathematicae uberiorem explicationem dedit celeberrimus WOLFIVS, commentatione peculiari, quae sub principium elementorum uniuersae ma-

theseos

thefeos latine editorum legitur. add. eiusd. logica cap. I. fq.

ARITHMETICA

CAPVT I.

CONTINET DEFINITIONES GENERALES, ET AXIOMATA, QVAE INDE DVCVNTVR.

DEFINITIO I.

I. *Vnitas* eft, fecundum quam unumquodque eorum, quae funt, unum dicitur. Siue denotat rem quamlibet, quae tanquam una et indiuifa confideratur.

DEFINITIO II.

II. *Numerus* eft multitudo ex unitatibus compofita. homogeneis,

DEFINITIO III.

III. *Arithmetica* eft fcientia de numerorum comparatione et inde oriundis uariis proprietatibus.

DEFINITIO IV.

IV. Diftinguitur in *theoreticam* et *practicam*,

eticam, illa proprietates numerorum comparatorum, haec usum istarum in soluendis uariis quaestionibus, siue artificium, numeros rite compendioseque tractandi, docet.

SCHOLION.

V. *Vtraque in his institutionibus simul explicabitur, tum quia problematum solutio facilius fit, si paulo ante expositis principiis accommodetur, tum etiam, quia praxis theoriam amoeniorem reddit. Ceterum primo inter disciplinas mathematicas loco arithmetica ponenda est, siquidem etiam quantitatum continuarum relationes, numeris perquam apte repraesentantur, et propterea per uniuersam mathesin artis numerandi utilitas latissime patet.*

DEFINITIO V.

VI. *Aequalia* sunt, quae quoad quantitatem prorsus inter se conueniunt. *talia in posterum duabus lineis parallelis* $=$ *notantur.* *Inaequalia* sunt, quae magnitudine differunt, ubi pars unius alteri toti aequipollet.

DEFINITIO VI.

VII. *Maius* est, cuius pars alteri toti aequalis est. *Minus*, quod parti alterius aequipollet. *Signum maioritatis est* $>$, *minoritatis* $<$.

DEFINITIO VII.

VIII. *Similia* dicuntur, quorum characteres, quibus distinguuntur, conueniunt, ut dignosci non possint, nisi praesentia comparentur. e. g. numeri rationales, 1 ad 2 et 3 ad 6 qui eundem habent characterem rati-

onis

onis suae, similes possunt nominari utrobique enim ratio dupla deprehenditur. Signum similium est ∽.

DEFINITIO VIII.

IX. *Numerus numerum metiri* dicitur, cum minor aliquoties sumtus, maiori aequalis fit.

DEFINITIO IX.

X. *Pars* est numerus numeri, siue portio minor quantitatis maioris. Est uel *aliquota*, quae aliquoties assumta maiorem metitur et adaequat, uel *aliquanta*, quae non metitur.

DEFINITIO X.

XI. *Totum* appellatur quantum, respectu habito ad partes, quas complectitur.

DEFINITIO XI.

XII. *Similes partes aliquotae* sunt, quae sua tota aequaliter metiuntur, uel quae in suis totis aeque saepe continentur, *e. g. 2 et 3 sunt partes similes numerorum 4 et 6, siquidem una quaeque in suo toto bis continetur.*

DEFINITIO XII.

XIII. *Similes partes aliquantae* sunt, quae aeque multas suorum totorum continent partes aliquotas. *e. g. 4 et 6 partes relatae ad 10 et 15 sunt similes. nam etsi neutra totum respondens metitur, unaquaeque tamen continet totius, ad quod refertur, duas partes similes aliquotas nempe quintas.*

DE-

DEFINITIO XIII.

XIV. *Commensurabiles* sunt quantitates, quas communis mensura metitur. *Incommensurabiles*, quas communis mensura non metitur.

DEFINITIO XIV.

XV. *Par* est numerus, qui duos integros aequales comprehendit. *Impar*, qui unitate differt a pari.

DEFINITIO XV.

XVI. *Pariter par*, quem par metitur per parem. *Pariter impar*, quem par metitur per imparem. *impariter impar*, quem impar metitur per imparem.

DEFINITIO XVI.

XVII. *Primus numerus* est, quem sola unitas metitur; *Compositus*, quem numerus alius praeter unitatem metitur.

DEFINITIO XVII.

XVIII. *Primi inter se* sunt, qui communem mensuram praeter unitatem non habent. e. g. 8. et 15. *Compositi inter se*, qui communem mensuram praeter unitatem habent. *e. g. 9. 12. 15 omnes mensuram habent 3.*

DEFINITIO XVIII.

XIX. *Numerus perfectus*, est, qui omnibus suis mensuris aequalis est. *e. g. 6 = 3. 2. 1. partibus suis. Tales etiam sunt 28.*

496. Modum perfectos inueniendi docet EVCLIDES *IX. 36. conf.* MERSENNI *praef. cogitat. phys. mathem. n. 9. et* TACQVET *Arithm.* L. III. p. 119. Ex allatis definitionibus fluunt sequentia

AXIOMATA

XX. I. *Vnitas omnem numerum metitur, per unitates, quae in ipso sunt.*

XXI. II. *Et quilibet numerus se ipsum metitur per unitatem.*

XXII. III. *Idem sibi ipsi est aequale.*

XXIII. IV. *Aequalia inter se possunt permutari; et unum potest in alterius locum substitui.*

XXIV. V. *Quae eidem tertio aequalia sunt, aequalia sunt inter se. (Idem axioma ualet etiam de similibus, quae, quando eidem tertio conueniunt, conueniunt inter se.)*

XXV. VI. *Si ad aequalia adiicias aequalia, proueniunt aequalia.*

XXVI. VII. *Si ab aequalibus aequalia auferantur, remanent aequalia.*

XXVII. VIII. *Inaequalium alterum maius, alterum minus est.*

XXVIII. IX. *Totum est maius qualibet sui parte.*

XXIX. X. *Totum est omnibus suis partibus simul sumtis aequale.*

XXX.

XXX. XI. *Aequales sunt numeri, qui sunt eiusdem numeri eadem pars; ut dimidia, tertia etc. Aequales sunt numeri, qui sunt aequalium numerorum eadem pars.*

XXXI. XII. *Et quorumcunque quantorum eaedem partes aliquotae sunt aequales, aut quorum aequi multipla sunt aequalia, illa inter se aequalia sunt.*

XXXII. XIII. *Numerus, qui alterius mensura est, metitur etiam omnes alios, quorum alter mensura existit.*

CAPVT II.

DE NVMERATIONE, ADDITIONE, SVBTRACTIONE, MVLTIPLICATIONE ET DIVISIONE NVMERORVM.

DEFINITIO XIX.

XXXIII. *Numeratio* est ars numeros aptis characteribus scribendi, et certis nominibus enunciandi.

HYPOTHESIS I.

XXXIV. *Pro signis numerorum assumantur decem characteres uulgares 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0. quorum nouem priores*

unitatum summas primas, ab uno ad nouenarium usque, designant, ultimus, qui Cifra *uel* Zerus *dicitur, solus nullam quidem summam denotat, additus tamen ad dextram notis aliis, auget earundem significationem et ualorem, uti deinceps explicabitur.*

SCHOLION.

XXXV. *Characteres pro numeris signandis pleraeque olim gentes ex alphabeti literis desumserunt. Romani tamen primas unitates quatuor lineis rectis, I. II. III. IIII. quasi totidem digitis significabant. Quinque unitates manus imagine V, et decem hac duplicata X repraesentabant. Ceterae notae romanis usitate C. L. CIↃ. IↃ. ex figuris literarum initialium Centenarii et Millenarii factae sunt. Interim, quia non satis commodus erat talium signorum usus, abacum clauiculis instructum, pro maioribus summis colligendis uel separandis adhibuerunt, quem inter alios M. Velserus, in commentar. rer. Augustanar. p. 221. describit. De notarum vero uulgarium origine non una est eruditorum opinio. Nonnulli Indos uel Arabes inuentores laudant.* MAXIMVS PLANVDES *Graecus Seculi XIII scriptor, cuius extat* εἰσαγωγὴ εἰς τὴν κατ' Ἰνδοὺς μεγάλην ψῆφον *(reperi eam Oxonii inter codices MS. a Cromwellio Bibliothecae Bodleianae donatos num. 297.) in explicatione arithmeticae characteribus uulgaribus utitur, eorundemque inuentionem Indis tribuere non dubitat. Sed quia ab Arabibus easdem acceperunt Europaei, circa Seculum, ut creditur, undecimum, hinc Arabicae uocantur.* WALLISIVS *Tom. II. oper. p. 16. Gerbertum Floriacensem, qui postea titulo Syluestri II. P. R. a. C. 999 fuit, eas a Saracenis ad Europaeos traduxisse arbitratur. Ipsi Arabes has notas ex circulo in quatuor quadrantes*

Inde non patet unde qua ratione L adhibetur pro 50.

tes diuiso ortas esse tradunt. u. KIRCHERI arithmologia p. 42. Ex Sinis ad Indos, et ab his ad gentes ceteras easdem notas peruenisse suspicatur BEYER, Academicus Petropolitanus clarissimus, in tr. de eclipsi Sinica. p. 30. Alii figuras numerorum cum primis graecorum literis, hoc ordine collocatis, α. β. γ. δ. ε. ζ. η. ϑ. ο. componunt, quarum quippe similitudinem referunt, ideoque graecis characterum numeralium inuentum uindicant, hosque inde, cum ipsa arte numerandi, ad orientis populos peruenisse contendunt. uid. HVETII demonstr. Euangel. Propos. IV. c. 13. p. 252. quae quidem sententia improbabilis haud uidetur. Nam similes characteres in perantiquis scriptoribus obuii sunt. Reperi nonnullos, ternarium, senarium & nouenarium, in PAVLI ALEXANDRINI apotelesmatica, quae Sec. IV. scripta est. et plures ibi deprehendit in codice manuscripto Ranzouiano, sed mutauit editor libri And. Schato. uid. not. eiusd. p. 2. quin notas decem uulgarium simillimas affert, et tanquam Pythagoraeorum inuentum laudat, usumque in arithmetica describit BOETHIVS in geometria, quales conspiciuntur non modo in uetusto huius operis codice MS. Bibliothecae Altorfinae, sed etiam in prima operum Boethii editione, quae a. 1492. f. Venetiis prodiit. Ceterum usus horum signorum per totum orientem, apud Persas, Mogolenses, Tataros, Sinenses, inualuit; quemadmodum peculiari dissertatione de characteribus numerorum uulgaribus, a. 1727. edita, ostendi. De usu apud Europaeos agunt CONRING d. diplom. Lindauiensi, patrium p. 318. et MABILLON de re diplomatica L. II. c. 28. WALLIS et LVFFKIN in LOWTHORPI Epit. transact. Angl. Vol. 1. p. 107. sq. Reliqua, quae ad historiam arithmeticae illustrandam spectant, nec non quae de scriptoribus praestantioribus, tam antiquis quam nouis, dicenda ueniunt, in lectionibus plenius traduntur.

HYPOTHESIS II.

XXXVI. *In numeratione, maiorum numero-*

merorum elementum est decas, *haec si decies repetatur, fiunt* centum, *et ex centum decies collectis prodeunt* mille, *hinc* decem millia, centum millia, *millies millia siue* milliones *sequuntur, et porro decades ac centenarii, et millenarii millionum, item decies, centies, et millies mille milliones numerantur. Millies mille milliones appellantur* Biliones, *et milliones bilionum* Triliones, *milliones trilionum* Quadriliones, *et sic porro nominantur.*

CONSECTARIVM.

XXXVII. Ex quo apparet, in numeratione decuplam ſemper rationem ſeruari.

SCHOLION.

XXXVIII. *Sed eiusmodi numerationem per decades collectas esse hypotheticam, (cui instituendae decem digiti manuum occasionem dedisse uidentur) res ipsa loquitur, quia liberum fuit, quamcunque summam paucarum unitatum pro principio et elemento assumere. Idemque alii exemplis declararunt. ERH. WEIGELIVS tetractycam arithmeticam inuenit, et per quaternarium numerare docuit. in Aretologistica, p. 362. et philos. mathem. p. 175. LEIBNITIVS a binario numerationem orditur. de qua dyadica arithmetica uid. Histoire de l'Acad. R. des Sc. a. 1703. p. 71. et Memoires ei. anni. p. 105. BOVVETVS Iesuita Gallus, qui aliquamdiu Pekini in sinensi imperio commoratus est, hunc calculum binarium ad aenigma ueteris Sinensium regis et Philosophi FOHY, in quo lineae integrae cum dimidiis uario permiscentur, explicandum ualere credidit. sed nuper demum BEYERVS in museo Sinico Lib. 2. p. 98. sq. docuit; uerisimilius esse, Sinenses*

lineis

lineis integris et dimidiis uarie iunctis multitudinem combinationum rerum paucarum ostendere uoluisse, et hoc tentamine ad characteres suos simplices formandos progressos fuisse. Dictum est de utroque calculo pluribus in dissert. de praestantia arithmeticae decadicae, qua tetractycae et dyadicae antecellit, et de dodecadico calculo.

HYPOTHESIS III.

XXXIX. *Ut quaeuis rerum multitudo denis illis characteribus rite designetur, initium fiat ab unitatibus, a dextris, reliquae summae decadum, centenariorum, millenariorum, et quae sequuntur, uersus sinistram notis, ordine sese proxime excipientibus, exhibeantur, qua ratione imitantur arithmetici morem scribendi populorum orientalium, a quibus notas numerorum accepimus, qui a dextris uersus sinistram literas pingunt. quae quidem omnia ex schemate subiecto clarius intelliguntur.*

Vnitates. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.
Decades. 10. 20. 30. etc.
Centenar. 100. 200.
Millenarii. 1000. 2000.
D.Millen. 10000. 20000.
C.Millen. 100,000. 200,000.
Million. 1000000. 2000,000.
D. Mill. 10,000,000.
C. Mill. 100,000,000.
M. Mill. 1000,000000.
D.M.Mill. 10,000,000,000.

C. M. Mill. 100,000,000,000. une Bilion quus
Bilio. 1000,000,000,000 5 uius.

CONSECTARIVM.

XL. Itaque hac lege obseruata, quaelibet nota unitatis, ualorem decadis, centenarii, millenarii, et cuiusuis alius numeri, ex loco plus minusue ad sinistram remoto consequitur.

PROBLEMA I.

XLI. *Numerum quemcunque scribere.*

Resolutio. I. Initium fiat ab unitatibus, hisque adscribantur uersus sinistram centenarii, millenarii, decades millenarior, centenarii millenariorum, milliones, et quaecunque tandem summae scribendae proponuntur.

II. Vbi uero classis una uel plures intermediae positiuo numero non indicantur, ibi una pluresue cifrae scribantur. Patent haec praecepta sine longa demonstratione ex hypoth. 3. (§ 39.) *e. g. scribenda est summa sexcenta quinquaginta quatuor millia, centum octoginta nouem hanc exprimunt notae sequentes:* 654,189.

PROBLEMA II.

§. XLII. *Numerum quemcunque suis nominibus enuntiare.*

Resolutio I. Summa data distinguatur commatibus in classes, a dextris facto initio, et singulis classibus tres notae tribuantur.

II.

II. Post classes duas supra numerum sequentem etiam uirgula uel comma ponatur; post classes quatuór superne scribantur duo commata, post classes sex scribantur supra tria commata. Commata inferiora notant millena, ex superioribus unum milliones, duo biliones, tria triliones, quatuor quadriliones designant.

III. Deinde nomina ante (§. 39) explicata respondentibus numeris imponantur, et ita summa proposita pronuntietur *e. g. numerus*

18‴, 446, 744″, 073, 709′, 551, 611

sic enuntiatur. octodecim triliones, quadringenti, quadraginta sex mille, septingenti et quadraginta quatuor biliones, septuaginta tres mille septingenti nouem milliones, quingenta, quinquaginta et unum millia, sexcenta et undecim.

SCHOLION.

XLIII. *Numerus octodecim trilionum etc. quem nunc attuli, si de granis frumenti accipiatur, tantam horum multitudinem denotat, ut hoc frumento 2′562,047 arcas noachicas repleri ad summum posse existimet STVRMIVS, in math. iuuen. T. I. p. 10. 113. Quin numerum granulorum arenae, quae toti globo terrae, uel etiam sphaerae fixarum, hypothesi assumtae, aequipolleat, inuenire pridem docuit ARCHIMEDES in arenario. p. 120. oper.* add. *TACQVET Arith. L. V. c. 4. theor. 21.*

DEFINITIO XX.

XLIV. *Numeri homogenei* sunt, qui denotant totius eiusdem similes partes; *heterogenei*, qui designant partes totorum diuersa

diuersa ratione diuisorum. *e. g. Dies diuiduntur in horas 24. horae in 60 minuta. ergo numeri dierum et horarum sunt inter se heterogenei. numeri autem horarum sunt homogenei inter se, item numeri minutorum sunt similiter inter se homogenei.*

DEFINITIO XXI.

XLV. *Additio* est duorum uel plurium numerorum in unam summam collectio. *Signum quandoque adhibetur crucis*, +. *quod denotat plus.* Quantum, quod hac collectione producitur, *summa* uel *aggregatum* dicitur.

THEOREMA I.

XLVI. *Numeri addendi debent esse homogenei.*

Demonstratio. Cum ex addendis componendum sit totum, quod additos numeros tanquam partes complectitur, (§. 45.) necessum est, ut partes illae inter sint similes, quae ad idem totum referuntur. quia dissimiles uel heterogeneae referuntur ad tota diuersa uel diuersimode diuisa, (§. 44.) ergo numeri in unam summam colligendi debent esse homogenei.

CONSECTARIVM.

XLVII. Quando autem deinceps de additione heterogeneorum dicetur, ea sic accipienda est, ut in quantis quae ex heterogeneis classibus

ſibus componuntur, ſpecies ſemper eaedem, adeoque numeri homogenei colligantur.

PROBLEMA III.

XLVIII. *Numeros duos uel plures addere.*

Reſolutio I. *Numeri homogenei* dati ſic ſcribantur, ut unitates ſub unitatibus, decades ſub decadibus, centenarii ſub centenariis, etc. ponantur, hisque linea ſubducatur.

II. Deinde facto, a dextra claſſe, tanquam infima, initio, numeri ſingularum claſſium ſibi impoſiti in ſummam colligantur, et ſummae unitatum ſingulae ſub linea ponantur, exceſſus uero ſupra nouenarium, mente reſeruatus ſemper ad proxime ſequentem claſſem ſiniſtram referatur. h. e. ſi una decas ex ſumma unitatum ſuperet, unitas ad ſummam proximam addatur, et ſi duae uel tres et plures decades ſuperſint, duae, tres uel plures unitates ad ſequentem claſſem adiiciantur.

III. Vbi ciphrae ſolae occurrunt, ciphra loco ſummae ſcribitur.

IV. Quando autem *heterogenei numeri* in ſummam colligendi ſunt, initium iterum fit a ſpecie minima, et ubi ſumma prodit, quae ſpeciem proxime maiorem conficit, ad ſequentem ſpeciem unitas additur, ſi plures ſpecies maiores in ſumma minoris ſpeciei continentur, etiam plures unitates ad ſequentem ſpeciem proxime maiorem referuntur. et ita additio ſpecierum

rum sequentium similiter peragitur, donec ad integrum perueniatur, cuius singulae unitates, lege paulo ante tradita, colliguntur.

Exempl. 1. 65708
79203

Summa. 144911

Exempl. 2.	Centen.	Libr.	Unciae
	72	85	8
	32	74	7
	8	9	6
Summa.	113	69	5

nempe una libra 12 uncias, et centenarius, siue pondus centenarium, 100 libras capit.

Demonstratio. Quia summae omnes, supra nouem unitates, ex decadibus componuntur, (§. 36) et summae singulae in decupla ratione crescunt et decrescunt, (§. 37) ualor autem diuersus characteribus ex loco conciliatur, (§. 39) sequitur, singulas cuiuslibet numeri notas, tanquam unitates tractari posse, adeoque licet unitates separatim colligere, et excessum supra nouenarium, decadem nempe unam uel plures ad sequentem classem referre. Verum numerus qui sic componitur, quia continet unitates decades, centenarios et reliquas summas, quae quantis addendis inerant, erit summa eorum, qui propositi sunt. In heterogeneis, si numeri similium classium adeoque homogenei (§. 47) sibi inuicem iungantur, et ratio partium, usu recepta et definita, obseruetur, liquet, ex partibus integra confici proxima,

xima, (§. 29.) et summas integrorum et partium, eo quo dixi modo, produci. (§. 44. 46)

CONSECTARIVM.

XLIX. Ex eadem demonstratione intelligitur, necessum quidem non esse, ut a dextris fiat additionis initium, quia etiam a sinistris singulae decades se inuicem ordine excipiunt; et propterea sub unitatibus, quibus constant, scribi possunt, attamen, quia deinceps noua decadum collectio requiritur, apparet, praxin ante laudatam, compendiosiorem ideoque alteri praeferendam esse.

DEFINITIO XXII.

L. *Subtractio* est praxis, qua minor numerus a maiore demitur et separatur. *Signum quandoque adhibetur lineolae — quae designat minus.* Numerus qui post subtractionem relinquitur *differentia* uel *residuum* dicitur.

THEOREMA II.

LI. *Numeri maior et minor in subtractione debent esse homogenei.*

Demonstratio. Maior enim, a quo fit subtractio, tanquam totum consideratur, cuius pars per subtractionem separatur, (§. 50.) totum autem ex partibus similibus componitur, (§. 44.) ergo numeri maior et minor in subtractione debent esse homogenei.

THEOREMA III.

LII. *Residuum et minor, si iungantur,*

com-

componunt summam, maiori, a quo fit subtractio, aequalem.

Demonstratio. Nam minor a maiore detractus huius pars est, et residuum, quod relinquitur, est eiusdem pars altera; (§. 50.) sed totum aequipollet partibus suis simul sumtis, (§. 29.) ergo residuum et minor etc.

PROBLEMA IV.

LIII. *Numerum minorem a maiore subtrahere.*

Resolutio. I. *In homogeneis*, minor scribitur sub maiore, ut classes similes unitatum, decadum, centenariorum etc. sibi inuicem immineant, et his linea subducitur.

II. Iterum fit initium a dextra tanquam infima classe, et unitates numeri minoris quaelibet a supra scriptis auferuntur, residuumque infra lineam ponitur.

III. Quando numerus inferior plures unitates continet, quam superior, et subduci nequit, tum a maioris numeri, a quo fit subtractio, nota subsequente unitas demitur, quae, quia in uulgaribus decadem designat, alteram quoque decem unitatibus auget, quo facto numerus inferior a superiore, decem unitatibus auctus, detrahitur, et residuum sub linea ponitur, sinistra autem nota unitate deinceps mulcata putatur, idque puncto apposito indicatur.

IV. Ciphra subducta numerum non minuit. Sed si ab hac subducendus sit numerus

positi-

positiuus, prius illa integro, a praecedentibus demto, augenda est. Si duae iuxta seinuicem ciphrae positae occurrant, quia prior, nempe sinistra, decade a praecedentibus petenda augeri debet, ut ab illa ad posteriorem nempe dextram unitas decadem ualens possit transferri, facile intelligitur, sinistram deinceps pro nouenario habendam esse, idemque praeceptum etiam de pluribus cifris iuxta se positis ualet.

V. *In heterogeneis* iidem minor numerus sub maiore scribitur, ita ut classes similes sibi inuicem respondeant, et quando (ubi nempe nota inferior subtrahi nequit a superiore) a proxime maiore classe, ad augendum sequentis classis numerum, unitas mutuatur, per se patet, hanc unitatem referre totum, quod ex partibus classis minoris, secundum usitatam et notam proportionem componitur, itaque si unitas haec in illas partes resoluatur, tum, his ad numerum speciei quae sub manibus est, additis, poterit inferior numerus auferri et residuum sub linea scribi.

Exempl. 1.	144911		
	79203		
Residuum	65708		
	Cent.	libr.	unc.
Exempl. 2.	113.	69.	9
	32.	74.	7
Resid.	80.	95.	2

Demonstratio. Quod homogenei sub homoge-

mogeneis scribi, et similes a similibus subduci debeant, natura subractionis docet. (§. 51.) Quoniam autem singuli numeri in uulgaribus a loco ualorem habent, (§. 40.) sequitur, quod omnes et singuli tanquam unitates et decades tractari queant, et quod mutuo sumta ex praecedente nota unitas pro decade ualeat, et decem unitatibus sequentem augeat. In heterogeneis uero seruatur proportio usu recepta et similium semper classium differentia per subtractionem indagatur. (§. 51.) Atque hac ratione, cum in homogeneis singularum unitatum, decadum, centenariorum, et reliquarum classium, in heterogeneis uero singularum specierum residua modo nunc explicato inueniantur, nullum est dubium, subtractionem rite peractam esse.

CONSECTARIVM.

LIV. Quoniam additio et subtractio sunt praxes contrariae, ita ut, postquam partes per additionem in summam collectae sunt, iterum per subtractionem a summa possint separari, (§. 52.) hinc examen utriusque, si quod desideretur, inuersa praxi fieri potest. Nempe subtracta parte a summa duabus partibus constante, si altera relinquatur, recte se habet additio. Et uicissim, si minor numerus residuo addatur, et prodeat maior, recte se habet subtractio. (§. 52.) siquidem fieri uix potest, ut in praxi contraria circa eundem numerum talis error committatur, qui factum in priore errorem occultet.

SCHO-

SCHOLION.

LV. *Aliud examen instituitur abiectione nouenarii ex similibus summis, nempe toto et partibus in additione et subtractione, si enim utrimque idem supersit residuum, indicium habetur rite factae additionis et subtractionis. Cuius ratio haec est, quia omnium* numerorum summa sic *scribitur, ut notae additae referant summam, excessui datarum unitatum supra nouenarium unum uel plures parem. e. g. dum* 12. *scribitur,* 1 † 2 = 3 *efficiunt excessum supra nouenarium. uel dum* 32 *scribitur, iterum* 3 † 2 = 5 *exhibent excessum huius summae supra tres nouenarios, quos complectitur. Adeoque residua partium et summarum his aequipollentium, supra nouenarium unum uel plures semper debent esse aequalia. add. Dechales arith. L. I. prop.* 5.

DEFINITIO XXII.

LVI. *Multiplicatio* est multiplex quanti eiusdem ad se additio. siue est inuentio numeri, qui toties continet multiplicatum, quot sunt unitates in multiplicante. *loco signi quandoque adhibetur punctum inter quanta multiplicanda positum. e. g.* 6. 3. = 18. *alii sic scribere malunt* 6X3 = 18. Numeri, qui multiplicantur in se, dicuntur *factores*, (Euclides uocat *latera*) multiplum, quod prodit, dicitur *factum* uel *productum* (Euclidi, *numerus planus*.)

CONSECTARIVM I.

LVII. Ergo unitas ad alterum factorem talem habet rationem, quam alter factor ad productum. Vnitas uero non multiplicat.

CONSECTARIVM II.

LVIII. Iidem factores eadem facta producunt.

CONSECTARIVM III.

LIX. Singularum unitatum multipla prodeunt, si quaelibet unitas continuo sibi addatur usque ad nouenarium, atque ita tabula componitur, quae *abacus pythagoricus* uocatur. Huius numeri memoriae diligenter sunt commendandi, ut eorundem ope multiplicatio et diuisio maiorum quantorum expedite deinceps peragatur.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

CONSECTARIVM IV.

LX. Quia multiplicatio est quaedam additio, debent etiam in eadem multiplicandus et multiplicans esse homogenei, quales in additione requirebantur. (§. 46.)

PRO-

PROBLEMA V.

LXI. *Numeros homogeneos multiplicare.*

Resolutio I. Multiplicans ſcribitur ſub multiplicando, ut claſſes unitatum, decadum, etc. ſibi inuicem reſpondeant, et linea his ſubducitur, quemadmodum in additione et ſubtractione factum fuit.

II. Nota prima dextra multiplicantis multiplicatur in ſingulas notas multiplicandi, et quando factum duabus notis conſtat, ſcribitur tantum dextra ſiue unitas, et ſiniſtra, tanquam decas, interim mente ſeruatur, et ad ſequens multiplum refertur.

III. Similiter ſequens nota inferior ſecunda, et quaeuis alia multiplicantis cum ſingulis notis ſuperioribus multiplicatur, et initium ſcribendi facti fit ſub nota multiplicante.

IV. Si uterque numerus, uel alter tantum, habuerit adiectas in fine aliquot cifras, multiplicatio fit numeris poſitiuis, factoque cifrae omnes adſcribuntur. Quin etiam, ſi in medio multiplicantis cifra occurrat, cifra in facto ponitur, et reliquis notis poſitiuis multiplicatio continuatur, quando autem cifra in medio multiplicandi obuia eſt, cifra itidem in facto ponitur, niſi alia nota poſitiua mente ſeruata in illius locum ſuccedat.

V. Poſtquam ſingulae notae ſic inuicem multiplicatae ſunt, facta ſingula in ſummam

colliguntur, et producitur multiplum datorum numerorum.

Exemplum.	7850
	63
	23550
	4710
Factum	494550

Demonstratio. Quoniam, ut saepe dictum fuit, ea est notarum numeralium conditio, ut singulae ex loco ualorem nanciscantur, (§. 40) et ut ingentes multitudines tanquam ex meris unitatibus ex decadibus compositae spectari tractarique possint, et per problematis propositi solutionem omnia et singula multipla unitatum separatarum, tanquam totidem multipli quaesiti elementa, obtineantur et iusto ordine disponantur, sequitur, multiplicationem secundum leges modo explicatas recte fieri.

SCHOLION

LXII. *De aliis multiplicandi modis absque tabula pythagorica, et per baculos Jo. Neperi etc. in lectionibus dicetur.*

DEFINITIO XXIII.

LXIII. *Diuisio* est iterata minoris numeri a maiore subtractio. siue est inuentio numeri, qui indicat, quoties minor a maiore capiatur, et quoties ab hoc subtrahi possit. *Significatur quandoque duobus punctis, inter diuidendum et diuisorem positis.* e. g. 8 : 4. *denodat* 8 *diuidi per* 4. Maior *diuidendus*, minor

diuisor

diuiſor uocatur. qui prodit, *quotus* uel *quotiens* dicitur.

CONSECTARIVM I.

LXIV. Ergo diuiſor toties continetur a diuidendo, quoties unitas continetur a quoto.

CONSECTARIVM II.

LXV. Sed ſicut in ſubtractione, ita etiam in diuiſione numeri debent eſſe homogenei. (§.51)

THEOREMA IV.

LXVI. *Diuiſor per quotum multiplicatus producit numerum diuidendo aequalem.*

Demonſtratio. Per multiplicationem inuenitur numerus, qui toties capit multiplicatum, quoties unitatem capit multiplicans, (§. 56) ſed toties continetur diuiſor in diuidendo, quoties unitas in quoto, (§. 64) ergó multiplicatus diuiſor per quotum próducit numerum diuidendo aequalem.

CONSECTARIVM I.

LXVII. Liquet inde, multiplicationem et diuiſionem eſſe duas praxes contrarias, et numerum, qui per multiplicationem aliquoties ſibi fuit additus, per diuiſionem iterum reſolui et reſtitui. *e. g.* $4 \cdot 3 = 12$. *quaternarius ter ſumtus producit 12, ſed per diuiſionem* $12 : 3 = 4$ *iterum quaternarius reſtituitur.*

CONSECTARIVM II.

LXVIII. Quamobrem poteſt alterutra ad alterius examen inſtituendum inſeruire.

PROBLEMA VI.

LXIX. *Numerum homogeneum per similem diuidere.*

Resolutio I. Diuisor sub diuidendi notis sinistris collocatur, ita tamen, ut superior summa sit maior inferiore; hisque linea subducitur, iuxta extremam uero notam dextram linea uel arcus describitur.

II. Hinc indagatur, quoties diuisor ab imminente summa diuidendi capiatur, et numerus, qui id indicat, tanquam quotus intra arcum scribitur, idem deinceps cum diuisore multiplicatur, et multiplum a diuidendo subducitur, residuum sub linea annotatur et sequens ad dextram diuidendi numerus iuxta idem ponitur.

III. Porro diuisor una nota amplius uersus dextram, sub hoc residuo, prius numero sequente adscripto aucto, promouetur, eodemque modo quotus quaeritur, et eius multiplum ab imminente summa detrahitur. Eademque praxis ad finem usque continuatur.

IV. Si promotum diuisorem non capiat diuidendus, cifra loco quoti post arcum ponitur.

V. Si cifrae adhaereant diuisori, illae statim in fine sub notis ultimis diuidendi ponuntur, et diuisio positiuis notis suscipitur, numeri autem cifrae imminentes a reliquis linea seiunguntur, et ad residuum, post absolutam diuisionem, referuntur.

VI. Quod post diuiſionem remanet, ſeorſim ſcribitur, idque pro parte diuiſoris habetur.

Exempl.

```
494550 (63
785 0
 6
---------
4710
---------
2355
 785
   3
---------
2355
---------
0000
```

Demonſtratio. Iterum in ſoluendo hoc problemate inſigne compendium ſubminiſtrat decupla ratio, qua numeri decreſcunt, et ualor, quem iidem ex loco habent, ut ſeparatim ſinguli tanquam unitates uel decades tractari et comparari poſſint. ideoque licet millenarium (7000) ponere ſub centenario millenariorum (490, 000) et quaerere, quoties primus illius numerus, a prioribus duabus huius notis capiatur, quotus enim (6) repertus non eſt unitas, ſed decas, quia illi ad dextram alia nota in progreſſu ſolutionis adiungetur. huius autem quoti facto in diuiſorem detracto a diuidendo, liquet, reſiduum ad ſequentem ſummam reſoluendam pertinere, et ſimiliter diuiſionem continuandam eſſe. Qua peracta, quia numerus

inuentus indicat, quoties totus diuisor a diuidendo possit subduci, diuisio rite facta iudicabitur.

SCHOLION.

LXX. *De diuisione beneficio baculorum Neperi, aliisque modis tractanda in lectionibus dicetur.*

CONSECTARIVM.

LXXI. Examen multiplicationis fit, diuiso producto per alterutrum factorem, si enim alter prodit, recte tractatae praxeos indicium habetur. Vicissim examen diuisionis multiplicatio quoti in diuisorem praestat, addito, si quod superfuit, residuo, qua ratione iterum diuidendus debet produci, quemadmodum iam ante explicatum est. (§. 67. 68.)

SCHOLION.

LXXII. *Potest etiam aliud examen institui, si abiiciatur nouenarius, primum ex factoribus, deinceps ex eorundem facto, et attendatur, utrum residuorum ex factoribus multiplum, post nouenarios abiectos, similem, quam factum, excessum supra nouenarium proferat. e. g.* 85. 7 = 595, *residuum, abiecto nouenario, ex factore uno* 85 *est* 4, *alter* 7 *ipse iam est excessus supra nouenarium, residuum ex facto,* 595, *post nouenarios duos abiectos, est* 1. *factum excessuum priorum,* 7. 4 = 28 *post abiectos nouenarios tres, itidem* 1 *relinquit, et praxin recte se habere, probat. Idem in diuisione ualet, ubi quotus et diuisor sunt factores diuidendi.* (§. 66.) *si quid tamen post diuisionem remanserit, idem a diuidendo prius subtrahendum, et ad residuum examen illud applicandum est.* (§. 55.) *conf. Tacquet Arith. pract. L. I. c. XI. Schol.*

DEFINITIO XXIV.

LXXIII. *Reductio numerorum hetero*geneo-

generorum est praxis, qua partes totius, quod ex classibus uel speciebus diuersimode diuisis componitur, ad eandem speciem infimam reuocantur: uel qua uicissim ex specie infima, species superiores, quas ista continet, restituuntur.

SCHOLION.

LXXIV. *Veluti cum pondera centenaria, quibus pondera minora librarum et unciarum subsunt, sic multiplicando resoluuntur, ut ex centenariis librae, et ex libris unciae dato numero centenariorum aequipollentes producantur. Vel quando contraria ratione multitudo unciarum, quae libras et centenarios capit, diuisione sic resoluitur, ut intelligatur, quot librae et centenarii summa data unciarum capiantur.*

PROBLEMA VII.

LXXV. *Reductionem numerorum heterogeneorum facere.*

Resolutio I. Speciei maioris numerus multiplicatur per partes speciei minoris, quas complectitur, et producto adduntur sequentes numeri ad eandem speciem referendi: et similiter, quando plures species sequuntur, per numerum partium speciei proxime minoris, multiplicatio numeri praecedentis speciei maioris continuatur.

Demonstratio. Huius praxeos ueritas manifesta est ex axiomate X, (§. 29) si enim totum aequale est partibus suis simul sumtis, debet hic numerus partium toties assumi per multiplicationem, quot species illius generis ab aliquo numero comprehenduntur, e. g. una libra

libra continet 12 uncias, duae librae 24 uncias et sic porro capiunt.

Exemplum.

	Centen.	libr.	unc.
	65.	36.	8

```
          100
        -----
         6500
           36
        -----
librae   6536
           12
        -----
        13072
        6536
        -----
        78432
            8
        -----
unciae  78440
```

II. Viciſſim ex ſpecie minima, uel infima, reliquae maiores uel ſuperiores reſtituuntur, ſi per numerum partium, quae ad ſpeciem proxime ſuperiorem referuntur, tanquam per ualorem illius ſpeciei, multitudo proxime inferioris ſpeciei diuidatur. *e. g. ſi 6536 librae diuidantur per 100, prodeunt 65 centenarii, cum exceſſu 36 librarum.*

PROBLEMA VIII.

LXXVI. *Numeros heterogeneos multiplicare.*

Reſolutio prima. I. Fiat reductio numeri, ex diuerſis ſpeciebus compoſiti, ad ſpeciem minimam (§. 74.) et haec per numerum datum multiplicetur. (§. 61.)

II. Productum ſpeciei minimae per diuiſionem

onem reducatur ad ſpecies maiores, (§. 75.) et erit multiplicatio heterogeneorum facta.

	Cent.	lib.	unc.	
Exemplum,	12	28	7	multipl. per 15
	100			
librae	1228			
	12			
	2456			
	1228			
	14736			
	7			
Unciae.	14743 · 15 = 221145. Unciae.			

facta diuiſione per 12. prodeunt 18428 librae, cum 9 unciis, et librarum ſumma diuiſa per 100, habentur 184 centenarii, 28 librae & 9 unciae pro facto numeri dati.

Reſolutio ſecunda. I. Breuius haec praxis peragitur, ſi, absque reductione, ſingularum ſpecierum numeri per datum multiplicentur, et claſſium ſingularum multipla per competentem numerorum partium ſigillatim diuidantur, quoti autem ad proxime ſuperiorem ſpeciem referantur,

II. Quod ſi tamen numerus multiplicans magnus nimis fuerit, diſpergatur idem uel *reſoluatur in factores*, et his minoribus numeris multiplicatio peragatur. Vel fiat *reſolutio* eiusdem *in partes*, quarum commoda eſt ratio, et ex factis partialibus in ſummam collectis totum factum emerget.

Cent.

	Cent.	lib.	unc.	
Exempl.	12.	28.	7	per 15 = 5. 3
			5	
	61.	42.	11	
			3	
Fact.	184.	28.	9	
	12.	28.	7	per 15 = 5 + 10
	61.	42.	11	5
add.	122.	85.	10	10 partes
Fact.	184.	28.	9	

Demonstratio. Resolutio prima omnino patescit ex doctrina de reductione numerorum heterogeneorum, et de multiplicatione homogeneorum. resolutio altera itidem ex definitione multiplicationis intelligitur. siquidem idem est, siue numerum per 15 integrum multiplicem, siue quintuplum, iterum ter sibi addam, ubique enim aequalis numerus partium cumulatur. et quando multiplicans in partes resoluitur, et multipli partes colliguntur e. g. 5 et 10 loco 15. non est dubium, factum integrum produci, quia totum aequale est partibus suis simul sumtis. (§. 29.)

PROBLEMA IX.

LXXVII. *Numeros heterogeneos diuidere.*

Resolutio prima. I. Iterum numerus diuersa

uerfis ex ſpeciebus compoſitus ad ſpeciem minimam reducitur, (§. 74) et ſumma producta per datum diuiſorem diuiditur. (§. 69) quotus indicabit ſpeciei minimae numerum.

II. Hic quotus iterum per diuiſionem ad ſpecies proxime ſuperiores reducitur, (§. 75) et quota pars quaeſita cuiuslibet ſpeciei innoteſcet.

	Cent.	lib.	unc.
Exempl.	184.	28.	9
diuid. per	(18)		

red. ad ſpec. min. unciae 221145 : 15 = 14743

hae unciae 14743 reducuntur ad libras diuiſione per 12 facta, et proueniunt 1228 librae cum 7. unciis. diuiſo hoc numero per 100, quotus profert 12 Cent. 28 libr. 7 unc. prouti hunc numerum in principio aſſumſi.

Reſolutio Secunda. Omiſſa reductione diuidantur ſingulae ſpecies per numerum datum, et ſi aliqua ſpecies accurate diuidi nequeat, reſiduum, reductum ad ſpeciem ſequentem, numero illius ſpeciei addatur, iterumque eodem diuiſore praxis continuetur. ita quoti ſingularum claſſium prodibunt. Quae quidem regulae, ſine longa demonſtratione, ex paulo ante dictis fluunt.

Exempl.	184.	28.	9.
diuid. per.	15		

facta diuiſione centenariorum 184 per 15, quotus dabit

dabit 12 cent. cum 4 residuis, siue 400 libris. his addantur librae 28, et summa 428 denuo diuisa per 15, dabit quotum 28, cum octo residuis libris, siue 8. 12 = 96 unciis, additis ultimis nouem unciis, summa 105 diuisa per 15 dabit 7. adeoque idem, qui ante quotus 12. 28. 7. reperitur.

CAPVT III.

DE RATIONE ET PROPORTIONE.

DEFINITIO XXV.

LXXVIII. *Ratio* est duorum quantorum eiusdem generis respectus mutuus secundum quantitatem. horum quantorum prius *antecedens*, alterum *consequens*, uocatur.

DEFINITIO XXVI.

LXXIX. *Ratio* est uel *arithmetica*, quando spectatur duorum quantorum inaequalium *differentia; e. g.* $5 - 3 = 2$, uel *geometrica*, quando consideratur quota pars sit minor quantitas maioris. *e. g. 6 ad 3 relatum docet minus in maiore bis inesse, uel esse huius partem dimidiam.*

CONSECTARIVM I.

LXXX. Ratio igitur arithmetica, siue differentia, per subtractionem numerorum, (§ 50.) et

et geometria per diuisionem indagatur. (§. 63.)

CONSECTARIVM II.

LXXXI. Et signum subtractionis siue lineola ad rationem arithmeticam, et signum diuisionis siue colon ad rationem geometricam indicandam recte adhibetur.

SCHOLION.

LXXXII. *Praeter arithmeticam et geometricam rationem, etiam harmonica quaedam memoratur, quando in tribus numeris duo extremi eandem habent rationem geometricam, quae inter differentias primi a medio, et medii ab ultimo intercedit. e. g.* 6. 4. 3. *ubi* 6 : 3 *uti* 6 — 4 = 2 ad 4 — 3 = 1. *harmonica dicitur, quia plerumque eius numeri habent eas proportiones, in quibus consonantiae musicae consistunt. agit de eadem latius Clauius ad Eucl. L.* 5. *p.* 392. *sq.*

DEFINITIO XXVII.

LXXXIII. In ratione geometrica numerus, qui significat, quota pars sit minor numerus maioris, *nomen rationis, denominator*, item *exponens rationis* uocatur.

DEFINITIO XXVIII.

LXXXIV. *Rationes similes* sunt, quae habent eundem denominatorem (§. 8) *rationes dissimiles*, quae habent diuersum denominatorem. Termini autem antecedentes et consequentes rationum similium, graeco uocabulo *quanta homologa* dicuntur. *e. g.* 2 : 4 *et* 3 : 6 *sunt rationes similes. horum duo antecedentes* 2 : 3 *et duo consequentes* 4 : 6 *homologi sunt. nam ad utrumque aeque rationalis refertur.*

DE-

DEFINITIO XXIX.

LXXXV. *Ratio multiplex* est, quando minor maiori aliquoties inest. *dupla* quidem, si ille ab hoc bis capiatur, *tripla*, si ter, *quadrupla*, si quater contineatur. etc.

DEFINITIO XXX.

LXXXVI. *Ratio composita per multiplicationem* uel *multiplicata* est, quae componitur ex eadem ratione aliquoties sumta uel multiplicata. siue quae producitur multiplicatione numerorum rationalium similium. *Duplicata* dicitur, quando duarum rationum similium numeri antecedentes et consequentes in se multiplicantur. *Triplicata*, quando fit multiplicatio trium rationum similium, *quadruplicata*, quando fit multiplicatio quatuor rationalium similium. *e. g. sint rationalium duo paria similia 2 : 4 = 2 : 4, facta 2. 2 et 4. 4 producunt rationem prioris duplicatam 4:16. si sint tria paria rationum similium 2 : 4 = 2 : 4 = 2 : 4 et factum trium antecedentium terminorum 2. 2. 2 = 8 comparetur cum facto trium consequentium 4. 4. 4 = 64, fit ratio triplicata prioris, 8 : 64.*

CONSECTARIVM.

LXXXVII. Oritur etiam ratio composita, si denominatores rationum similium inter se multiplicentur. duplicata quidem, si duo denominatores; quadruplicata, si quatuor denominatores inuicem multiplicentur. Quare Euclides def.

def. 10. L. 5. assumtis tribus continue proportionalibus, 2. 4. 8. rationem primi ad tertium, 2:8, dixit duplicatam primi ad secundum. et assumtis quatuor continue proportionalibus, 2. 4. 8. 16. rationem primi ad quartum 2:16, dixit triplicatam primi ad secundum 2:4.

DEFINITIO XXXI.

LXXXVIII. *Ratio maioris inaequalitatis* est, quando maius quantum refertur ad minus. e. g. 8:4. ratio dupla. *Ratio minoris inaequalitatis*, quando minus refertur ad maius, pro qua denotanda praemittitur nomini rationis praepositio *sub. e. g. 4 ad 8. dicitur habere rationem subduplam. 2 ad 6. habet rationem subtriplam, item 2:4. ad 4:16. dicitur subduplicatam habere rationem.*

DEFINITIO XXXII.

LXXXIX. *Ratio superparticularis* est, quando maior minorem capit semel, et insuper unam eius partem aliquotam. pro qua nominanda adhibetur uocabulum *sesqui*, addita denominatione particulae abundantis. *e. g. 3 ad 2. habet rationem sesquialteram; quia excessus est pars dimidia minoris. 4 ad 3. habet rationem sesquitertiam, quia excessus est pars tertia minoris.* Vicissim si minoris inaequalitatis ratio denotetur, praemittitur praepositio *sub. 2 ad 3. habet rationem subsesquialteram.* Vbi praeterea multiplex inter quanta data ratio est, no-

men rationis multiplicis praemittitur. *e. g.* 5 *ad* 2. *habet rationem duplam sesqui alteram.* 7 *ad* 3. *duplam sesqui tertiam.* et ut minoris inaequalitatis ratio indicetur, praepositio *sub* adiicitur. 3 *ad* 7. *habet rationem subduplam subsequi tertiam.*

DEFINITIO XXXIII.

XC. *Ratio superpartiens* est, cum maior minorem continet semel et adhuc plures eius partes aliquotas, quae simul sumtae non conficiunt unam aliquotam. eademque ratio sigillatim significatur adhibito aduerbiali nomine partium superantium, et ordinali termini minoris. *e. g.* 5 *ad* 3. *rationem superbipartientem tertias.* 8 *ad* 5. *rationem super tripartientem quintas habet. Ratio subsuperpartiens* est, quando minus ad maius refertur. *e. g.* 3 *ad* 5 *habet rationem subsuperbipartientem tertias.* Deniqueratio *multiplex superpartiens* est, quando maior minorem aliquoties continet, et adhuc plures eius partes aliquotas, quae simul sumtae non conficiunt unam aliquotam. *e. g.* 8 *ad* 3 *habet rationem duplam superbipartientem tertias. inuerse* 3 *ad* 8 *habet rationem subduplam subsuperbipartientem tertias.*

CONSECTARIVM.

XCI. Addidi in definitione, partes, quae excedunt, non debere iunctim sumtas constituere unam minoris numeri aliquotam. nam si talem capiant, reducitur illius diuisione ratio,

et

et sit superparticularis. e. g. ratio 9 : 6 non est supertripartiens sextas, sed, quia excessus 3 minoris est pars aliquota, poterit uterque tam maior quam minor per hunc excessum diuidi, [quia maior continet minorem et differentiam (§. 52.)] factaque diuisione producitur ratio 3 : 2, quae priori aequipollet, uti deinceps (§. 120.) dicetur, hinc prodit ratio superparticularis sesquialtera. ex quo apparet, numeros, qui communem diuisorem habent, huius ope prius ad simpliciores formulas reuocandos, eoque facto, nomen proportioni imponendum esse.

SCHOLION.

XCII. *Tametsi autem ratio etiam numeris significari possit, tamen quia uocabula haec technica, rebus perspicue designandis admodum congrua, usu artificum frequentantur, eadem hoc loco explicanda censui. Uberius proportionis diuisiones illustrat CLAVIUS Comment. ad Euclid. Lib. V. Def. 4. p. 354. sq.*

DEFINITIO XXXIV.

XCIII. *Progressio* est series plurium rationum similium. est uel *arithmetica*, cuius numeri omnes aequalem habent differentiam. e. g. 3. 5. 7. 9. etc. uel *geometrica*, cuius numeri eundem habent denominatorem uel exponentem. talis progressio uocatur etiam *proportio geometrica* uel *analogia*. e. g. 2. 4. 8. 16. etc. Utraque progressio arithmetica et geometrica est uel *continua* uel *discreta*. *Continua*, quando inter omnes numeros, qui in serie se proxime excipiunt, eadem est differentia, uel denominatio. cu-

ius exempla iam attuli. *Discreta*, quando inter singula tantum paria rationalium numerorum similis differentia uel idem denominator est. *e. g. progressio arithm. discreta est 2. 5. 4. 7. nam inter numeros medios 5 et 4 dissimilis est differentia. Proportio geometrica discreta est 2 : 4 = 3 : 6. ubi etiam inter 4 et 3 dissimilis ratio intercedit.*

CONSECTARIVM I.

XCIV. In continua progressione arithmetica numerus sequens oritur additione differentiae ad antecedentem.

CONSECTARIVM II.

XCV. Quilibet talis seriei numerus componitur ex primo et differentia toties accepta, quotus quisque est in ordine, minus unitate. *e. g. in serie 3. 5. 7. 9. tertius componitur ex differentiis duabus 2 + 2 et primo 3. quartus capit tres differentias et primum.*

CONSECTARIVM III.

XCVI. Pro significanda similitudine rationis numerorum progressionis arithmeticae, inter quaeuis duo illorum paria, ob differentiae aequalitatem, signum aequalitatis scribitur. ipsa uero ratio arithmetica lineola, tanquam signo subtractionis, inter numeros posito, denotatur. *e. g.* $5 - 3 = 9 - 7$.

CONSECTARIVM IV.

XCVII. In Progressione geometrica, siue proportione continua, quisque numerus sequens

quens producitur, praecedente per nomen rationis multiplicato.

CONSECTARIVM V.

XCVIII. Quare secundus est multiplum primi, per nomen rationis; tertius est multiplum primi, per duplex nomen rationis. quartus ex primo per triplex nomen rationis producitur. et sic porro.

CONSECTARIVM VI.

XCIX. Quia in rationibus similibus aequalis est denominator, (§. 84.) ideo inter duo quaevis numerorum rationalium similium paria signum aequalitatis recte ponitur, et analogia quatuor rationalium hoc modo scribitur 2 : 4 = 3 : 6.

SCHOLION.

C. *Postquam definitiones in doctrina de ratione prae ceteris memorabiles, et primas, quae ex illis patescunt, ueritates tradidi, sequitur, ut utriusque rationis praecipuas proprietates, quarum utilitas per uniuersam mathesin latissime patet, exponam.*

THEOREMA V.

CI. *In progressione arithmetice rationalium, quae quatuor numeris constat, summa primi et ultimi est aequalis summae mediorum secundi et tertii.*

Demonstratio. Oritur enim quartus, addita differentia ad tertium, (§. 94.) quare summa primi et quarti continet primum, tertium et differentiam tanquam partes. Sed secundus

continet primum et differentiam, (§. 94.) ideoque additus tertio summam prodit, quae easdem quas summa extremorum partes habet; ergo utraque summa aequalibus quippe ex partibus composita aequalis est. (§. 29.)

CONSECTARIVM I.

CII. Valet igitur haec propositio, siue quatuor illi numeri in continua siue in discreta progressione occurrant. quia in demonstratione saltem originem secundi et quarti spectauimus.

CONSECTARIVM II.

CIII. Si in progressione continua plures quam quatuor sint termini aequidifferentes dati, numero pares, semper summa extremorum est aequalis summae mediorum, ab extremis aeque distantium. nam eodem modo in his nectitur demonstratio, et ostenditur summas ita ortas ex iisdem partibus coaluisse. sint termini sex 3. 5. 7. 9. 11. 13. sextus capit quinquies differentiam et primum, (§. 95.) additoque primo, summa habet bis primum, et quinque differentias. Addatur porro secundus quinto. secundus continet differentiam semel et primum, quintus continet quater differentiam et primum, (§. 95) ideoque summa secundi et quinti componitur ex primo bis sumto et differentia quinquies istis addita. quod similiter de tertii et quarti aggregato uerum est.

CONSECTARIVM III.

CIV. Si tantum tres dati sint aequidifferentes

tres

tis numeri, summa primi et tertii aequalis est duplo medii. Nam eadem, quam ante laudaui, demonstratione uti licet. Secundus continet semel differentiam et primum (§. 95) idem bis sumtus capit bis differentiam, et bis primum. sed tertius capit bis differentiam et primum, et huic si denuo primus adiiciatur, summa similis bis primum et bis differentiam complectens prodit.

CONSECTARIVM IV.

CV. Et generatim quando numerus quantorum quotcunque arithmetice rationalium est impar, summa extremorum et mediorum aequalis est medii duplo. Sint enim numeri quinque. primi et quinti summa componitur ex bis primo et quadruplici differentia. tertius tanquam medius continet bis differentiam et primum, ideoque duplum eius bis primum et quadruplicem differentiam comprehendit.

PROBLEMA X.

CVI. *Datis tribus numeris arithmetice rationalibus quartum inuenire.*

Resolutio. Addantur duo ultimi, et a summa detrahatur primus, residuum dabit quartum quaesitum. patet huius praxeos ueritas ex theoremate praecedente, §. 101.

PROBLEMA XI.

CVII. *Datis duobus extremis numeris seriei trium arithmetice rationalium, nempe primo et ultimo, inuenire medium.*

Resolutio. Assumatur summae extremorum dimidium, hoc patefaciet medium quaesitum. (§. 104)

PROBLEMA XII.

CVIII. *Datis primo et differentia, quemcunque progressionis arithmeticae numerum inuenire.*

Resolutio. Differentia multiplicetur per numerum terminorum datum unitate multatum, producto addatur primus, et summa dabit quaesitum. (§. 95.)

PROBLEMA XIII.

CIX. *Numeros seriei arithmetice rationalium in summam colligere.*

Resolutio. Quia summae extremorum et mediorum sunt aequales, (§. 103.) et tales summae in quauis serie toties possunt componi, quoties dimidius numerus quantorum permittit, hinc summa primi et ultimi multiplicetur per dimidium numerum terminorum totius progressionis, factum dabit summam omnium quantorum. Quod si tamen numerus earundem fuerit impar, medius separatim illi facto est adiiciendus.

THEOREMA VI.

CX. *In proportione continua uel discreta, quae quatuor numeris constat, factum extremorum primi et quarti, est aequale facto mediorum secundi et tertii.*

Demon-

Demonstratio. Veritas huius propositionis inde elucet, quia ubi sunt similes uel iidem factores, ibi eadem quoque producuntur facta. (§. 58) At in proportionalium extremorum et mediorum multiplicatione iidem sunt factores. nam quartus oritur multiplicatione nominis rationis per tertium. (§. 97) ideoque multiplum ex primo et quarto, factoribus *primo*, *tertio* et *nomine rationis*, in se ductis genitum fuit. Et quia secundus ex primo per nomen rationis multiplicato oritur, (§. 97) si tertius per secundum multiplicetur, factum illud denuo factores priorum similes *primum*, *nomen rationis*, et *tertium*, habet. Ergo utraque facta extremorum et mediorum sunt inter se aequalia. Quoniam autem in hac demonstratione relatio secundi ad tertium non attenditur, manifestum est, hanc proprietatem tam continuae quam discretae proportioni communem esse. *e. g.* $2 : 4 = 8 : 16$. *ergo* $2.16 = 4.8 = 32$. *uel in proportione discreta* $2 : 4 = 3 : 6$ *est* $2.6 = 4.3 = 12$.

CONSECTARIUM I.

CXI. Si tantum tres fuerint dati proportionales numeri, medius ad utrumque extremum refertur, et duplicem relationem, ad primum et ad tertium, habet, quare etiam pro bis posito haberi potest, et tum factum extremorum aequale est facto medii in se ducti, h. e. eiusdem numeri quadrato. (§. 151) *e. g.* $2.4.8$ *uel* $2 : 4 = 4 : 8$ *et* $2.8 = 4.4 = 16$

CONSECTARIVM II.

CXII. Sed in quibuscunque quatuor numeris factum extremorum est aequale facto mediorum, illi sunt geometrice proportionales, quia de his tantum illa proprietas demonstrata fuit. Quamobrem, si medii permutentur, et tertius secundo, secundus autem tertio loco ponatur, quia factum eorum idem manet, sequitur, quod in quatuor proportionalibus etiam *alternata uel permutata ratio* primi ad tertium, et secundi ad quartum locum habeat. *e. g. in analogia* 2 : 4 = 6 : 12 *ualet transpositio mediorum siue ratio alternata* 2 : 6 = 4 : 12.

CONSECTARIVM III.

CXIII. I. Praeterea si iungantur in summam duo analogiae rationales numeri, nempe antecedens et consequens, et ad antecedentem uel sequentem referantur, fit *analogia addendo composita*, in qua quippe factum extremorum et mediorum inuariatum manet. *e. g.* 2 : 4 = 6 : 12 *analogia composita est* 2 + 4 : 2 = 6 + 12 : 6. *item* 2 : 2 + 4 = 6 : 6 + 12 *et rursus* 2 + 4 : 4 = 6 + 12 : 12. *siue* 6 : 4 = 18 : 12 *in qua* 6 . 12 = 4 . 18 = 72. II. Item si colligantur in summam duo antecedentes et duo consequentes, patet, has quoque summas, eandem, quae inter antedecentem et consequentem erat, rationem habere, siquidem factum extremorum et mediorum idem est. Quin etiam plurium rationum similium antecedentibus et consequentibus collectis, summae prodeunt, quae eandem quam quilibet antecedens

dens ad suum consequentem proportionem seruant. Et contrario modo, si subtrahatur antecedens ab antecedente, et consequens a consequente, residua seruant priorem rationem.

CONSECTARIVM IV.

CXIV. Denique, si longius continue proportionalium series continuetur, similiter, ac in theoremate praecedente fecimus, ostendi potest, factum extremorum aequale esse facto quorumuis mediorum, aut medii duplo, si numerus membrorum fuerit impar. sint dati termini quinque 2. 4. 8. 16. 32. quintus ortus est ex quadruplici facto nominis rationis per primum, (§. 98) ergo iterum multiplicatus per primum, productum habet factores quater nomen rationis et bis primum. Quartus oritur ex triplici facto nominis rationis per primum, secundus est factum primi et nominis rationis, (§. 98) quare iterum factum secundi et quarti, tanquam mediorum, factores habet, quater nomen rationis et bis primum. estque hoc factum priori aequale. (§. 58) et tertius est ex duplici facto nominis rationis in primum genitus, si in se ducatur, multiplum habet factores quater nomen rationis et bis primum, et propterea prioribus omnino aequipollet.

PROBLEMA XIV.

CXV. *Datis tribus primis proportionalibus inuenire quartum.*

Resolutio. Duo ultimi multiplicantur in se inui-

inuicem, productum diuiditur per primum; et quotus indicabit quartum quaesitum.

Demonstratio. Nam duo ultimi inter primum et quartum, qui quaeritur, medii sunt, quorum factum aequale est producto ex primo in quartum. (§. 110) et quia facta diuisione prodit quotus, qui in diuisorem multiplicatus reddit diuidendum, (§. 66) sequitur, quotum illum esse quartum proportionalem, qui desiderabatur.

CONSECTARIVM I.

CXVI. Viciſſim datis tribus ultimis proportionalibus primus inuenitur, si primi duo dati, qui eo casu pro mediis inter tertium et quaesitum primum censentur, in se inuicem multiplicentur, et factum per tertium diuidatur.

SCHOLION.

CXVII. *Hae duae regulae, queis ex tribus proportionalibus quartus uel primus quaeritur, ob maximam utilitatem, aureae, item regulae trium uocantur. et prior quidem, quando ex tribus primis datis quartus inuestigatur, directa, altera, ubi ex tribus ultimis datis primus quaeritur, reciproca uel inuersa dicitur. de quarum usu in soluendis uariis quaestionibus infra peculiari capite latius explicabitur.*

CONSECTARIVM II.

CXVIII. Quando duo extremi dantur, et medius quaeritur, factum extremorum sic resoluendum est per diuisionem, ut numerus inueniatur, qui in se multiplicatus facto extremorum aequipollet. Verum haec praxis artificio ex-

extractionis radicis quadratae opus habet, de quo cap. V. §. 154. dicetur.

THEOREMA VII.

CXIX. *Numerorum proportionalium, per eundem numerum multiplicatorum, facta, eandem, quam priores dati, seruant rationem.*

Demonstratio. Sint multiplicandi numeri rationales 3: 6. quando multiplicans 4 ducitur in primum 3, erit ut unitas ad multiplicantem 4, ita multiplicandus 3 ad productum 12; et similiter quando multiplicans 4 ducitur in alterum 6, erit unitas ad multiplicantem 4, sicuti multiplicandus 6 ad productum 24, (§. 57) Verum ratio unitatis ad eundem multiplicantem semper sui similis uel aequalis est, ergo etiam reliquae rationes 3 : 12 et 6 : 24, similes erunt. (§. 24) Et cum constet, in rationibus similibus ualere permutationem uel alternationem terminorum (§. 112) erit 3 : 6 = 12 : 24. siue facta proportionalium per eundem multiplicatorum seruant eandem quam priores dati rationem.

THEOREMA VIII.

CXX. *Numerorum rationalium per eundem numerum diuisorum quoti eandem cum prioribus datis seruant rationem.*

Demonstratio. Sint diuidendi rationales numeri 12 : 24. per eundem 4. iterum in utroque

que casu unitas habet se ad diuisorem, sicuti quotus ad diuidendum (§. 64) unde tales prodeunt annalogiae,

$$1 : 4 = 3 : 12$$
$$1 : 4 = 6 : 24$$

et quia unitatis ad eundem diuisorem eadem semper ratio est, erunt (§. 24)

$$3 : 12 = 6 : 24$$

uel permutando (§. 112)

$$3 : 6 = 12 : 24$$ Q. E. D.

SCHOLION.

CXXI. *Paucae, quas nunc tradidi propositiones, ex utilissimo de proportionibus capite inprimis notatu dignae sunt, quia reliquarum huius generis ueritatum fundamenta subministrant. Plures infra arithmeticae uniuersalis adiumento, in arte analytica, opportunius et breuius demonstrabuntur.*

CAPVT IV.

DE NUMERIS FRACTIS.

DEFINITIO XXXV.

CXXII. *Numerus fractus* est pars totius, uel unitatis, totum aliquod, quod certo partium numero constat, repraesentantis. ut si totum habeat partes quinque, et una ex illis uel plures decerpantur, numerus, qui partem illam indicat, fractus, item *fractio* uocatur. sed rectius *pars integri* uel *minutia* diceretur.

DE-

DEFINITIO XXXVI.

CXXIII. Scribitur fractio duobus numeris, linea interiecta distinctis, quorum superior ipsam partem integri determinat, et *numerator* dicitur, inferior partes totius omnes refert, et *denominator* appellatur. *e.g.* $\frac{3}{5}$ *significat tres partes totius, quod quinque partibus gaudet.*

CONSECTARIVM I.

CXXIV. Itaque fractionis quantitas sita est in ratione numeratoris ad denominatorem. et quanto plures huius unitates ille continet, tanto fractio maior est.

CONSECTARIVM II.

CXXV. Ob eandem rationem, aucto per multiplicationem denominatore, et seruato eodem numeratore, fractio minuitur. nempe multiplicato denominatore per 2, fractio dimidia assumitur, quia iam duplo maior est denominator, et duplo amplius numeratorem capit. Similiter, si ter quaterue sibi multiplicando addatur denominator, numeratore inuariato, fractionis pars tertia et quarta producitur.

CONSECTARIVM III.

CXXVI. Sed non mutato denominatore, quando adduntur partes ad numeratorem, fractio augetur.

CONSECTARIVM IV.

CXXVII. Et si continget, ut summa unita-

tum

tum numeratoris sit maior denominatore, erit etiam fractio maior toto, qualis *impropria* nominari solet.

CONSECTARIVM V.

CXXVIII. Verum numeratore et denominatore per eundem numerum multiplicato, uel diuiso; quia ratio numerorum non mutatur, (§. 119. 120) ideo nec fractio uariatur, sed eandem omnino quantitatem retinet.

DEFINITIO XXXVII.

CXXIX. *Fractio pura* est, qualem hactenus descripsi, quae numeratore et denominatore absoluitur, *mixta*, cui unum uel plura tota adhaerent. *e. g.* $2\frac{3}{7}$

DEFINITIO XXXVIII.

CXXX. *Reductio fractionum* dicitur quaeuis praxis, qua forma fractionum immutatur, ut earum quantitas et aestimatio facilius intelligi possit. ut si maiores numeri reducantur ad minores, uel denominator fractionis cum alio notiore comparetur, uel ex diuersis denominatoribus unus communis producatur.

DEFINITIO XXXIX.

CXXXI. *Communis mensura maxima fractionis* est diuisor maximus utriusque numeri, quo ad minimos numeros aequipollentes reuocatur.

PROBLEMA XV.

CXXXII. *Communem mensuram maximam*

mam duorum numerorum fractionis inuenire.

Resolutio. I. Maior diuiditur per minorem et minor per residuum.

II. Si in secunda diuisione adhuc aliquid abundet, praecedens diuisor per hoc residuum diuiditur, idque ulterius continuatur, donec perueniatur ad numerum, qui ita diuidit numerum minorem ultimum, ut nihil supersit, ultimus ille diuisor, qui nullum residuum relinquit, maxima est duorum numerorum mensura.

Demonstratio. Si enim diuisor ultimus accurate contineatur in numero residuo, qui diuiditur, erit etiam mensura praecedentium, maioris et minoris, qui isto residuo differunt, quia in maiore continetur minor cum residuo. (§. 32) Quod sit maxima mensura, *Euclides* deductione ad ἀδύνατον probat VII. 2. Idem quoque aliquot exemplorum inductione declaratur. *e. g.* $\frac{16}{72}$ *facta diuisione 72 per 16 relinquuntur 8, sed minore 16 diuiso per 8, nihil relinquitur, adeoque 8 diuidit utrumque et est communis utriusque mensura.*

CONSECTARIVM.

CXXXIII. Data igitur fractione, cuius numerator et denominator sunt maiores numeri, isti ad minores aequipollentes communis mensurae maximae diuisione reducuntur. (§. 128) Verum in numeris minoribus, ubi communes

mensurae, etsi non maximae, promte inueniuntur, ambages indagandae mensurae maximae rectius omittuntur.

PROBLEMA XVI.

CXXXIV. *Fractiones improprie dictas reducere ad integra uel ad fractiones mixtas.*

Resolutio. Quia in improprie dicta fractione maior est numerator denominatore, (§. 127) iste per hunc diuiditur, quotus indicat, quoties integrum fractio illa impropria capiat. (§. 63) Si quid supersit, adscribitur tanquam fractio, et producitur mixta, quae quaerebatur. *e. g.* $\frac{13}{4}$ *capit 3 et* $\frac{1}{4}$.

CONSECTARIVM I.

CXXXV. Vicissim, data fractio mixta conuertitur in puram, quando tota, quae fractioni adhaerent, per denominatorem multiplicantur, ad factum numerator additur, et summae denominator subscribitur.

CONSECTARIVM II.

CXXXVI. Et integra assumunt formam fractionis purae, quando illis unitas, linea interiecta, subiicitur. *e. g.* $\frac{3}{1}$ *sunt tria integra.*

PROBLEMA XVII.

CXXXVII. *Fractiones duas uel plures, quae diuersos denominatores habent, reducere ad aequipollentes, quae habent eundem denominatorem.*

Re-

Resolutio. Casus I. *Si sint fractiones duae reducendae*, denominator cuiuslibet ducitur in numeratorem et denominatorem alterius, ita producuntur fractiones aequales, (§. 128) et eodem denominatore gaudentes, quia bis numeri inferiores, nempe denominatores, fuerunt in se multiplicati, qui necessario facta aequalia debent proferre. (§. 58) *e. g.* $\frac{3}{5}\ \frac{2}{3} = \frac{9}{15}\ \frac{10}{15}$.

Casus. II. Si plures sint datae fractiones reducendae. I. Singuli denominatores multiplicantur in se inuicem, factum est denominator communis. II. Hic per singulos denominatores fractionum diuiditur, et quoti multiplicantur per numeratores respondentes, facta dant numeratores, qui communi denominatori impositi produnt fractiones datis aequipollentes, et eodem denominatore gauisas. *e. g.* $\frac{4}{7}\ \frac{3}{5}\ \frac{2}{3}$ *denominator communis est* 105. *cuius* $\frac{1}{7} = 15$ $\frac{1}{5} = 21$ et $\frac{1}{3} = 35$. *quare* $\frac{4}{7} = \frac{60}{105}$ *et* $\frac{3}{5} = \frac{63}{105}$ *et* $\frac{2}{3} = \frac{70}{105}$.

Demonstratio. Solutionis casus prioris fundamenta paulo ante laudaui. In casu altero illud liquet, quod, diuisione denominatoris communis, tales quoti reperiantur, quorum multipla per numeratorem similem ad denominatorem communem rationem seruant, quam numeratores priores habebant ad suos denominatores. quia aliquotam partem diuisione denominatoris cuiuslibet repertam, toties assumo, quot sunt unitates in numeratore. *e. g. quia* $\frac{1}{7} = \frac{15}{105}$ *erunt* $\frac{4}{7}$ *quadruplum* $\frac{60}{105}$. adeoque ita repertae fractiones prioribus aequipollent, (§. 124)

(§. 124) et simul eandem denominationem habent.

CONSECTARIVM.

CXXXVIII. Quando fractiones sunt eiusdem denominationis, ratio inter illas eadem intercedit, quae est inter numeratores. *e. g.* $\frac{2}{5}, \frac{4}{5}$ *habent rationem* 2:4 *subduplam.*

PROBLEMA XVIII.

CXXXIX. *Numeros fractos addere.*

Resolutio I. Si eadem denominatio fuerit, numeratores, quippe qui partes totius denotant, (§. 123) adduntur, et summae communis denominator subscribitur. (§. 126)

II. Si autem denominatio fuerit diuersa, prius reducuntur fracti ad eandem denominationem (§. 137) et tum additio numeratorum peragitur. *e. g.* $\frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$

CONSECTARIVM.

CXL. Quando integra ad fractiones, uel hae ad illa adduntur, fractio mixta prodit, de qua ante dixi. §. 129. 134.

PROBLEMA XIX.

CXLI. *Numeros fractos a se inuicem subtrahere,*

Resolutio. Iterum reducuntur fractiones ad denominationem eandem, (§. 137) nisi iam adfuerit, et numerator minoris a numeratore maioris subtrahitur, et residuo denominator communis subscribitur *e. g.* $\frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$

CON-

CONSECTARIVM.

CXLII. Quando fractiones ab integris ſubtrahendae ſunt, integrum, uel, ſi plures unitates contineat, ſaltem unitas ex ipſo decerpta, prius ad denominationem fractionis reducitur, (§. 135) et tum ſubtractio peragitur. *e. g. ab 1 ſubtrahenda eſt fractio* $\frac{2}{3}$, *fiat* $1 = \frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

PROBLEMA XX.

CXLIII. *Numeros fractos, tum cum integris, tum inter ſe, multiplicare.*

Reſolutio I. Integri numeri dati multiplicantur per numeratorem fractionis, (nam haec reuera pars eſt, ad ſe ipſam toties addenda, quot inſunt in multiplicante unitates) (§. 123) et facto ſubſcribitur denominator non mutatus. e. g. $\frac{2}{3}$ multipl. per 5 factum erit $\frac{10}{3}$

II. In fractis uero puris numerator in numeratorem, et denominator in denominatorem, multiplicatur, et illud factum pro numeratore, hoc pro denominatore fractionis productae aſſumitur. e. g. $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{4} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ (§. 128)

Demonſtratio. Poſterior ſolutionis pars ita oſtenditur. facta multiplicatione denominatoris, non mutato numeratore, fractio minuitur, (§. 125) uel pars talis, qualem proportio unitatis ad multiplicantem prodit, ſumitur, e. g. $\frac{2}{3}$ per 4 infra multiplicatum producit $\frac{2}{12}$ ſiue partem quartam prioris fractionis. ſed ſi etiam per numeratorem numerator fractionis multi-

plicetur, tot partes assumuntur, quot numerator multiplicantis continet unitates. *e.g.* $\frac{2}{12}$ *per* 2 *producit duplum* $\frac{4}{12}$. *ideoque multiplicatio rite fuit peracta.* (§. 57)

CONSECTARIVM.

CXLIV. Quia multiplicatione fractionis, non eadem fractio aliquoties additur ad se ipsam, sed tantum pars illius assumitur, qualem fractio multiplicans refert, hinc mirum non est, quod minor fractio priore producatur. quando autem fractio est improprie dicta, quae integrum semel uel saepius capit, tum etiam multiplum maius est multiplicando.

PROBLEMA XXI.

CXLV. *Fractiones per fractiones diuidere.*

Resolutio. Inuertatur fractio diuisoris, et numeri oppositi superiores et inferiores in se multiplicentur, factum instar fractionis scriptum quotum prodet. *e. g.* $\frac{2}{3}$ *diuid. per* $\frac{2}{6}$ *inuerso diuisore* $\frac{2}{3}$ $\frac{6}{2}$ *factum* $\frac{12}{6} = 2$ *indicat, diuisorem bis contineri in diuidendo.*

Demonstratio. Per diuisionem quaeritur quantorum ratio, quoties minus in maiore contineatur, (*§.* 63) haec ratio innotescit, quando fractionum eiusdem denominationis numeratores, omisso eodem denominatore, comparantur; (§. 138) sed si fractionum, inuersa altera, oppositi numeri superiores et inferiores in se ducantur, proueniunt fractionum eadem

dem denominatione gaudentium numeratores, quippe qui multiplicatione numeratoris alterius fractionis per alterius denominatorem reperiuntur, (§. 137. n. 1.) adeoque nullum est dubium, inuerso prius diuisore, numerorum oppositorum facta manifestare duarum fractionum rationem (§. 80) siue quotum.

CONSECTARIVM I.

CXLVI. Quando integer numerus diuidendus est, quia integra, subscripta illis unitate, fractionis formam assumunt, (§. 136) si inuertatur fractio diuidens, denominator huius per numerum integrum datum multiplicatus, subscripto ipsi numeratore, quotum indicabit. *e.g. 6 diuide per* $\frac{2}{4}$, *h.e.* $\frac{6}{1} \cdot \frac{4}{2} = \frac{24}{2} = 12$ *nempe dimidium in sex integris uel totis duodecies inest.*

CONSECTARIVM II.

CXLVII. Iterum mirum uideri non debet, quod quotus in hac diuisione maior prodeat diuidendo, quia quaeritur ratio fractionum inter se, et cum numeris integris comparatarum, (§. 80) nam quandocunque fractio in altera semel uel aliquoties continetur, quotus fractione improprie dicta, quae unum uel plura integra denotat, debet repraesentari. (§. 127)

PROBLEMA XXII.

CXLVIII. *Reducere fractionem quamlibet ad aequipollentem, cuius denominator datus est.*

Resolutio et Demonstratio. Quia fractio-

De fractionibus decimalibus cf. ad. arithm: p. 8

nes sunt aequales, quarum numeratores ad suos, denominatores habent similem rationem, (§. 124) postquam unius fractionis denominator et numerator, adeoque utriusque ratio, innotuit, pro dato denominatore quaeritur respondens, simili ratione numerator, per regulam auream, (§. 115.) Valet enim analogia, ut denominator fractionis ad suum numeratorem, sic denominator datus ad competentem sibi numeratorem sese habet. Quare denominator nouus per numeratorem fractionis multiplicatur, productum per denominatorem fractionis diuiditur, quotus numeratorem denominatori imponendum patefaciet, *e. g. sint* $\frac{2}{3}$ *quaero fractionem aequipollentem, cuius denominator est* 24. *sic colligo terminos*

ergo 3 : 2 = 24 : 16

$\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$.

CONSECTARIVM

CXLIX. Hoc igitur artificio potest quaelibet minutia, cuius denominator totum inusitate diuisum sistit, comparari cum parte totius, cuius alia uulgo diuisio recepta est. *Veluti si librae, quae in XII uncias diuisa est, dentur* $\frac{4}{15}$, *secundum regulam praecedentem* 12. 4 = 48. et 48 : 15 = $3\frac{3}{15}$ *siue* 3 † $\frac{1}{5}$ *dant ualorem fractionis.*

SCHOLION.

CL. *De fractionibus fractionum necessum non est, ut speciatim disseram, siquidem multiplicatis fractis numeris in se inuicem, prodeunt simplices fractiones, de quibus satis explicatum est. e. g. assumere oporteat* $\frac{2}{6}$ *ex* $\frac{4}{8}$, *factum* $\frac{8}{48}$ *siue* $\frac{1}{6}$ *profert particulam quaesitam, nempe* $\frac{1}{6}$ *est pars tertia semissis.*

CA-

CAPVT V.

DE EXTRACTIONE RADICVM QVADRATARVM ET CVBICARVM.

DEFINITIO XL.

CLI. *Numerus quadratus* est, qui fit numero quolibet in se ipsum multiplicato. *Radix* quadrati est ipse numerus, qui in se ductus quadratum puoduxit. quodratos unitatum nouem haec tabula exhibet.

Radices	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quad.	1	4	9	16	25	36	49	64	81

THEOREMA IX.

CLII. *Quadrata habent rationem duplicatam suarum radicum.*

Demonstratio. Quia quadrata fiunt ex numeris in se ductis, si duo numeri rationales, 2 : 4, habeantur pro radicibus, apparet, in analogia, ex istis rationalibus bis positis constante, 2 : 4 = 2 : 4, pro producendis quadratis, duos antecedentes et duos consequentes multiplicari, quae duo facta seruant rationem duplicatam antecedentis ad consequentem: (§. 86) ergo quadrata habent rationem duplicatam radicum suarum.

DEFINITIO XLI.

CLIII. *Extractio radicis quadratae*

est inuentio eiusdem ex numero quadrato dato.

PROBLEMA XXIII.

CLIV. *Ex numero proposito radicem quadratam extrahere.*

Resolutio. I. Numerus datus distinguatur in classes, a dextris facto initio, et cuiuis classi duae notae tribuantur.

II. Ex classe ad sinistram ultima, quadratum unitatis aequale uel proxime minus (§. 151.) subtrahatur, residuum classi sinistrae subiiciatur, et radix post lineam loco quoti ponatur.

III. Duplicatur radix inuenta, et duplum, tanquam nouus diuisor, scribatur sub sinistra nota classis sequentis, et, si duplum hoc pluribus notis constet, reliquae ulterius uersus sinistram sub numeris resoluendis ponantur.

IV. Inquiratur, quoties hic diuisor nouus in quanto resoluendo contineatur, et quotus priori adiungatur, nec non in locum uacuum classis, quae sub manibus est, sub notam nempe dextram transferatur.

V. Huius diuisoris multiplum in quotum nouum, a numero resoluendo detrahatur, et residuum, si quod supersit, sub linea notetur.

VI. Haec praxis n. 3. 4. 5. tradita toties iteretur, quot supersunt numeri resoluendi classes, et resolutio uel extractio tamdiu continuetur, donec ad finem fuerit peruentum.

VII.

VII. Si post finitam hanc diuisionem ex numero resoluendo, aliquid remanserit, nunquam quidem absoluta radix potest inueniri, attamen fractiones decimales adhuc possunt inuestigari, queis ad ueram radicis quantitatem proxime accedatur. Nempe adiiciuntur numero una, duae uel plures binarum cifrarum classes, et prior extractionis praxis continuatur. nam addita una classe cifrarum, reperiuntur residuae partes decimae, ope alterius classis cifrarum manifestantur partes centesimae, et ita porro millesimae et minutiores, si libet, indagantur.

Exemplum Cas. 1.

```
   40 | 96 (64
□  36 |
  ---------
    4 | 96
    1 | 24
      |  4
  ---------
    4 | 96
  ---------
    0 | 00
```

Exemplum Cas. 2.

```
  7 | 59 ( 27 5/10
  4 |
 ----
  3 | 59
    | 47
    |  7
 ---------
  3 | 29
 ---------
    | 30 | 00
         5 | 45
    ---------
           |  5
    ---------
        27 | 25
    ---------
         2 | 75
```

SCHO-

SCHOLION.

CLV. *Demonstratio regularum extractionis radicis tam quadratae, quam cubicae, infra in analysi dabitur. Interim illustrari potest praeceptorum ueritas examine exemplorum. Nimirum, si quotus in se multiplicatus, addito residuo, quod forte superest, restituat quantum, ex quo fuit radix extracta, praxis rite peracta fuit.*

DEFINITIO XLII.

CLVI. *Numerus cubicus* est, qui oritur, quadrato per radicem multiplicato. et *extractio radicis cubicae* est inuentio eiusdem ex cubo dato. Cubi unitatum priorum nouem tales sunt:

Radices	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Cubi	1	8	27	64	125	216	343	512	729

THEOREMA X.

CLVII. *Cubi seruant rationem triplicatam radicum suarum.*

Demonstratio. Assumtis enim duabus radicibus, 2: 4, pro numeris rationalibus, quia tres radices multiplicandae sunt pro cubo producendo, (§. 156.) sequitur, quod hoc casu etiam tres termini rationales antecedentes et tres consequentes aequales, 2:4 = 2:4 = 2:4 cubos producant, sed trium antecedentium et trium consequentium facta, seruant rationem triplicatam antecedentis ad consequentem, (§. 86) ergo cubi seruant rationem triplicatam suarum radicum.

PRO-

PROBLEMA XXIV.

CLVIII. *Ex numero proposito radicem cubicam extrahere.*

Resolutio. I. Numerus distinguitur in classes, initio facto a dextra, et unicuiuis classi tres notae tribuuntur.

II. A classe sinistra ultima subtrahitur cubus unitatis uel aequalis, uel proxime minor, ex ante proposita tabula excerpendus, residuum ipsi classi sinistrae subiicitur, et radix post lunulam scribitur. Sed haec praxis in eodem exemplo non repetitur.

III. Tum quoti uel radicis triplum assumitur, triplum uero per ipsam radicem multiplicatur.

IV. Sub nota dextra classis sequentis unitas ponitur, sub media quoti triplum, sub tertia factum ex quoto et triplo scribitur.

V. Hi infra scripti numeri habeantur instar diuisorum, et quaeratur, quoties a superioribus detrahi possint, debet tamen hic ratio haberi factorum sequentium, et summae ex illis colligendae quotus repertus priori post lunulam adiungatur.

VI. Nouus quotus sinistro loco scribitur etiam e regione facti ex triplo prioris quoti in ipsum quotum, quadratum eius ponitur supra factum e regione tripli prioris quoti, supra quadratum denique cubus noui quoti e regione unitatis collocatur.

VII. Numeri oppositi in se inuicem multipli-

pli-

plicantur, et facta adduntur, ſumma ex notis cubi imminentibus detrahitur, et reſiduum ſub linea ſcribitur.

VIII. Reſiduo additur claſſis ſequens uerſus dextram, et continuatur pragmatia, donec ad finem perueniatur.

IX. Si poſt reſolutionem omnium claſſium reſiduum aliquod ſuperſit, id quidem docet, numerum cubicum non eſſe, et radicem exactam reperiri non poſſe; attamen, ſi uiſum fuerit operae pretium, addantur una uel plures claſſes trium cifrarum, et, continuata, uti ante factum fuit, extractione, fractiones decimales, quae quotum accuratius definiant, indagentur.

	157	464	(54
	125		
	32	464	
Cub.	64··	··1	
□	16··	15	Triplum
R.	4·7	5	Factum
	30	0	
	2	40	
		64	
	32	464	
	00	000	

SCHOLION.

CLIX. *Huius quoque praxis examen inſtituitur, aſſumto cubo radicis, et addito reſiduo, ſi quod ſupereſt,*

ita

ita enim restituitur numerus, ex quo extractio facta fuit.

CAPVT VI.

DE REGVLIS ARITHMETICAE PRACTICAE.

DEFINITIO XLIII.

CLX. *Regulae arithmeticae practicae* sunt, quarum ope, adhibita proportionum doctrina, uariae quaestiones, quae circa rerum singularium comparationem subinde occurrunt, soluuntur.

SCHOLION.

CLXI. *Harum regularum uulgo quatuor laudantur. prima proportionum, altera societatis, tertia alligationis, quarta positionis. Verum patescet ex sequentibus, tres posteriores a prima dependere, et ex huius compositione et repetitione enasci.*

DEFINITIO XLIV.

CLXII. *Regula Trium siue aurea*, cuius iam supra §. 117. feci mentionem, est, qua tribus datis numeris proportionalibus, quartus quaeritur. est uel *directa*, cum datis tribus prioribus quaeritur quartus; *inuersa* uel *reciproca*, cum datis tribus posterioribus primus indagatur.

CONSECTARIVM I.

CLXIII. Haec igitur regula tantum locum

habet

habet in comparatione quantorum, quae geometricam rationem seruant. Veluti cum in emtione uenditione res cum pretio comparantur.

CONSECTARIVM II.

CLXIV. Inuersa autem regula sigillatim tum demum adhibetur, quando res comparandae *reciprocam* habent *rationem*; quae quidem tum adesse dicitur, si duae rationes sic inter se componuntur, ut dum in prima ratione consequens respectu antecedentis crescit, in secunda consequens eadem proportione ad antecedens decrescat, uel uicissim. Veluti si numerus operariorum componatur cum tempore, quod ad opus perficiendum impendunt, inuersa obtinet ratio, quia pauci operarii longiore tempore, plures operarii breuiore tempore opus absoluere debent. nam si 6 operarii opus conficiunt intra 8 dies, sequitur quod 12. operarii idem opus intra 4 dies ad finem perducere possint.

PROBLEMA XXV.

CLXV. *Regulae aureae directae leges et casus explicare.*

Resolutio I. Quia in regula directa ex tribus primis quaeritur quartus, ideo ex datis tribus duo ultimi multiplicentur, et factum per primum diuidatur, quotus indicabit quartum (§. 115)

II. Casus praecipue sunt tres. *primum* enim

ter-

termini simplices tres; deinde termini ex pluribus simplicibus compositi miscentur; denique numeri fracti uel soli, uel cum integris misti occurrunt. Hi omnes exemplis in lectionibus proferendis uberius illustrantur.

CONSECTARIVM.

CLXVI. Cum itaque in regula aurea res omnis redeat ad comparationem proportionalium, dum infertur, ut primus se habet ad secundum, ita tertius ad quartum; uel permutata ratione (§. 112) ut primus ad tertium, ita secundus ad quartum; et praeterea constet, quod, si rationales numeri per eundem diuidantur, proueniant quoti, qui eandem quam numeri diuisi, seruant rationem, (§. 120) sequitur, quod compendiosior reddi possit regulae aureae tractatio, si primus et secundus, uel primus et tertius, per communem diuisorem ad minores terminos, quorum expeditior sit multiplicatio et diuisio, reducantur. *e. g.* $60 : 40 = 24 : 16$. *diuisis terminis primis per* 20. *alia aequipollens analogia habetur*: $3:2 = 24:16$ *uel diuisis primo et tertio per* 12, *talis formula prodit*. $5:40 = 2:16$. Hanc reductionem numerorum compositorum ad primos arithmetici numerant inter compendia *praxeos italicae*, quibus etiam multiplicationem et diuisionem heterogeneorum, quae per factores uel partes breuius instituitur, accensent. De qua iam supra exposui, (§. 76. 77.)

PROBLEMA XXVI.

CLXVII. *Regulae trium inuersae leges explicare.*

Resolutio primo. Multiplicantur termini duo primi et factum diuiditur per tertium, quotus dabit primum quaesitum. (§. 116)

Casus cum iis, quos praecedente problemate memoraui, conueniunt, nisi quod reciproca uel inuersa ratio in rebus ipsis occurat.

	oper.	dieb.	oper.
Exempl.	40 —	24 —	60

Fiat 40.24 = 960 : 60 = 16 *dies.*

Resolutio secunda. Si terminus ultimus primo praeponatur, exemplum soluitur regula directa. quia qualem rationem operarii multi ad paucos habent, talem etiam tempus longius ad breuius seruat. *e. g.* 60 : 40 = 24 : 16.

SCHOLION.

CLXVIII. *Examen utriusque regulae aureae, praxi conuersa peragitur, qua inuentum pro dato, et antea datum, pro inueniendo habetur.*

DEFINITIO XLV.

CLXIX. *Regula aurea composita* est, secundum quam ex terminis quinque datis sextus inuestigatur. Iterumque uel est *directa*, in qua directa ubique rerum proportio est, uel *inuersa*, ubi res, quae reciprocam rationem habent, miscentur.

PROBLEMA XXVII.

CLXX. *Regulae compositae directae leges explicare.*

Re-

Resolutio prima. Quoniam tali exemplo duplex inest analogia directa, bis adhibeatur regula trium. nempe in prima assumantur res, omissis circumstantiis, in secunda inter circumstantias ponatur medio loco numerus quartus modo inuentus, et quotus indicabit sextum quaesitum. e. g. *9. operarii intra 3 dies 6 perticas cubicas ualli congerunt, quot perticas operarii 12 intra quatuor hebdomades, siue 24 negotiosos dies congmentant? primo inferatur:*

9 — 6 — 12 f. 8 perticae.

deinde assumtis circumstantiis

3 — 8 — 24 f. 64 perticae.

Resolutio secunda. Verum compendiosior est solutio, si res per suam circumstantiam multiplicetur, et deinceps una regula aurea directa quartum inuestigetur: *nempe si 9 operarii 6 perticas intra triduum congerunt, triplicato eorum numero 27 operarii intra unum diem idem opus peragunt, et 12 operarii intra 24 dies idem absoluunt, quod 12. 24 = 288 intra unum diem perficere debebant. hinc talis erit analogia:*

27 — 6 — 288 — 64

PROBLEMA XXVIII.

CLXXI. *Regulae compositae inuersae leges explicare.*

Resolutio. Ante omnia attendatur, utrum inter res propositas intercedat proportio reciproca, et tum uel duplici regula aurea, altera directa, altera inuersa, quaestio soluatur, uel,

quod eodem recidit, inuerse fiat multiplicatio rerum et circumstantiarum. nempe res prima per circumstantiam ultimam, res ultima per circumstantiam primam multiplicetur, eoque facto una regula aurea directa quartum incognitum quaeratur. *e. g. dixi antea* §. *164. inuersam reddi rationem, quando componitur numerus operariorum cum tempore, quare quaestio praecedente problemate tractata statim suppeditabit exemplum regulae compositae reciprocae, si ita termini ponantur. 64 perticas intra 24 dies 12 operarii congerunt, quaeritur numerus operariorum, qui 6 perticas intra 3 dies component.*

64 — 24 — 12 — 6 — 3.

analogia prima directa omissis circumstantiis est talis:

pert. oper pert oper.

64 — 12 — 6 — $1\frac{1}{8}$

analogia uero secunda reciproca est, quia longo tempore pauci, breui tempore multi operarii opus perficiunt:

dieb. oper. dieb. oper.

24 — $1\frac{1}{8}$ — 3 — 9

Porro si una regula directa cupias finire calculum, fit inuersa multiplicatio circumstantiarum, et termini prodeunt tales:

$64 . 3 = 192$ et $6 . 24 = 144$.

Hinc analogia directa componitur:

perticas oper. pert. oper.

192 — 12 — 144 — 9

Prodit ergo numerus operariorum antea assumtus.

DE-

DEFINITIO XLVI.

CLXXII. *Regula societatis* uel *Consortii* appellatur, cuius adiumento commune lucrum uel damnum, inter plures, rem uel negotium commune habentes, distribuitur.

CONSECTARIVM.

CLXXIII. Quoniam igitur tanto amplius lucrum uel damnum in socium redundat, quanto ille in maiorem totius summae portionem ius habet, sequitur, quod cognita summa, quae lucrum uel iacturam fecit, et data ipsius lucri uel damni quantitate, ope regulae aureae inueniatur, quantum ex lucro uel damno cedat illi, qui certam summae partem contulit.

PROBLEMA XXIX.

CLXXIV. *Regulae societatis leges explicare.*

Resolutio. I. *Casus primus. quando sola collata, sine addito tempore, cum lucro medio comparantur:* assumatur summa collatorum, et inferatur: Ut summa tota ad lucrum totum, ita pars summae siue collatum unum, ad portionem lucri, quae illi debetur. et haec illatio toties repetatur, quot sunt collata, *e. g.*

A. 24.
B. 36.

60 Summa. 12 Lucrum

Illat. 1) $60 : 12 = 24 : 4\frac{4}{5}$ A. Lucr.
2) $60 : 12 = 36 : 7\frac{1}{5}$ B. Lucr.

II. *Casus secundus. Quando collatis adhaerent*

rent diuersa tempora; collata singula, per sua tempora multiplicentur, adhibitaque summa factorum, quaeratur portio proportionata unicuiuis collato, siue facto ex pecunia collata et tempore, et analogia toties, quot sunt collata, repetatur. Euidens enim est, quod multiplicatione collatorum per tempus, omnia ad idem tempus reuocentur. nam qui simplum per biennium contulit, is si duplum dedisset, uno anno idem lucraretur, si quidem, quod hic supponimus, uniforme lucri incrementum decrementumue eueniat, uel ex consensu eorum, quorum interest, contigisse censeatur.

e. g. A. 24. 3 annis
B. 36. 6 annis; Lucrum 18.

72
216

288 Summa.

infer. 1) 288 : 18 = 72 : $4\frac{1}{2}$ Lucr. A.
2) 288 : 18 = 216 : $13\frac{1}{2}$ Lucr. B.

CONSECTARIVM.

CLXXV. Si partes lucri, quae proueniunt, collectae in summam, lucrum ante datum iterum componunt, praxeos rite tractatae documentum habetur.

SCHOLION.

CLXXVI. *Regula positionis et alligationis uno uel altero exemplo in lectionibus declaranda est. praeterea admonendum hic puto, priorem, post analysin inuentam, nullum amplius usum hodie habere, in altera*

uero

tero subinde nodos occurrere, quorum solutio etiam prouectioribus arithmeticis negotium facessit. uid. Tacqueti arith. pr. IV. 4. 5. Wallis op. T. II. c. 58.

CAPVT VII.

DE LOGARITHMIS.

DEFINITIO XLVII.

CLXXVII. *Logarithmi* uocantur numeri aequidifferentes, qui a cifra incipiunt, et numeris continue proportionalibus ab unitate principium ducentibus adiunguntur. e. g.

Logarithmi	o. 1. 2. 3. 4. 5. 6
Proportionales.	1. 2. 4. 8. 16. 32. 64.

CONSECTARIVM I.

CLXXVIII. Denominatio logarithmi, quasi λόγων ἀριθμοῦ, perquam apta est, si quidem per logarithmos numerorum proportionalium distantia ab unitate indicatur.

CONSECTARIVM II.

CLXXIX. Summa autem logarithmorum talem inter logarithmos profert numerum, inter quem et cifram duo additi medii sunt. nam, in aequidifferentibus siue arithmetice rationalibus continuatis, summa mediorum est aequalis summae extremorum. (§. 103.)

THEOREMA XI.

CLXXX. *Summa logarithmorum pro-*

dit logarithmum facti numerorum duorum proportionalium.

Demonstratio. Cum enim in multiplicatione, qualem rationem habet unitas ad multiplicantem, talem quoque habeat multiplicandus ad factum, (§. 57.) apparet, in tali analogia factores duos medios esse inter unitatem et factum (§. 114.) Verum antea dixi, logarithmos additos monstrare numerum, inter quem et cifram duo additi iacent medii (§. 179.) ergo cum cifra sit logarithmus unitatis, (§. 177.) tales medii aequidifferentes respondent duobus proportionalibus inter unitatem et factum mediis, et quia unitas non multiplicat, (§. 57.) factum respondet logarithmorum, qui factoribus adiuncti sunt, summae.

CONSECTARIUM I.

CLXXXI. Vicissim in diuisione, subtracto logarithmo diuisoris, a logarithmo diuidendi, remanet logarithmus quoti. siquidem diuisor in quotum multiplicatus diuidendum producit (§. 66.)

CONSECTARIUM II.

CLXXXII. Et quia quadratus numerus fit multiplicatione radicis in semetipsam, (§. 151) eiusque adeo factores aequales sunt, oportet logarithmum quadrati dimidium sumere, pro logarithmo radicis. Vel logarithmus radicis duplicandus est pro logarithmo quadrati.

CONSECTARIUM III.

CLXXXIII. Similiter, quia cubus habet tres facto-

factores aequales, (§. 156.) eius logarithmi pars tertia patefaciet logarithmum radicis et logarithmus radicis triplicatus logarithmum numeri cubici restituet.

CONSECTARIVM IV.

CLXXXIV. Denique in regula aurea directa, ubi duo ultimi multiplicantur, et factum per primum diuiditur, si logarithmis uti liceat, addendi sunt logarithmi duorum ultimorum numerorum, et a summa subtrahendus, est logarithmus primi, residuum dabit logarithmum quarti proportionalis.

SCHOLION.

CLXXXV. *Proprietates logarithmorum pridem perspexit MICH. STIEFELIVS, explicuitque in arithmetica Lib. I. c. 4. Lib. 3. c. 5. conf. WOLFII Lex. Math. p. 822. Verumtamen, ut utilis esset haec proprietas, et ad facilitandam multiplicationem et diuisionem maiorum numerorum conduceret, effecit primus JO. NEPERVS Baro Merchistonii Scotus, cuius mirifici logarithmorum canonis descriptio prodiit Edinburgi a. 1614. 4. (quamuis KEPLERVS in praec. Tab. Rudolph. c. 3. contendat, Justum Byrgium multis annis ante editionem Neperianam logarithmorum inuentionem et usum nouisse, sed hominem cunctatorem foetum in partu destituisse.) Deinceps hortatu Neperi HENR. BRIGGIVS Prof. Oxoniensis logarithmos et concinniores reddidit, et uiginti eorundem chiliades in arithmetica logarithmica uulgauit, quos denique ADR VLACCVS ulterius amplificauit et centum logarithmorum chiliades in eruditi orbis lucem Goudae. a. 1628. f. sub titulo arithmeticae logarithmicae protulit. Quin ipse VLACCVS, et post eundem STRAVCHIVS et alii, contractiores logarithmos, tam uulgarium numerorum, quam sinuum et tangentium*

tium, tabulis complexi sunt, quales sub finem quoque huius libri dedi. sed ne artificium, quo logarithmi reperti sunt, lateat; breuiter idem sequente problemate describam.

PROBLEMA XXX.

CLXXXVI. *Inuenire logarithmum nouenarii.*

Resolutio. I. Assumantur proportionales numeri decuplam continue rationem seruantes, cum inscriptis logarithmis

0. 1. 2. 3.
1. 10. 100. 1000. etc.

II. Tum augeantur et superiores et inferiores numeri aliquot cifris, ut fractiones, quae hic uitari non possunt, tanquam maximorum numerorum minutias sine notabili errore praetermittere liceat;

0. 00000000 1. 00000000
1. 00000000 10. 00000009

III. Inter proportionales primum et ultimum, unitatem nempe et denarium, quibus cifrae octo adscriptae sunt, quaeratur medius, numeris hisce in se multiplicatis, et ex facto extracta radice quadrata. (§. 118. 154.) praeterea summa assumatur logarithmorum 0. 00000000 et 1. 0000000 et huius dimidium medii proportionalis logarithmum manifestabit. (§. 103. 177)

IV. Sed quia medius ille extractione radicis inuentus 31622777, nimis adhuc a nouena-

rio

rio, totidem, quibus duo extremi, cifris aucto 9, 00000000, distat, eodemque multo minor est, ideo inter illum et extremum maiorem 10, 00000000, denuo medius, ipsique respondens, logarithmus eodem, quod nunc descripsi, artificio, inuestigentur, et haec praxis tamdiu continuetur, donec uiginti septem mediis, eorumque logarithmis repertis, nouenarius, totidem, quibus extremi duo gaudent, cifris auctus 9, 00000000, deprehendatur, huiusque logarithmus 0. 95424257 pro nouenario seruetur.

SCHOLION.

CLXXXVII. *Numeros, quos, suscepta aliquando longi huius problematis solutione, ad exemplum aliorum, quos b. Hambergerus olim Jenensis academiae matheseos professor celebratissimus, et praeceptor meus, de me meisque studiis optime meritus, mecum beneuole communicauerat, reperi et exegi, in dissertatione de analysi triangulor. planor. p.* 10. 11, *uulgaui.*

CONSECTARIVM I.

CLXXXVIII. Eodem modo numeri binarii et septenarii logarithmus indagatur.

CONSECTARIVM II.

CLXXXIX. Sed datis logarithmis numerorum 1. 2. 7. 9. 10. reliquarum unitatum intermediarum logarithmi ex his facile componuntur. nam 9 est quadratus ternarii, et dimidium logarithmi eiusdem, logarithmum ternarii aperiet (§. 182.) 10:2 = 5, ideoque a logarithmo denarii detrahitur logarithmus binarii, residuum est logarithmus quinarii, (§. 181) logarithmus senarii fit additis logarith-

mis

mis 3 et 2, quia 3. 2 = 6. (§. 180) denique logarithmus octonarii prouenit additis logarithmis 2 et 4, quia 2. 4 = 8. (§. 180) similiter in progressu aliorum numerorum logarithmicorum inuentio facilitatur, quae omnia ex natura logarithmorum in principio huius capitis declarata patent.

DEFINITIO XLVIII.

CXC. *Nota characteristica* logarithmorum est primus numerus, a reliquis puncto seiunctus, qui indicat, ad quam classem, e. g. unitatum, decadum, centenariorum, etc. logarithmus spectet.

CONSECTARIVM I.

CXCI. Scilicet, seruata proportione decupla, omnes unitates infra decem, habent pro charactere cifram, decades usque ad centenarium, logarithmum auspicantur ab unitate. inde ad mille unitates characteristica est binarius. et sic in reliquis.

CONSECTARIVM II.

CXCII. Numeri igitur, qui in fine cifra augentur, tantum differunt characteristica. *e. g. 6, habet logarithmum* 0. 7781512. *sed logarithmus* 60 *erit* 1. 7781512.

GEO-

GEOMETRIA

CAPVT I

ΕΥΘΥΜΕΤΡΙΑ SIVE DE DIMENSIONE LINEARVM.

DEFINITIO I.

I. *Geometria* est ſcientia magnitudinis ſiue ſpatii, in longum, latum, et profundum extenſi.

DEFINITIO II.

II. Extenſionis enim ſiue quantitatis continuae tria ſunt genera. I. *Linea*, ſiue ſola longitudo et ſimplex extenſio in longum, latitudine carens. II. *Superficies*, extenſa in longum et latum, quae motu lineae generatur, et lineis tanquam finibus clauditur. III. *Corpus*, uel ſolidum, extenſum in longum, latum, et profundum; ſiue ſpatium, quod motu alicuius ſuperficiei definitur et ſuperficiebus undique terminatur.

DEFINITIO III.

III. Hae tres extenſi ſpecies, longum, latum et profundum, dicuntur *tres* magnitudinis *dimenſiones*.

CONSECTARIVM.

IV. Quare linea unam dimenſionem, ſuperficies duas, ſolidum tres dimenſiones habet.

DEFI-

DEFINITIO IV.

V. Tres ſpecies extenſionis argumentum tribus geometriae partibus ſubminiſtrant. Prima, *Euthymetria*, agit de lineis, cuius portio eſt *Trigonometria*, ſiue ars, ſoluendi uarias circa triangula quaeſtiones; altera pars, *Epipedometria*, dimenſionem ſuperficierum; tertia, *Stereometria*, dimenſionem ſolidorum docet.

SCHOLION.

VI. *Etiam in geometriae tractatione theoria cum explicatione praxeos rectiſſime coniungitur, tum ut uſus ueritatum ſtatim commonſtretur, tum ut problematum ſoluendorum leges ex ueritatibus paulo ante traditis luculentius intelligantur. idemque inſtitutum in his elementis obſeruabitur.*

DEFINITIO V.

VII. *Punctum* dicitur terminus lineae.

SCHOLION.

VIII. *Puncti igitur nomen uocabulum technicum eſt, deſignando lineae cuiuslibet extremo tributum, quemadmodum ex ipſa operis Euclidei definitione tertia elucet, ubi extrema lineae puncta uocantur, et deſcriptio prima, qua punctum dicitur, cuius pars nulla eſt, quae a multis reprehenditur, ex tertia eiusdem Euclidis definitione declarari debet.*

DEFINITIO VI.

IX. *Linea recta* eſt, quae ex aequo inter ſua interiacet puncta, ſiue cuius omnes et ſingulae partes ſimiles ſunt, et in idem punctum extremum ſine ambage diriguntur. *Curua*, eſt cuius partes inter puncta extrema

trema ex aequo non interiacent. Ortus lineae puncti insecabilis motu, quem cogitatione fingimus, solet illustrari.

CONSECTARIVM.

X. Linea ergo recta breuissima est extensio inter duo puncta.

HYPOTHESIS I.

XI. *Quia pro lineis maioribus metiendis minores quaedam tanquam mensurae adhibendae sunt, (§. 3. proleg.) necessum est, ut hae accurate definiantur. Itaque in geometria pro mensura linearum habeatur* decempeda, *siue pertica in decem* pedes *diuisa, pedi iterum decem* digiti *uel* pollices, *et digito decem* lineae *uel* grana *tribuantur. signum perticae sit o. pedis I. digiti II. lineae III.*

SCHOLION I.

XII. *Huius decempedae magnitudo ut certa sit, prius determinanda est longitudo pedis; sed haec moribus utentium diuersa admodum inualuit, quamobrem dederunt operam artifices, ut pedum passim usitatorum proportionem cognitam perspectamque haberent. qua in re pridem elaborauit* VILLEBRORDVS SNELLIVS *Eratosthenis Bataui Lib. 2. c. 2 et 4 contendit idem p. 150 pedem Rhinlandicum siue Leidensem Romano ueteri parem esse, diuisoque pede Rhinlandico in partes 1000, reliquis partes similes respondentes assignat. Verum cum ipse Snellius palam fateatur, p. 141, se accuratas plerorumque pedum exterorum mensuras obtinere non potuisse, non licet in numeris ab ipso indicatis acquiescere. Proferam igitur nonnullorum*

pedum

pedum rationes ab aliis repertas. Pedis Londinensis et Parisini ratio 15:16 nota est. Comparationem pedis Parisini et antiqui Romani GASSENDVS in V. Peiresc p. 131. numeris 1000. et 906 expressit. HEVELIVS proleg. Selenogr. p. 12. proportionem pedis Gedanensis, Rhinlandici et Parisini habet 914:1000:1055. PICART itin. Vranib. p. 2. pro ratione pedum Parisini, Leidensis et Hafniensis hos numeros affert, 720: 696: 709. J. C. EISENSCHMID de ponder. et mensur. uet. Rom. Gr. et Hebr. p. 93. sq. pedum Parisini, Rhenani, Londinensis, et Romani, tales proportiones habet: 1440. 1391. 1350. 1320. BEYER in museo Sinico, praef. p. 134. Sinici et Parisini pedum rationem laudat 676: 639 add. L. LE COMTE Nouv. Memoir. sur l'estat present de la Chine. T. II. p. 82. Comparationem pedis Romani cum aliis celebrioribus instituit Ricciolus geogr. reform. L. 2. c. 7.

SCHOLION II.

XIII. *Cognita pedum duorum ratione, et summa pedum, quam linea quaedam continet, potest inueniri numerus alterius generis pedum, qui eadem linea capiuntur. Sed pro soluendo hoc problemate, adbibenda est regula aurea inuersa (§. 166. arith.) quia quanto maior est alicuius pedis longitudo, tanto minor pedum illorum numerus ab aliqua linea continetur. e. g. ratio p. Lond. et Paris. est 15:16 dantur 500 pedes Londinenses, quaeritur aequipollens numerus pedum gallicorum. inferendum est reciproce 16:15 = 500: 468 $\frac{3}{4}$*

SCHOLION III.

XIV. *In Saxonia pes Dresdensis et Lipsiensis prae ceteris celebrantur. et quindecim pedes Lipsienses componunt perticam Saxonicam. pes uero noster in 12 pollices secatur. In usus practicos etiam haec et alia quaeuis pertica in decem partes, et decima pars in denos digitos dispesci solet.*

SCHOLION IV.

XV. *Geodaeta, qui in campo lineas metiri recte*

cupit,

cupis, ad manus habeat CATENAM METATORIAM, ex filis oricbalceis uel ferreis mediocris spissitudinis, quae singula pedem unum uel dimidium longa sint, sic compositam, ut minimum quinque perticas, signis suis diuisas, complectatur. caueat uero a funiculis, qui, etiamsi oleo tincti fuerint, contractioni tamen et diductioni uarie sunt obnoxii.

CONSECTARIVM.

XVI. Illud autem ex hypothesi proposita dilucide apparet, quod cum species mensurarum geometricarum eandem, quam numeri uulgares, proportionem decuplam seruent, earundem additio, subtractio, multiplicatio et diuisio hoc adminiculo egregie facilitentur, quia reductio sine ullo labore fieri potest. e. g. 2°, siue duae perticae, sunt 20′ uiginti pedes, uel 200″ ducenti pollices etc. Sint ergo addendi numeri, 2°, 3′. et 4°, 7′, 6″., reducitur primus ad speciem, quae in secundo occurrit, minimam, addita cifra, et deinde fit additio, obseruata ratione decupla. 2°; 3′, 0″ † 4°, 7′, 6″ = 7°, 0′, 6″. eodem modo fit etiam subtractio. similiter multiplicatio et diuisio decimalium, per numeros abstractos uel uulgares, non differt a praxi simili numerorum uulgarium. Reliqua in secundo et tertio geometriae capite suis locis explicabuntur.

DEFINITIO VII.

XVII. *Circulus* est linea curua, quae (F. I. a lineae rectae AC, in C affixae, et circa hoc

 pun-

punctum in orbem circumductae, extremo puncto A deſcribitur.

DEFINITIO VIII.

XVIII. Punctum in circulo medium C *centrum*; ipſa curua circularis *περιφέρεια*, ſiue *circumferentia*, linea quaeuis recta B C D, ab uno peripheriae puncto ad oppoſitum D per centrum C deſcripta, circulumque, per cuius medium ducitur, biſariam ſecans, *diameter*, dimidia illius pars A C *ſemidiameter* ſiue *radius*, denique recta E F, a puncto peripheriae ad aliud quoduis eiusdem peripheriae punctum oppoſitum producta, *chorda* uel *ſubtenſa* dicitur.

CONSECTARIVM I.

XIX. Omnia ergo peripheriae puncta aeque abſunt a centro.

CONSECTARIVM II.

XX. Et radii unius circuli ſunt aequales; aequales quoque radii aequales circulos efficiunt.

CONSECTARIVM III.

XXI. Super recta autem linea B D, aſſumto in eadem centro C, tantum poteſt deſcribi ſemicirculus. Demonſtrationem huius propoſitionis a Thalete compoſitam ex Proclo affert *Clauius* ad Eucl. Lib. I. def. 17.

HYPOTHESIS II.

XXII. *Omnis circuli circumferentia a* geo-

geometris diuiditur in 360 *partes* (*) *aequales, quae gradus appellantur. Quamobrem* semicirculo 180, quadranti, *uel quartae parti circuli*, 90 *gradus tribuuntur*. gradus *quilibet capit* 60 scrupula, *siue* minuta prima, *primum quoduis* 60 secunda *continet. Character graduum est* o. *minuta prima una uirgula I, minuta secunda, duabus II, tertia, tribus uirgulis III, designantur.*

DEFINITIO IX.

XXIII. *Parallelae* lineae sunt, (F. 2. 3. quae quousque libet continuatae semper eandem distantiam seruant. Circuli paralleli sigillatim uocantur *concentrici*, quia ex eodem centro disparibus radiis describuntur.

CONSECTARIUM.

XXIV. Lineae rectae parallelae quousque libet ex utraque parte productae, in neutram sibi mutuo incidunt, uel concurrunt.

PROBLEMA I.

XXV. *Data distantia parallelarum* (F. 4. *ipsas ducere.*

Resolutio. Super linea recta AC assumitur data distantia parallelarum circino, positoque pede circini in linea AC, illo interuallo tan-

(*) Antiquitas huius partitionis patet ex *Plinio* H. N. L. 2. c. 23. *Ptolemaeo* magn.

quam radio describuntur arcus B, et D, et regula horum extremis imponitur, et linea BD ducitur, quae alteri erit parallela. (§. 19.) Q. E. F.

SCHOLION.

XXVI. *Fiunt etiam parallelae ope duarum regularum transuersis uinculis copulatarum. nec non beneficio tabulae delineationum*, (Germ. *Reisbret*) *uerum haec raro ab arculariis perfecte paratur.*

DEFINITIO X.

XXVII. Parallelis lineis opponuntur *in-*
F. 5.) *clinatae* et *conuergentes*, AB et CD,
quae alibi plus, alibi minus distant. item
F. 6.) *concurrentes* EF, GF, quae in uno
puncto concurrunt. *contingentes*, recta et
F. 7. 8.) curua, uel duae curuae, quae in uno
puncto ita iunguntur, ut continuatae altera
F. 9.) alteram non secet. denique *secantes*,
quae se inuicem plane penetrant.

DEFINITIO XI.

XXVIII. *Angulus* dicitur duarum linearum concurrentium alterius ad alteram in-
F. 10. 11.) clinatio, qualis oritur, cum duae lineae AC, BC, in puncto C connexae, motu circulari ita a se inuicem diductae sunt, ut centrum motus sit in puncto concursus. Is angulus est *rectilineus* et *planus*, quando duae rectae eum claudunt, *curuilineus* uel *sphaericus*, quando inter duos arcus circuli interiacet. Latera, quae angulum continent, illius *crura* dicuntur, et punctum C, in quo crura concurrunt, *uertex anguli* nominatur.

CONSECTARIVM I.

XXIX. *Anguli quantitas innotescit, quando magnitudo arcus circularis A B determinatur, et quo maior minorue hic est arcus, eo etiam maior minorue est angulus ipsi respondens. anguli autem aequales, arcubus quoque uel mensuris aequalibus gaudent.*

CONSECTARIVM II.

XXX. *Seruata linearum inclinatione, si crura anguli producantur uel curtentur, illius quantitas nec augetur nec minuitur.*

SCHOLION I.

XXXI. *Disputatum etiam est de angulo CONTACTVS u, quem arcus circuli cum linea tangente intercipit, utrum angulis possit accenseri. Affirmabat quaestionem CLAVIVS, negabat PELETARIVS. et huic merito adstipulamur, quia talis non est angulus contactus, qui mensuram patiatur. WALLIS Op. T. I. p. 605. nec iuuatur Clauius definitione EVCLIDIS, qui I. def. 8. uocat angulum γραμμῶν κλίσιν, inclinationem linearum, siquidem ex sequentibus eiusdem libri propositionibus perspicue intelligitur, Euclidi de angulo, qui arcu mensuratur, ubique sermonem esse. conf. TACQVET. Elem. geom. L. III. prop. 16.* (F. 12.

SCHOLION II.

XXXII. *Quando angulus designatur tribus literis, quae lineis angulum capientibus adscriptae sunt, illa litera medio loco ponenda est, quae uertici anguli adiacet.* Cujus fig. 10 angulus. ACB. BCA non ABC)

SCHOLION III.

XXXIII. *Ut solutio problematum geometriae practicae melius intelligatur, libet hoc loco paucis describere organa praecipua, quibus geodaetae utuntur, omis-*

sis interim figuris, quia eadem in lectionibus coram ob oculos ponere, et de compositione et usu uberius tum disserere satius duco.

I. *Primum quidem praxi geometriae operam daturus curet, ut ad manus sit* CAPSVLA, *qua duo* CIRCINI, *quorum alteri pedes nonnulli mobiles aptari possint, nec non penna, semicirculus in gradus integros et dimidios diuisus,* (TRANSPORTATORIVM *uulgo uocant*). NORMA, *cui scalae, et pollicum quorundam pedum celebriorum mensurae inscriptae sunt, item* PARALLELISMI ORGANON (§. 25.) *continentur.*

II. *Deinde paranda est* MENSVLA *quadrangularis, latere sesquipedali, sic innixa tripodi, ut ad situm horizonti parallelum et uerticalem facile accommodetur.*

III. *In hac mensula, ut lineae uisis in campo respondentes describantur,* REGVLA *necessaria est, lignea uel orichalcea, cui pinnacidia uel* DIOPTRAE, *affixae sunt, quarum rimae extremae regulae lineae imminent.*

IV. *Praeterea etiam* BACVLI *aliquot quinque pedes longi, infra ferreis cuspidibus armati, in promtu sint, qui signandis in campo lineis inseruiunt.*

V. *De* CATENA METATORIA *iam dixi* §. 15.

VI. *Porro, ut instrumenta situ horizontali et uerticali ponantur,* LIBELLA, *itemque filum, e quo* PONDVSCVLVM *pendet, adhiberi debent. Libella multis modis fieri potest. facillimus est, si ex altero normae latere pondus paruum a filo suspendatur, quod dum lineae perpendiculari imminet, situm horizontalem baseos manifestat. quemadmodum de hac re infra in hydraulica latius dicetur.*

VII. *Tametsi autem paucis hisce et parabilibus instrumentis mensiones camporum institui peragique possint, aliquando tamen opportunum est, angulorum quoque magnitudines, graduum, quos continent, numero definire. Idque efficitur* CIRCVLO *uel* SEMICIRCVLO *in gradus, et graduum sextas uel denas partes diuiso, cui duo dioptrarum paria, alterum mobile,*

(re-

(regula haec mobilis dioptras gestans *albidada* dicitur) *alterum immobile, imminent. ASTROLABIVM uulgo hoc organon uocant, quia similia olim astris spe-culandis fuerunt adhibita.*

VIII. *Astrolabio solet affigi compassus, siue PYXIS MAGNETICA, in qua acus, magnetica uirtute imbuta, intra circulum in gradus diuisum, fulcro innititur. quae tum ad plagas mundi, tum ad angulorum magnitudines inueniendas idonea est.*

IX. *Paratur etiam talis capsula magneticam acum continens, et dioptris duabus immobilibus super linea meridiana erectis, instructa, absque astrolabio. et BOVSSOLE uocatur.*

X. *Denique metiendis angulis, quorum crura in altum diriguntur, inseruit QVADRANS siue quarta circuli pars, in nonaginta gradus, et minutiores graduum partes secta, dioptris et pondere e filo pendente gaudens. Sed de his aliisque organis ex instituto agit NICOLAVS BION libro peculiari de constructione et usu instrumentorum mathematicorum, quem ex gallico in germanicum idioma transtulit, egregiisque accessionibus locupletauit Clariss. DOPPELMAYERVS et sub tit. der mathematischen Werckschule uulgauit Norimbergae a.* 1713. 1717. 1723. 4. *gallice prodiit Parisiis.* 8. 1709.

DEFINITIO XII.

XXXIV. *Angulus rectus* fit, cum (F. 13. recta linea A B, super altera C D sic consistit, ut in neutram inclinet partem. Recta AB sic alteri insistens dicitur *perpendicularis* uel *normalis*.

SCHOLION.

XXXV. *Instrumentum ex duabus regulis perpendicularibus, quae angulum rectum continent, factum, NORMA uocatur* (§. 33.) *illius inuentorem Pythagoram laudat VITRVVIVS L.* 9. c. 2.

THEOREMA I.

XXXVI. *Mensura anguli recti est quadrans, siue arcus 90. graduum.*

F.20.) *Demonstratio.* Dum enim linea CD perpendiculariter super altera AB erecta in neutram partem inclinat, efficit utrimque angulos ACD, DCB aequales, (§. 28.) sed super linea AB, assumto in eadem centro C, tantum potest describi semicirculus, (§. 21.) ergo utrimque angulo recto C pro mensura respondet arcus semicirculi dimidius, siue quadrans. (§. 22) Q. E. D.

DEFINITIO XIII.

F.14.) XXXVII. Angulus recto maior CDB *obtusus*, sed CDA recto minor *acutus* appellatur. duo hi etiam *obliqui anguli* dicuntur.

PROBLEMA II.

XXXVIII. *Perpendicularem lineam ducere.*

F.15.) *Resolutio I.* In linea AB ex puncto C erigendum est perpendiculum. Sumantur circino utrimque a puncto C aequales partes AC, CB, et ex A et B, interuallo arbitrario, circino fiant arcus sese secantes in D, inde ducatur linea DC, haec erit perpendicularis desiderata. Q. E. F.

Demonstratio. Cum enim interualla AD, DB sint aequalia, et AC = CB; manifestum est, lineam DC sic super altera consistere, ut in neutram partem inclinet. (§. 34)

II.

II. Compendiosius ope normae perpendiculum erigitur (§. 34)

PROBLEMA III.

XXXIX. *Lineam rectam datam AB in duas partes aequales diuidere.* (F.16.

Resolutio. Interuallo, quod dimidia linea maius est, ex utroque lineae extremo A et B, circino fiant arcus supra et infra lineam sese interfecantes in D et E, ducatur DCE, haec diuidet lineam AB in duas partes AC = CB. Q. E. F.

Demonstratio. Est enim linea DE ad rectam AB perpendicularis, quia in neutram partem extremam inclinat, dum nempe puncta D et E aeque distant ab extremis A et B, (§. 34. 36.) ergo singula quoque illius puncta aeque absunt ab A et B, (§. 9) adeoque C est in medio lineae AB. Q. E. D.

PROBLEMA IV.

XL. *Angulum rectilineum metiri.*

Resolutio I. *In charta* uel *tabula* ad punctum concursus crurum anguli applicatur transportatorii centrum, et diameter eiusdem alterutri cruri imponitur, et in peripheria semicirculi numerantur gradus, et graduum partes, quae inter utrumque crus intercipiuntur, ex his quantitas anguli cognoscitur.

II. *In campo*, postquam crura anguli baculis perpendiculariter positis signata sunt, in uertice eius collocatur mensula, et in eadem

acu infixa assumitur punctum, quod uertici anguli metiendi imminet, applicataque ad acum regula dioptris instructa, ad ductum linearum in campo signatarum, aliae in mensula fiunt, quae similem angulum, transportatorio uel semicirculo deinceps metiendum, sistent. *Vel aliter.* in uertice anguli ponitur astrolabium, et dioptrae secundum crura anguli diriguntur, tum numerantur gradus et minuta, quae inter lineas, quibus dioptrae imminent, occurrunt. F. 17.) III. Quando autem alterum anguli crus A C a plano in altum assurgit, uocatur in auxilium quadrans, et per dioptras respicitur punctum altitudinis A, tum filum C F, a quo pondus pendet, in arcu quadrantis D F, resecabit numerum graduum anguli metiendi.

Demonstratio. Quia ad mensionem anguli tantum requiritur determinatio magnitudinis arcus, qui angulo tanquam mensura opponitur, (§. 28) et ex fabrica instrumentorum, quorum nunc usum docui, apparet, quod his gradus et graduum partes, quibus aliquis arcus finitur, deprehendantur, nullum puto, circa priores duas solutiones, de earum ueritate dubium superesse posse. In tertia autem solutione notandum est, quod, cum anguli G C F et D C F recti et aequales sint, (siquidem experientia constat, pondus e filo pendulum, semper perpendiculum ad lineam horizonti parallelam B C G indicare; (de angulo quadrantis u. §. 34 et 33. n. 10) et linea D C tantum discedat a perpendiculo,

diculo CF, quantum CE diſcedit a linea CG, anguli GCE et DCF ſunt inter ſe aequales. (§. 28. 29) mox uero etiam alio ex principio oſtendam, angulos ACB et GCE, quorum uertices opponuntur, aequales eſſe, (§. 48) ergo arcus DF eſt menſura anguli ACB. (§. 23. Arith.)

PROBLEMA V.

XLI. *Angulum angulo aequalem facere.*

Reſolutio. Fiat arcus dati anguli menſurae aequalis, in charta ope ſemicirculi, in campo menſula uel aſtrolabio, et poterunt facile eidem alia crura accommodari.

Sigillatim in charta ſolo circino hoc problema ſoluitur; dato angulo ACB fit (F. 18. 19. aequalis, ſi interuallo arbitrario AC circino aſſumto, pede altero in uertice C poſito, ducatur arcus AB; et deinde ſuper linea *cb* eodem interuallo ex *c* deſcribatur arcus aequalis *ab*, et ducatur crus *ca*. (§. 29.)

DEFINITIO XIV.

XLII. *Anguli contigui* ſunt, qui (F. 21. communi lateri adiacent. e. g. *x* et *y*.

THEOREMA II.

XLIII. *Cum recta linea AB, ſuper rectam CD conſiſtens facit angulos contiguos X et Y, illi iunctim duobus rectis aequales ſunt.*

De-

Demonstratio. Nam super linea CD, sumto in eadem centro, tantum potest describi semicirculus, (§. 21.) ergo anguli omnes, qui fiunt concursu rectarum in puncto B, pro mensura habent semicirculum, (§. 29.) et duobus rectis aequipollent. (§. 33.) Q. E. D.

CONSECTARIVM I.

XLIV. Si tantum duo sint contigui, et unus eorum rectus fuerit, etiam alter rectus erit.

CONSECTARIVM II.

XLV. Si unus fuerit acutus, alter erit obtusus. et uno cognito, alter habet complementum ad 180. gradus.

CONSECTARIVM III.

F. 22.) XLVI. Si infra lineam, a lineis se inuicem penetrantibus, denuo anguli contigui *o*, *s*, oriantur, etiam hi duobus rectis aequipollent, et omnes supra et infra lineam anguli, a lineis rectis, quae in eodem puncto se inuicem secant, geniti, quia pro mensura totum habent circulum, iunctim quatuor rectis aequales sunt.

DEFINITIO XV.

F. 22.) XLVII. *Anguli ad uerticem oppositi* sunt, quorum uertices opponuntur, et qui fiunt a lineis se inuicem secantibus. *n* et *s* it. *m* et *o*.

THEOREMA III.

XLVIII. *Anguli uerticales oppositi sunt aequales.*

Demon-

Demonstratio. Nam contigui $n + m = 180$ gradibus, (§. 43) et $m + s = 180$ gr. ab his aequalibus ablato communi angulo *m*, superfunt aequales *n* et *s*. (§. 26. arith.) similiter ostenditur, quod sit $m = o$. Q. E. D.

DEFINITIO XVI.

XLIX. *Triangulum planum* est figura tribus rectis lineis comprehensa. Linea, cui innititur, *basis*, reliquae duae *crura* uocantur. punctum summum basi oppositum *uertex* dicetur.

DEFINITIO XVII.

L. *Triangulum* ratione (F. 23. 24. 25. laterum, est uel *aequilaterum*, quod habet tria latera aequalia, uel *isosceles* et *aequicrure*, quod duo tantum habet latera aequalia, uel *scalenum*, quod tria latera habet inaequalia.

DEFINITIO XVIII.

LI. Ratione angulorum *triangulum* (F.26.27.28 est uel *rectangulum*, in quo unus angulus est rectus, uel *acutangulum*, cuius tres anguli sunt acuti, uel *obtusangulum*, cuius unus angulus est obtusus.

DEFINITIO XIX.

LII. *Hypotenusa* est linea maxima (F.26. trianguli rectanguli A C, quae recto angulo opponitur. *Cathetus* in eodem triangulo uocatur crus perpendiculare angulo recto adiacens, AB uel B C.

THE-

THEOREMA IV.

LIII. *In quouis triangulo duo latera iunctim sumta reliquo sunt maiora.*

F.26.) *Demonstratio.* Cum enim linea recta AC sit breuissima, quae inter duo puncta interiacet, (§. 10.) necessum est, quamlibet lineam, quae praeter rectam duo illa puncta coniungit, maiorem extensionem habere. ideoque AB + BC > AC.

PROBLEMA VI.

LIV. *Ex tribus rectis lineis, quarum duae quaelibet reliqua tertia sunt maiores, triangulum componere.*

F.29.) *Resolutio.* Linea maxima *1* sumatur pro basi AB, dein capiatur circino altera *2*, et ex baseos altero extremo A hoc interuallo arcus ducatur in C, denique tertia linea *3* itidem circino assumta, ex altero extremo B, eodem interuallo arcus prior secetur, et ad punctum intersectionis C ex baseos utroque extremo ducantur crura AC, et BC. Quae constructio ex trianguli definitione manifesta est.

CONSECTARIUM.

LV. Similiter triangulum aequilaterum, tantum una linea cognita, et aequicrure, duabus lineis datis, formari potest. siquidem in aequilatero eadem linea ter ponitur, in aequicrure crus utrimque aequale super basi collocatur.

DEFINITIO XX.

LVI. *Congruae figurae* sunt, quarum altera

tera alteri applicata cum eadem plane conuenit, ita, ut si altera alteri imponeretur, eandem tegeret et occultaret.

CONSECTARIVM.

LVII. Talis congruentia figurarum requirit absolutam tam totius quam partium singularum aequalitatem, et de quibuscunque figuris ostendi potest, quod congruant, illas aequales esse oportet.

SCHOLION.

LVIII. *Hoc axioma obscuritatis nonnulli accusant, et quantitatum sibi mutuo applicandarum et superponendarum rationem, tanquam mechanicam, et geometriae ignominiosam, traducunt, v. HVETII Demonstr. Euangel. axiom. 4. §. 2. p. 26. Verum non opus est, ut figura reuera alteri superponatur, sed comparatio sola cogitatione instituitur, atque ita absolute et abstracte congruentia figurarum deprehenditur.*

THEOREMA V.

LIX. *Triangula ABC, DEF,* (F. 30. 31. *in quibus unus angulus B, uni angulo E, aequalis est, et duo latera AB, BC, duobus lateribus DE, EF, alterum alteri, aequalia sunt, tota sunt aequalia.*

Demonstratio. Congruunt enim latera AB $\simeq$ DE et BC $\simeq$ EF, ob aequalitatem, (§. 57.) et angulus B congruit angulo E, quo facto punctum A in punctum D, et extremum C in extremum F incidit, ergo linea AC congruit lineae DF, (§. 10) et sic etiam anguli A et D, itemque C et F congruunt, et triangula tota sunt inter se aequalia.

THE-

THEOREMA VI.

LX. *Triangula, quae habent duos angulos, B = E et C = F, singulos utrimque aequales et latus BC lateri EF aequale, tota sunt inter se aequalia.*

Demonstratio modo propositae omnino similis est, quia facta utriusque figurae comparatione deprehenditur, quod singulae utriusque trianguli partes congruant, unde aequalitas partium et totius colligitur.

SCHOLION.

LXI. *Quod in duobus triangulis, quorum singula latera sunt inter se aequalia, etiam anguli a lateribus aequalibus comprehensi, et tota triangula aequalia sint, infra monstrabitur.* (§. 127.)

PROBLEMA VII.

LXII. *Dato triangulo aequale constituere.*

Resolutio. Fiat angulus E aequalis angulo B, et latera DE et EF reddantur aequalia lateribus AB et BC, et erunt triangula aequalia. (§. 59) *Vel* fiant duo anguli duobus angulis aequales, et unum latus alterius trianguli lateri aequale, ita denuo triangula aequalia componentur. (§. 60)

SCHOLION.

LXIII. *In charta usum pro soluendo proposito problemate praestat circinus tripus, cuius ope triangularis figura quaevis plana assumi et in alium locum transferri pro libitu potest.*

THEO-

THEOREMA VII.

LXIV. *Anguli A et B, qui sunt* (F. 32. *in triangulo isosceli ad basin, sunt aequales.*

Demonstratio. Facto arcu circuli AB, assumantur in eodem arcus AE et EB aequales, deinde ex centro C ducantur radii CA, CB et puncta A et B linea recta iungantur, ita triangulum ABC fit isosceles (§. 20. 50) Porro ducatur ex centro ad medium arcus linea punctis signata CDE; erunt anguli *x* et *y* aequales, quia mensuras AE et EB aequales habent. (§. 29) quamobrem, quia AC = CB, et CD est media et communis, triangula CAD, et CDB congruunt, (§. 59) ideoque angulus A aequalis angulo B. Q. E. D.

CONSECTARIUM I.

LXV. Quia tota triangula aequalia sunt, etiam anguli contigui ad D aequales et recti sunt, (§. 44) et latera AD et DB congruunt. adeoque perpendicularis est linea CDE, quae e centro ducta, et chordam ADB in duas partes secans, secat etiam arcum chordae oppositum AEB in partes aequales. et vicissim linea chordam bisecans ad angulos rectos, per centrum transit.

CONSECTARIUM II.

LXVI. Quia aequilaterum triangulum est etiam isosceles, quomodocunque idem statuatur, palam est, in triangulo aequilatero omnes angulos inter se aequales esse.

PROBLEMA VIII.

LXVII. *Angulum datum in duas partes diuidere.*

F. 33.) *Resolutio.* Ex uertice anguli F, ducatur arcus HG, assumtoque interuallo arbitrario, et circini pede altero posito in H et G, alterò pede ducantur arcus sese secantes in I: inde ad uerticem anguli F linea describatur; haec diuidet angulum F in duas partes.

Demonstratio. Nam si cogitetur subiecta arcui subtensa HG, erit ad eam perpendicularis linea FI, (§. 38) quae lineam GH, (§. 39) et arcum, et angulum ipsi oppositum, (§. 65) in duas partes secat.

PROBLEMA IX.

LXVIII. *Triangulum planum quoduis circulo inscribere.*

F. 34.) *Resolutio.* Diuidantur latera trianguli duo AB, AC, in duas partes, rectis perpendicularibus. (§. 38) hae ubi concurrunt, centrum *m* circuli circa triangulum circumscribendi monstrant.

Demonstr. Fac enim triangulum circulo iam inscriptum esse, singula illius latera erunt subtensae arcuum oppositorum, (§. 18.) sed perpendicularis, quae subtensas in duas partes secat, in centrum dirigitur, (§. 65) ergo ubi duae tales perpendiculares lineae concurrunt, ibi centrum circuli indicabunt.

CON-

CONSECTARIVM I.

LXIX. Simili artificio, quaeuis tria puncta non in directum posita, circuli peripheria possunt comprehendi.

CONSECTARIVM II.

LXX. Et dati circuli uel arcus cuiuslibet centrum incognitum reperitur, si duae sub arcu illo subtensae fiant, et hae per rectas normales in duas partes secentur.

DEFINITIO XXI.

LXXI. Recta transuersa EF, secans (F. 35. duas parallelas AB, CD, angulos octo efficit, quatuor *externos* extra parallelas, et quatuor *internos* intra parallelas. Duo autem interni, quorum alter iuxta lineam transuersam infra ab una parte, alter supra ab altera parte, et uicissim, positus est, *alterni* dicuntur. quales sunt *x* et *u*. it. *r* et *y*.

THEOREMA VIII.

LXXII. *Angulus externus* o *interno opposito* x *ad eandem partem est aequalis.*

Demonstr. Fac enim lineam AB aequabili motu in alteram CD demitti, immota interim linea EF, quo facto cadit angulus *o* in angulum *x*, et cum hoc congruit, ergo externus interno opposito aequalis est. (§. 57.) Idem ualet de angulis *r* et *y* Q. E. D.

CONSECTARIVM.

LXXIII. Ergo etiam externus *o* aequalis est

externo opposito w, quia $w = x$; (§. 48. add. §. 23. arith.)

THEOREMA IX.

LXXIV. *Anguli alterni* u *et* x *sunt aequales.*

Demonstr. Quia $o = u$, (§. 48.) et $o = x$, (§. 72.) erit etiam $u = x$. (§. 23. arith.) similiter ostenditur, quod $s = y$.

THEOREMA X.

LXXV. *Anguli interni ad idem latus positi* s *et* x *sunt duobus rectis aequales.*

Demonstr. Nam $o + r = 2$ rectis, s. 180 gr. (§. 43.) sed $r = s$, (§. 48.) et $o = x$ (§. 72.) ergo substitutis aequalibus, (§. 23. arith.) erit $s + x = 180$ gr. s. duobus rectis. similiter ostenditur, quod $u + y = 180$ gr.

CONSECTARIVM.

LXXVI. Quando igitur recta in duas alias incidens, easdemque secans, efficit, uel angulum externum interno opposito, uel externum externo opposito aequalem, uel angulos alternos aequales, uel duos uni lateri adiacentes duobus rectis aequales, lineae a transuersa sectae inter se sunt parallelae. Siquidem ex allatis demonstrationibus apparet, istas angulorum externorum et internorum proprietates tum demum locum habere, quando lineae sunt parallelae.

THEOREMA XI.

F. 36) LXXVII. *Parallelae inter parallelas sunt aequales.*

DE-

Demonstr. ducta enim transuersa MP inter parallelas MN et OP, Δ MOP $=$ Δ MNP, siquidem, si lineae illae fuerint parallelae, anguli alterni sunt aequales, (§. 74.) nempe $o = s$, et $x = y$. et linea MP est utrique communis, (§. 60.) quapropter MN $=$ OP, et MO $=$ NP. Q. E. D.

PROBLEMA X.

LXXVIII. *Parallelas lineas, sub quocunque angulo ad aliam rectam inclinatas ducere.*

Resolutio. Lineae AB, quae sub angulo x ad alteram BD inclinata est, parallela CD describitur, si fiat angulus x aequalis angulo y, et ducatur CD. sic enim, postquam angulus externus y opposito interno x aequalis redditus est, lineae AB et CD sunt parallelae (§. 72. et 76.) (F. 37.

THEOREMA XII.

LXXIX. *Tres anguli in quouis triangulo plano sunt duobus rectis aequales.*

Demonstr. ducatur ABC basi DE parallela, erit $x = 2$ et $y = 3$, (§. 74.) Verum $x + 1 + y = 180.$ (§. 43) ergo substitutis aequalibus etiam $1 + 2 + 3 = 180.$ (§. 23. arith.) Q. E. D. (F. 38.

CONSECTARIVM I.

LXXX. Cognitis ergo duobus angulis trianguli scaleni, tertius tanquam complementum ad 180 gr. simul innotescit.

CONSECTARIVM II.

LXXXI. In triangulo isosceli, quia duo anguli ad basin sunt aequales, (§. 64.) cognito uno, reliqui duo non possunt ignorari.

CONSECTARIVM III.

LXXXII. In triangulo aequi latero, ubi singuli anguli sunt inter se aequales, (§. 66.) quilibet angulus capit duas tertias unius recti, siue 60 gradus.

CONSECTARIVM IV.

LXXXIII. Inde, ut hoc obiter adiiciam, patescit facillis anguli recti trisectio. nempe F. 39. fiat triangulum aequilaterum ABC, et super basis extremo puncto erigatur perpendiculum DB, erit angulus *DBA* pars tertia anguli recti *DBC*, quia *ABC* capit duas tertias anguli recti, quod si hic angulus ABC bifariam secetur linea bd (§. 67.) erit rectus in tres partes diuisus.

CONSECTARIVM V.

LXXXIV. Porro in eodem triangulo tantum unus rectus uel recto maior angulus existere potest. et quando unus est rectus, reliqui duo acuti, iunctim 90. gr. siue rectum angulum, componunt, et unus acutorum est alterius complementum ad rectum.

CONSECTARIVM VI.

LXXXV. Si duo anguli unius trianguli, sunt duobus angulis alterius trianguli aequales, tertius quoque tertio aequalis erit.

THE-

THEOREMA XIII.

LXXXVI. *Angulus externus*, x (F. 40, *qui oritur, continuato uno trianguli latere, aequalis est duobus internis oppositis* o *et* n.

Demonstr. Nam $x + y =$ 180 gr. (§. 43.) item $y + o + n =$ 180 gr. (§. 79.) subtracto ex aequalibus summis communi angulo y, supersunt aequales $x = o + n$. (§. 26. arith.) Q. E. D.

DEFINITIO XXII. 28 Febr.

LXXXVII. *Similes figurae* sunt, quae et singulos angulos singulis aequales habent, et latera, quae aequalibus angulis opponuntur, proportionalia.

THEOREMA XIV.

LXXXVIII. *Linea DE basi trian-* (F. 41. *guli parallela, ita secat latera, ut partes ad latera, a quibus resectae sunt, similem habeant rationem.*

Demonstr. Fac enim lineam secantem DE, primum in uertice A positam, inde seruato situ ad basin parallelo descendisse, sequitur, quod, quocunque loco intermedio (e. g. in DE) haereat, similes utriusque lateris portiones AD et AE absoluerit, siquidem latera illa considerantur tanquam uia, per quam linea DE ad basin BC tendit, et quemadmodum, ob situm parallelum, puncta eius extrema simul utrimque debent basin attingere, ita etiam consistens loco quodam intermedio, utrimque si-

miles uiae illius partes emetitur; nempe, cum unius lateris dimidium pertransiit, etiam alterius lateris dimidium emensa est. idque de quauis alia proportione ualet, ergo AB: AD = AC: AE. uel alternatim (§. 112. arith.) AB: AC = AD: AE. Q. E. D.

CONSECTARIVM I.

LXXXIX. Quin etiam residua eandem quam latera habent rationem, quia differentia antecedentium et consequentium rationem antecedentis ad consequentem seruat. (§. 113. n. 2. arith.) nempe AB − AD: AC − AE = DB: EC = AB: AC.

CONSECTARIVM II.

F. 42.) XC. Imo si plures ducantur basi parallelae *ab* et *cd*, erunt omnia laterum segmenta proportionalia. Ex demonstratione enim proposita eiusdemque consectario elucet ueritas sequentium proportionum.

$$FG:FH = aF:bF = aG:bH$$
$$cF:dF = cG:dH$$
$$cF:dF = ac:bd = cG:dH$$

CONSECTARIVM III.

XCI. Viciſſim, si linea quaedam DE secet latera trianguli proportionaliter, erit basi parallela.

THEOREMA XV.

XCII. *In triangulis aequales angulos habentibus latera aequalibus angulis opposita sunt proportionalia.*

De-

Demonstr. Fac △ ABC habere simi- (F. 43. les angulos cum paruo △ $\alpha\beta\gamma$, ut nempe A = α, B = β, C = γ. Ponatur paruum triangulum in uertice maioris, quod ob angulos A et α aequales fieri potest. (§. 57.) quia anguli β = B et γ = C, erunt lineae $\beta\gamma$ et BC parallelae, (§. 76.) ergo ualet proportio AB : AC = $\alpha\beta$: $\alpha\gamma$. Porro ob angulos B & β aequales, habeatur B pro uertice, et AC pro basi, iterumque in uertice B ponatur paruum triangulum, idem quod ante eueniet, linea $\alpha\gamma$ erit parallela lineae AC, et inde deducitur analogia, AB : BC = $\alpha\beta$: $\beta\gamma$. ergo utrimque ob rationem alternatam, (§. 112. arith.) AB : $\alpha\beta$ = AC : $\alpha\gamma$ = BC : $\beta\gamma$. Q. E. D.

CONSECTARIVM.

XCIII. Talia triangula aequiangula merito uocantur similia, quia aequales sunt anguli, et eadem est laterum proportio. (§. 87.) adeoque ob similitudinem notarum, quibus discernuntur, distingui non possunt, nisi praesentia comparentur. (§. 8. arith.)

PROBLEMA XI.

XCIV. *Lineam rectam in quascunque partes datas diuidere.*

Resolutio. Casus I. *quando linea di-* (F. 44. *uidenda est in partes aequales.* Ducantur aliquot parallelae omnes aequali interuallo a se inuicem seiunctae (§. 24.) tum circino capiatur linea diuidenda AC, et in parallelas illas sic transferatur, ut inter puncta A et C tot inter-

 ualla

ualla parallelarum intercipiantur, quot linea partes aequales est habitura; quo facto puncta sectionis parallelarum, indicabunt aequales lineae AC partes quaesitas.

Demonstratio. Nam AB:AC = A1:AE = A2:AD. erit ergo AE pars tertia, sicuti A1 est pars tertia lineae AB. (§.88.) etc.

F.45.) *Casus 2. Quando diuidenda est linea in partes inaequales, secundum proportionem partium, in quas alia linea iam secta est.*

Super linea iam diuisa EF, erigitur triangulum aequilaterum, DEF, (§.54.55.) deinde linea diuidenda transfertur in latus utrumque huius trianguli aequilateri, in DG et DH, et ducitur recta GH, denique ex uertice huius figurae ad baseos diuisiones *o* et *m* ducuntur rectae aliae, hae in punctis 1 et 2 diuident rectam GH. sicuti altera EF diuisa fuit.

Demonstratio. Quia DG = DH, erit GH parallela basi EF, (§.91.) ideoque ualet analogia DE:EF = DG:GH, et cum DE = EF, erit etiam DG = GH. ergo etiam ob similitudinem triangulorum, per ductas ex uertice lineas factorum, erit DE:EO = DG:G1. et DE:EM = DG:G2. est ergo linea GH diuisa ea proportione, qua basis EF secta fuit. Q. E. F.

CONSECTARIVM.

XCV. Si linea diuidenda maior sit linea iam diuisa EF, continuantur latera trianguli DEF ultra

ultra basin, donec in eadem possit linea diuidenda deponi;

PROBLEMA XII.

XCVI. *Datis duabus lineis inuenire tertiam proportionalem.*

Resolutio. 1. Fiat angulus cuiuscunquelibet magnitudinis EAD, et in crus eius inferius prope uerticem transferatur prima ex datis AB, in crus alterum superius transferatur secunda AC, et ducatur linea CB, quae priorum linearum extrema puncta connectit. (F.46.

2. primae iungatur secunda in BD = AC et ex D erigatur DE parallela priori CB, (§.78.) tum CE erit tertia proportionalis.

Demonstratio. Nam ob parallelas CB et DE talis in istis lineis analogia locum habet AB : AC = BD : CE (§. 89) sed AC = BD, ergo CE est tertia proportionalis. (§. III. arith.)

PROBLEMA XIII.

XCVII. *Datis tribus lineis inuenire quartam proportionalem.*

Resolutio. 1. Iterum fiat angulus quiscunque A, et in eius crus inferius iuxta uerticem datarum prima AB, in crus superius altera AC transferatur, et linea CB ducatur. (F.46.

2. Deinde tertia iungatur primae in BD, et erigatur DE parallela CB. erit CE quarta quaesita.

Demonstratio plane similis est eius, quam modo attuli.

DE-

DEFINITIO XXIII.

XCVIII. *Scala geometrica*, (Germ. *ein verjüngter Maasstab.*) est schema, quo mensurae geometricae, singulae in denas partes diuisae, minutis lineis exhibentur. Alii *instrumentum partium* uocant.

PROBLEMA XIV.

XCIX. *Scalam geometricam delineare.* F. 47.) *Resol.* 1. In recta AC assumantur decem partes aequales, et extremo A imponatur perpendicularis AB; eademque similiter in decem aequales partes diuidatur.

2. Per intersectiones perpendicularis ducantur inferiori parallelae, et in harum supremam BD, eaedem, quae in infima assumtae fuerant, decem partes aequales transferantur.

3. Ex puncto perpendiculi extremo B, uersus punctum 9 in linea infima, ducatur transuersa B9, et huic delineentur, per singulas supremae et infimae lineae diuisiones, parallelae; in fine autem C iterum erigatur perpendicularis CD.

4. Linea AC in supremam et infimam aliquoties transferatur, et erigantur perpendicula ex E, F etc.

5. Denique adscribantur diuisionibus huius scalae numeri, quos figura ob oculos ponit.

Demonstr. Si linea AC habeatur pro mensura perticae, significabunt denae eius partes pedes geometricos, et lineae parallelae basi, in △ AB9, interceptae inter perpendiculum AB

AB et lineam transuersam B9, exihbent denas partes pedis, siue pollices. (§. 11.) Nam omnia et singula, quae ducta transuersa enascuntur, triangula, ob lineas basi parallelas, et angulum B communem, sunt aequiangula et similia, adeoque ualent analogiae, BA: A9 = B1. 1m item BA:B1 = A9:1m et BA:B2 = A9:2n etc. (§. 92.) ideoque 1m est pars decima lineae A 9, quemadmodum B1 est pars decima lineae AB.

CONSECTARIVM I.

C. Hac igitur scala trium mensurarum geometricarum partes repraesentantur. si AC assumatur pro mensura pedis, denae eius partes digitos referunt, et digitorum decimae partes, siue lineae, particulis 1m, 2n etc. designantur.

CONSECTARIVM II.

CI. Liquet inde, 1m esse centesimam partem lineae AC, atque adeo hoc artificio linea recta in centum aequales partes dispescitur.

CONSECTARIVM III.

CII. Illud per se quisque intelligit, scalas eiusmodi diuersa magnitudine fieri posse, prout nempe lineas mensurarum geometricarum maioribus minoribusue aliis ob oculos ponere libuerit.

CONSECTARIVM IV.

CIII. Praeterea, si uisum non fuerit, tres species mensurarum geometricarum, tali scala laboriosius exhibere, sufficit nonnunquam,

si

F. 48.) si in linea recta AB tantum duae species earundem mensurarum repraesententur.

CONSECTARIVM V.

CIV. Usus scalae geometricae in promtu est. nempe linea (ex figura uel schemate, cui scala illa aptatur,) circino assumta in scalam transfertur, et quidem in inferiorem lineam, ita statim patescet, quot integra et denas eorum partes complectatur. si ulterius ex tertia specie minutiae continentur, illae reperiuntur, promoto uel sursum in linea perpendiculari EG, uel FH etc. circini pede, donec alter pes incidat in intersectionem parallelae cuiusdam et transuersalis, in reticulo ABCD; quota enim linea illa, cui altera mensuranda circino applicatur, ab infima est, tot speciei tertiae particulas, ultra duas species priores, linea metienda capit. quod solius schematis contemplatione patescit. e. g. Linea XZ, (si AC pro pertica habeatur) comprehendit duas decempedas, tres pedes, et quatuor insuper digitos. similiter etiam datae alicuius lineae partes uel mensurae ex scala geometrica desumuntur.

PROBLEMA XV.

CV. *Inuenire distantiam duorum locorum AB, quae ob impedimentum intermedium decempeda mensurari nequit,* F. 49.) *Resolutio prima.* 1. Statuatur loco quodam tertio C baculus, et inde mensuretur distantia AC, et transferatur retro in eadem recta

cta linea in E, menſuretur porro diſtantia baculi medii ab altero extremo CB, et transferatur in D, et tum in E tum in D baculus collocetur; erit linea DE aequalis quaeſitae diſtantiae AB.

2. Si lineis AC et CB retro producendis ſpatium non ſufficit, ſaltem pars aliquota, dimidia, tertia, etc. transferatur in lineas poſteriores, et inter harum puncta extrema ſimilis pars aliquota diſtantiae, nempe FG interiacebit.

Demonſtratio. In primo caſu, △ ACB ≌ CDE, ob angulos ad uerticem C aequales (§. 48.) et aequalia duo latera. ergo DE = AB. (§. 49.) *in caſu ſecundo*, ob ſimilem partium aliquotarum proportionem, ualet analogia, CF:CD = CG:CE. ergo FG eſt baſi DE parallela, (§. 91.) et triangula CFG et CDE ſunt ſimilia. ideoque proportio locum habet CF: CD = FG:DE uel AB. Q. E. D.

Reſolutio ſecunda 1. Menſula (§.33.) (F. 50. ponatur quocunque loco tertio C, ex quo utrumque lineae meriendae extremum conſpici poteſt.

2. Figatur in eadem acicula, eique applicetur regula dioptris inſtructa, et uerſus L et M ducantur lineae.

3. Menſurentur diſtantiae CL et CM, et aſſumantur in ſcala geometrica menſurae ſimiles, (§. 104.) et ex C in lineas ſuper menſula ductas transferantur; tum ducatur linea *no*,

et

et eadem ſcala menſuretur, et innoteſcet lineae L M magnitudo.

Demonſtr. Quia aſſumtae in ſcala partes *nc*, *co*, ſunt lateribus LC, GM proportionales, *nq* eſt baſi parallela, (§. 91.) et triangulum minus eſt maiori ſimile, (§. 92.) et latus *no* in ſcala aſſumtum par lateri inueniendo LM.

Reſolutio tertia. Si ope aſtrolabii, h. e. circuli uel ſemicirculi, menſuretur angulus C, et decempeda definiantur latera illum intercipientia, triangulum maioris ſimile ope ſemicirculi et ſcalae geometricae componitur. nempe ſemicirculo angulus eiusdem magnitudinis efficitur, et ex ſcala ſimiles laterum inuentorum (§. 41) lineae eidem angulo applicantur. (§. 104) quo facto, tertia trianguli huius linea quaeſitam diſtantiam indicabit.

PROBLEMA XVI.

F. 51.) CVI. *Inuenire diſtantiam duorum locorum* AB, *quorum unum ſaltem extremum eſt acceſſum.*

Reſolutio prima. 1. Aſſumatur locus quidam tertius C circa extremum B, illiusque diſtantia ab extremo B, nempe BC in recta linea transferatur in BD, et ubique baculi diſtinctè conſpicui ponantur.

2. In linea recta CA, ſtatuatur alius baculus E, et diſtantia eius a medio BE transferatur, ſeruata recta linea in F.

3. Tum retroeatur et punctum quaeratur

G, ex quo baculi F D, et duo extrema A et B utrimque in recta linea appareant. ibi erit GB = AB.

Demonstratio. △EBC = △BFD, ob angulos ad uerticem aequales et duo utrimque latera aequalia, (§. 59) ergo angulus C = D. Quare etiam △ ABC = △ BDG, quia anguli ad uerticem B, (§. 48) et duo reliqui ad C et D aequales sunt; et BC = BD. (§. 60) ergo AB = BG.

Resolutio secunda. 1. Mensula ponatur in extremo accessu B, et eligatur praeterea alius stationis secundae locus C. (F. 52.

2. Fixa acicula in mensula in puncto *i*, quod extremo B imminet, per dioptras regulae innixas respiciantur puncta A et C, et lineae uersus eadem in mensa ducantur.

3. Mensuretur linea BC decempeda, et illius mensurae ex scala desumtae transferantur in lineam, quae in tabula uersus secundam stationem directa est, in *iC*.

4. Transportetur deinde mensa, et statuatur in puncto extremo secundae stationis C, eo quidem modo, ut linea C*i* dirigatur uersus extremum B, quod regula dioptris instructa monstrat.

5. Eoque situ seruato, respiciatur per dioptras alterum extremum A, et notetur prioris lineae, in mensa ex B uersus A in prima statione productae, intersectio in *m*, erit *mi* = AB. Nam ex ante dictis liquet similia esse △△

 Cim,

C i m, CAB, ergo interuallum *m i* ex ſcala deſumtum aequatur lineae AB.

Reſolutio tertia ope aſtrolabii, datae in praecedente problemate, prorſus ſimilis eſt. quia ex duobus angulis C et B goniometrico organo menſuratis, cognito latere CB, poteſt adhibita ſcala geometrica formari triangulum *Cmi*, ſimile maioris ABC. (§. 92.)

CONSECTARIVM I.

CVII. Hoc problemate latitudinem alicuius fluminis inueniri poſſe palam eſt.

CONSECTARIVM II.

CVIII. Si propter ſpatii anguſtiam in prima ſolutione totae lineae BC, BE transferri ultra B non poſſint, ſufficit, ſi partes aliquotae earum in BH et BI aſſumantur, ita ſimilis portio BK, lateris BG = AB reperitur. v. probl. praec. add. §. 92.

PROBLEMA XVII.

CIX. *Inuenire diſtantiam duorum locorum, ad quorum neutrum accedere licet.*

F. 53.) *Reſolutio prima.* Si baculis et decempeda uti libeat, bis repetatur problema proxime antecedens, quo lineae AC = CL et CB = CK, inueniuntur, eoque facto ob angulos ad uerticem C aequales, △ABC = △CKL, et AB = KL. (§. 59.)

F. 54.) *Reſolutio ſecunda.* 1. Adhibita menſula, eliguntur duae ſtationes D, C, et in prima,

ma, iuxta regulam diopτris instructam et in puncta B, A, D, directam ducuntur lineae.

2. Deinde mensuram distantia CD, ex scala assumitur in *o e*, et posita mensula iuxta punctum D, directaque linea *o e*, ad priorem stationem, ex *o* aliae lineae uersus A et B ducuntur, hae ubi secant lineas in prima statione factas, figuram illam totam ABCD, parua forma exhibent, et una distantia AB eadem scala metienda definitur.

Demonstratio. Nam △ *r o e* ≍ △ ADC ob angulos ad *o* et *e* communes, et *o e* ≍ DC, per hypoth. praeterea △ *o n e* ≍ △ BDC ob similem rationem, (§.60) ergo etiam △ *r n e* ≍ △ ABC, (§.59) et *r n* ≍ *AB*.

Resolutio tertia. Organo goniometrico quaeruntur anguli ad *o* et *e*, et linea *o e* ex scala assumta, possunt triangula parua *r o e*, *o n e* et *r n e* similia maiorum ADC, BDC et ABC, (uel potius, ob aequipollentiam laterum minorum scala mensuratorum, et maiorum, decempeda similiter determinatorum, aequalia) componi, quo facto noscitur *r n* ≍ AB.

SCHOLION.

CX. *Geodaetam in tractandis hisce problematibus cauere oportet, ne nimis exiguae stationum distantiae assumantur, tum etiam ne mensula a situ horizontali, et baculi a situ perpendiculari deflectant, uterque enim error praxin turbare et ancipitem dimensionem reddere solet.*

PROBLEMA XVIII.

CXI. *Altitudines metiri.*

F. 55.) *Resolutio prima.* Cas. 1. *Si accessa est altitudo;* assumantur duo baculi, DE, FH, prior quinque, alter octo uel nouem pedum altitudinem habeat. minor quocunque libet loco statuatur, eique oculus applicetur. deinde baculus maior a socio ad perpendiculum in FH sic ponatur, ut oculus puncto D admotus, baculi maioris et perpendiculi metiendi summa puncta F et A in eadem recta linea conspiciat. quo facto mensuretur tum distantia baculi minoris ab altitudinis metiendae perpendiculo, DB, tum distantia DG et differentia FG baculorum. et quia △ DFG ∽ DAB, ob angulum D communem, et rectum G recto B parem (§. 85. 95.) ualet analogia.

DG : GF = DB : BA

cuius cum tres termini priores dati sint, tertius latere non potest. siue numeris, (§. 115. arith.) siue lineis (§. 97.) problema soluere lubeat. denique ad AB si addatur BC = DE, (§. 77.) tota altitudo AC innotescet.

Cas. 2. *Si inaccessa fuerit altitudo*, prius distantia CE quaeratur, (§. 106.) et modo explicata solutio adhibeatur.

F. 56.) *Resolutio secunda* ope mensulae. *Cas.* 1. *Si accessa est altitudo*, mensula statuatur in C, et situ uerticali firmetur. hinc ad aciculam in c fixam applicetur regula, et designetur horizontalis linea *cb*, uertanturque dioptrae in uerticem A, et ducatur *ca*; postea mensuretur linea CB, et ex scala transferatur

in

in *cb*, ex puncto *b* erigatur perpendicularis *ab* = AB. (§. 60.)

Casus 2. Si altitudo fuerit inaccessa, (F. 57. aut prius inuestigetur distantia, stationis cuiusdam a perpendiculo, et solutio modo data seruetur, aut eligatur duplex locus stationis in N et M. in prima statione N ducatur in mensula linea uersus uerticem A, et horizontalis *o r*, et mensuretur distantia stationum MN, eademque ex scala in linea *r o* definiatur. tum posita mensula in M, applicatis dioptris ad punctum *r*, respiciatur iterum fastigium A, et linea ducatur ex hac, ubi secat priorem in *k*, demittatur perpendiculum *kl* = AL. nempe triangula *ork*, *klr* similia, uel potius, ob similem mensurarum lineis utrimque competentium numerum, aequalia sunt triangulis AMN, et ALM, (§. 60.) ergo *kl* = *AL*.

Resolulio tertia. Quomodo utroque casu, angulis duobus, circulo uel semicirculo dioptris instructo repertis, et linea stationum data, formari possit exiguum, ope scalae geometricae, triangulum, quod maioris omnino simile existat, et perpendiculum incognitum manifestet, id quidem proxime praecedentium problematum exemplis dilucide est monstratum.

DEFINITIO XXIV.

CXII. *Angulus ad centrum* est, cuius crura in circuli centro concurrunt; *angulus ad*

ad peripheriam, cuius crura in puncto peripheriae concurrunt.

THEOREMA XVI.

CXIII. *Angulus ad centrum BCD est* F. 58.) *duplus anguli ad peripheriam BAD, quando utriusque crura eidem peripheriae arcui innituntur.*

Demonstratio. In casu primo; ubi unum crus anguli ad peripheriam per centrum transit, alterum uero extra centrum est, in triangulo ACD isosceli (§. 20.) anguli ad basin A et D sunt aequales, (§. 64.) et externus DCB = A + D, (§. 86.) qui cum sint aequales, angulus ad centrum DCB est duplus anguli ad peripheriam DAB.

F. 59.) *In casu secundo.* quando crus utrumque anguli ad peripheriam extra centrum sic est positum, ut alterum ab una, alterum ab altera parte centri statuatur, ducta ex uertice anguli ad peripheriam per centrum linea ACE, bis casus primus prodit. nempe $x = 2n$. et $y = 2r$ per casum I. ergo etiam $x + y = 2n + 2r$. (§. 25. arith.) siue BCD est duplus anguli BAD.

F. 60.) *In casu tertio.* quando utrumque crus anguli ad peripheriam ab una centri parte collocatur, $y + x = 2r + 2n$ per cas. I. $x = 2n$ per eund. cas. I. ergo $y = 2r$. (§. 26. arith.) Q. E. D.

CON-

CONSECTARIVM I.

CXIV. Anguli ergo in peripheria, (F. 61. A, B, quorum crura eidem uel aequalibus arcubus innituntur, sunt aequales, quia sunt dimidii aequalium angulorum ad centrum. (§. 30. arith.) Anguli uero in peripheria, qui inaequalibus arcubus innituntur, sunt inaequales. maior est, qui opponitur arcui maiori, minor, qui opponitur arcui minori.

CONSECTARIVM II.

CXV. Mensura anguli ad peripheriam est dimidius arcus peripheriae, cui crura anguli insistunt.

CONSECTARIVM III.

CXVI. Quare angulus in semicirculo (F. 62. A, cuius crura diametro insistunt, rectus est. Et ducto semicirculo, plures in eodem recti anguli facili negotio fiunt. Indeque etiam modus, normam ab artifice paratam examinandi discitur.

CONSECTARIVM IV.

CXVII. Angulus ad peripheriam, cuius crura maiori arcui, quam est semicirculus, insistunt, obtusus uel recto maior, et qui minori arcui, quam est semicirculus, opponitur, acutus uel recto minor est.

PROBLEMA XIX.

CXVIII. *Perpendicularem lineam in alterius extremo A erigere.* (F. 63.

Resolutio. 1. Supra lineam datam assumatur,

quocunque libet loco, centrum C, et ex eodem circulus per extremum A, ſuper quo perpendicularis erigenda eſt, deſcribatur.

2. Ex puncto altero B, quod circulus eandem lineam ſecans deſignat, per centrum ducatur diameter BCD, et ex D ad A demittatur perpendiculum quaeſitum. ſiquidem angulus DAB eſt rectus, (§. 116) qualis a perpendicularibus lineis clauditur. (§. 34.)

PROBLEMA XX.

CXIX. *Inter duas rectas lineas mediam* F. 64.) *proportionalem inuenire.*

Reſolut. 1. Rectae datae AB, BC iungantur, et ſuper lineam compoſitam ABC deſcribatur ſemicirculus.

2. Dein ex puncto connexionis B erigatur perpendicularis BD, haec erit media proportionalis quaeſita.

Demonſtr. Triangula ADC, ABD et BDC ſunt aequiangula et inter ſe ſimilia, (§. 93.) quia rectus *r* aequalis angulo in ſemicirculo ADC, (§. 116.) et anguli *s* et *o* ſunt communes tum maximo, tum minoribus duobus triangulis, ex quo liquet, angulos omnes et ſingulos aequales eſſe, (§. 85.) ergo ualet analogia, (§. 92) AB : BD = BD : BC. et BD eſt media inter datas. (§. 111. arith.) Q. E. I. et D.

CONSECTARIVM I.

CXX. Omnes igitur lineae, a punctis peripheriae in diametrum perpendiculariter productae,

ductae, mediae sunt inter segmenta diametri.

CONSECTARIVM II.

CXXI. Et quia $\triangle$ A D C semper est rectangulum, apparet, perpendicularem, quae ex angulo recto demittitur in hypotenusam, diuidere triangulum in duo alia rectangula inter se et totius similia.

PROBLEMA XXI.

CXXII. *Inter duas rectas lineas* (F. 65. *AB*, A C, *inuenire duas medias continue proportionales*.

Resolutio. 1. Iungantur A B et A C ad angulos rectos, et componatur figura quadrilatera et rectangula A B C D.

2. Ducantur in hac figura diametri C B, A D, et continuentur lineae A B et A C.

3. Tum regula admoueatur angulo D, et circini pes alter in centro figurae G ponatur, alter uero pes uersus E et F expandatur, et regula tamdiu hinc inde moueatur, donec lineae GE et GF pares sint. quo facto erit E C prima et B F altera proportionalis quaesita.

Demonstratio. Nam $\triangle$ DBF $\sim$ $\triangle$ ECD, quia rectus B recto C aequalis, et E = D oppositi inter parallelas. (§. 72.) ualetque analogia, (§. 85. 92.)

CD : EC = BF : BD. uel

AB : EC = BF : AC. (§. 23. arith.)

SCHOLION.

CXXIII. *Modum hunc mechanicum HERO inuenit, teste EVTOCIO commentar. ad Archim. d. sphaera et cylindro p. 15. quo loco idem plures alias eiusdem problematis solutiones a ueteribus mathematicis ingeniose excogitatas laudat. recentioris aeui inuenta, quae ad hanc quaestionem pertinent, passim ab analyticis scriptoribus traduntur, sed quia mechanicae solutionis nunc feci mentionem, admonendum duco, quemadmodum haec a solutione geometrica differat. SOLVTIO nempe QVAESTIONIS GEOMETRICA est, quae secundum clara et indubia geometriae principia peragitur, ita ut omnia problematis tractandi momenta certa sint. MECHANICA uero* (ἀπὸ τῆς μηχανῆς *ab instrumento dicta) fit ope instrumenti, quandoquidem illius fallax et dubia est applicatio. Veluti cum in ante proposito exemplo regula ad uerticem anguli D admota tamdiu huc illuc est promouenda, donec puncta E et F aeque distent a centro figurae G, quod non nisi saepius tentando, mutandoque organi situm deprehendere licet. conf. NEWTONI Principior. phil. mathem. praef. adde sis diss. de discrimine demonstrationum et constructionum geometricarum et mechanicarum. a. 1717. editam.*

THEOREMA XVII.

CXXIV. *Arcus aequales in eodem circulo opponuntur subtensis aequalibus.*

F. 66.) *Demonstr.* Sint arcus aequales AGB et BFC, ducantur sub his subtensae AB, BC, has aequales esse assero; nam si delineentur ab harum extremis radii ad centrum D, erit △ADB = △BDC. siquidem arcus aequales, angulis ad centrum aequalibus opponuntur, (§. 29.) et radii eiusdem circuli, siue latera AD, DB,

DB, DC etiam ſunt aequalia, (§. 20.) ergo AB = BC (§. 59.) Q. E. D.

CONSECTARIVM I.

CXXV. Quando arcus ſunt inaequales [illegible] etiam ſubtenſae inaequales, nempe maior arcui maiori, minor arcui minori opponitur.

CONSECTARIVM II.

CXXVI. Et quia conſtat, omne (F. 67. triangulum circulo inſcribi poſſe, (§. 68.) hoc ſi factum ponatur, anguli in triangulo ſinguli ad peripheriam conſiſtunt, quorum dupli ſunt anguli ad centrum iisdem arcubus oppoſiti (§. 113.) quare angulus trianguli minor C opponitur arcui minori AEB, angulus uero maior A opponitur arcui maiori BFC. ſed maius latus, arcus maioris, minus latus, arcus minoris ſubtenſa eſt, ex quo conſequitur, in triangulo maiorem angulum lateri maiori, minorem angulum lateri minori opponi.

CONSECTARIVM III.

CXXVII. Praeterea ex his alia ueritas, cuius iam ſupra memini (§. 61) fluit. nempe *in duobus triangulis, quorum ſingula tria latera ſunt aequalia, etiam anguli ſunt aequales.* Inſcripto enim trigono intra circulum, aequales ſubtenſae reſpondent aequalibus arcubus, et hi aequales angulos ad centrum, et ad peripheriam, (§. 113) ſiue angulos in trigono pares definiunt.

THE-

THEOREMA XVIII.

CXXVIII. *Diameter circuli est omnium, quae in circulo eodem duci possunt, subtensarum maxima.*
F. 68.)

Demonstratio. Ducatur enim alia quaeuis linea DE diametro AB admodum uicina, minor illa est diametro. nam delineatis radiis DE, CE, in △DCE, est $DE < DC + CE$ (§. 10.) et quia $DC + CE = AB$, erit $DE < AB$.

PROBLEMA XXII.

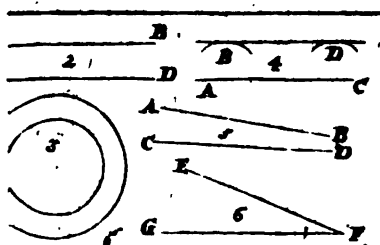
CXXIX. *Data diametro circuli peripheriam metiri. et uicissim, cognita peripheria, diametrum inuenire.*

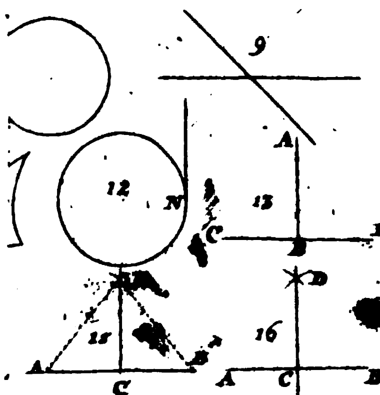
Resolutio. 1. Postquam solertissimorum quorundam geometrarum industria, diametri et peripheriae proportiones, satis quidem exactae, inuentae sunt, his tantisper nunc utemur, donec infra in trigonometria plana occasio subministrabitur, eandem proportionem inueniendi et demonstrandi. nempe, habet se diameter ad peripheriam secundum

Archimedem 7 : 22.
Lud. Culenium 100 : 314, quam ego sequor
Adr. Metium 113 : 355

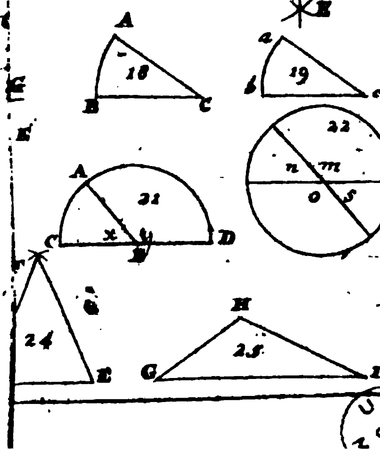
data igitur cuiuscunque circuli diametro, ipsa peripheria simili, proportione definita, regulae aureae (§. 115. arith.) beneficio deprehenditur. e. g. sit circuli diameter 2°. 5′. 6″. peripheria inuenitur talibus proportionibus:

7 : 22


B
2
D
B
4
D
A
C
A
5
B
C
D
3
E
6
G
F

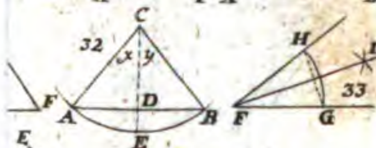

9
A
12
N
13
C
B
D
15
16
A
C
B
E

7. V2: 100
3 1/4

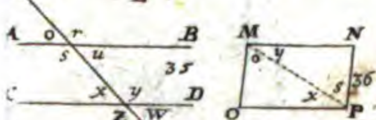

A
18
B
C
a
19
b
c
22
n
m
o
s
A
21
C
x
y
D
B
24
E
H
25
G
I



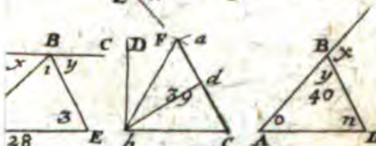
1
2
3
C
28
29
F
H
I
A
B



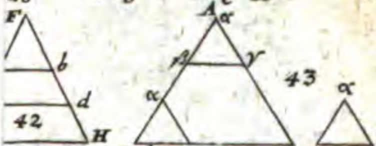
C
32
x
y
H
I
33
F
A
D
B
F
G
E



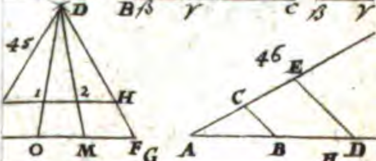
E
A
o
r
B
M
N
s
u
35
C
x
y
D
36
Z
W
O
P



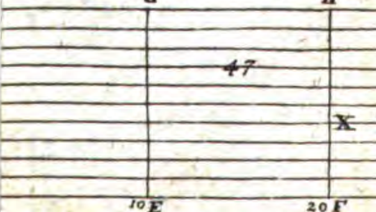
B
C
D
F
a
B
x
y
d
39
40
3
o
n
28
E
b
C
A



A
α
F
b
β
γ
43
d
α
α
42
H
B
β
γ
C
β
γ

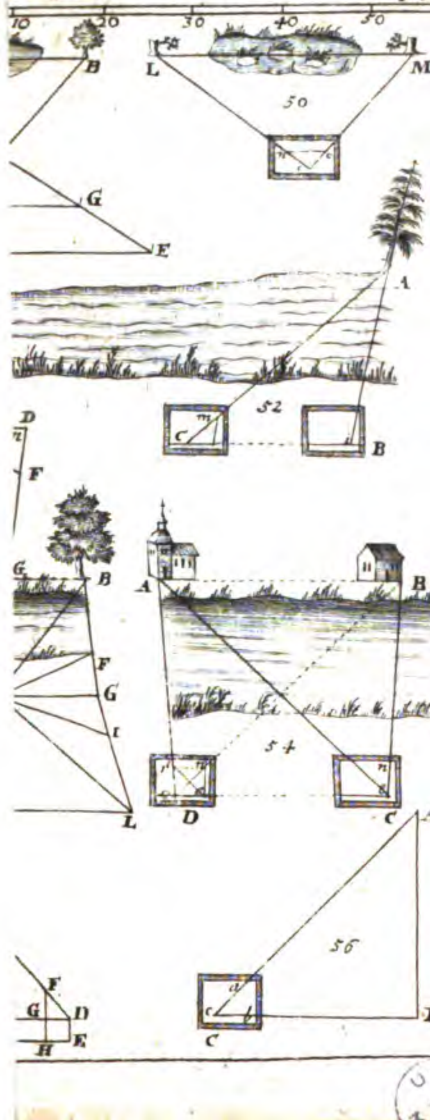


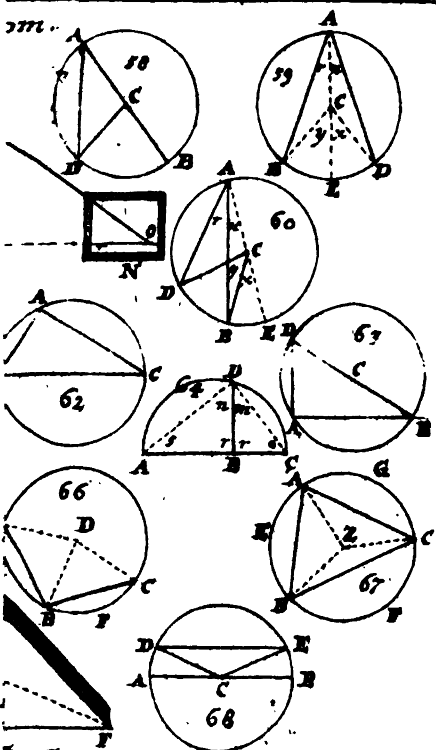
D
45
46
E
C
1
2
H
O
M
F
G
A
B
H
D



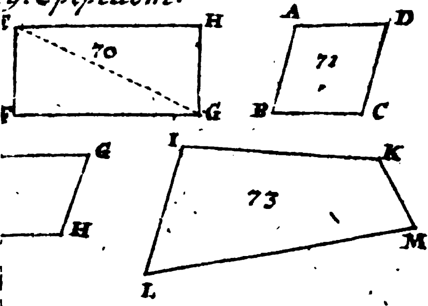
47
X
10 E
20 F




Geometr.
B 48
10
20
30
40
50
B
L
M
50
G
E
A
D
F
52
C
m
B
G
B
A
B
F
G
I
L
D
C
54
n
A
56
F
G
D
E
H
a
c
b
C



om.
58
A
C
D
B
59
A
C
B
E
D
O
N
60
A
C
D
B
E
A
C
62
D
64
A
B
C
63
C
B
66
D
C
B
F
G
A
Z
C
E
67
B
F
D
E
A
C
B
68
F



g. Epipedom.
H
70
F
G
A
D
71
B
C
G
H
I
K
73
M
L

$7 : 22 = 256 : 804\frac{4}{7}$

$100 : 314 = 256 : 803\frac{21}{25}$

$113 : 355 = 256 : 804\frac{28}{113}$

2. Vicissim cognita peripheria diameter indagatur hoc modo:

$22 : 7 = 804\frac{4}{7} : 256$ etc.

CONSECTARIVM.

CXXX. Et quia haec ratio in omnibus ualet circulis, elucet inde, peripherias circulorum seruare proportionem diametrorum uel semidiametrorum. qualis proportio est etiam inter arcus similes diuersorum circulorum. (§. 120. arith.)

SCHOLION.

CXXXI. *Rationem diametri ad peripheriam primus diligentius inuestigauit ARCHIMEDES, cuius extat hodienum libellus, cui titulum fecit* κύκλου μέτρησις. *assumsit idem hunc in finem polygonas figuras regulares, inscriptam et circumscriptam, utramque 96 laterum, computatoque utriusque figurae ambitu rectilineo, pro circulo intermedio modo laudatam ad diametrum proportionem inuenit. ostenditque peripheriam continere diametrum minus quam* $3 + \frac{1}{7}$, *et amplius quam* $3 + \frac{10}{71}$. *Posteri uero idem argumentum amplius excoluerunt, et utriusque lineae rationem maioribus numeris accuratius definiuerunt. quod artificium infra in trigonometria exemplo aliquo illustrabitur.* (§. 54. *Trig. pl.*) *Ceterum inter omnes, quae paruis numeris constant, proportiones, Metiana praefertur, quippe quae inter Archimedeam et Culenianam media est. LVDOLPHI A CEVLEN Hildesh. liber de circulo prodiit idiom. belgico Delfis.* 1596. *f.*

GEO-

GEOMETRIAE

CAPVT II.

ΕΠΙΠΕΔΟΜΕΤΡΙΑ

SIVE

DE

DIMENSIONE SVPERFICIERVM.

DEFINITIO XXV.

CXXXII. *Superficies* est magnitudo in longum et latum diffusa, lineis terminata, profunditate carens.

DEFINITIO XXVI.

CXXXIII. *Superficies* est uel *plana*, quae in plano extenditur, et lineis rectis terminatur, uel *curua*, quae curuis lineis terminatur.

SCHOLION.

CXXXIV. *Ortus superficiei declarari potest, si cogitemus, lineam rectam uel curuam, secundum alius lineae ductum, promoueri, et motus sui uestigia ubiuis relinquere. et recta quidem promota, superficiem planam, curua autem prouoluta, superficiem curuam producet.*

DEFINITIO XXVII.

CXXXV. *Superficies* planae sunt uel *trilaterae*, uel *quadrilaterae*, uel *plurium laterum* siue *polygonae*. De trigonis, et earum discrimine, superiore capite dictum fuit. (§. 49. sq.) Quadrilaterae sunt primum quidem *parallelogramma*, quorum bina opposi-

ta

ta latera parallela sunt; eorundemque quatuor dantur species sequentes.

1. *Quadratum*, superficies plana (F. 69. cuius quatuor latera aequalia, et anguli quatuor recti sunt.

2. *Rectangulum*, quod habet tan- (F. 70. tum duo singula opposita latera parallela aequalia, et quatuor angulos rectos.

3. *Rhombus*, figura quadrilatera, (F. 71. habens quatuor latera aequalia, sed angulos obliquos.

4. *Rhomboides*, figura quatuor (F. 72. laterum, cuius opposita latera parallela et aequalia sunt, sed anguli obliqui.

Deinde praeter parallelogramma occurrunt etiam figurae quatuor laterum, (F. 73. quae *Trapezia* uocantur, quorum nempe nec anguli nec latera aequalia sunt.

DEFINITIO XXVIII.

CXXXVI. *Linea diagonalis*, item (F. 70. *diameter* dicitur recta E G, uel F H, quae in figuris quadrilateris ab uno angulo ad oppositum producitur.

PROBLEMA XXIII.

CXXXVII. *Figuras quadrilateras describere.*

Resolutio. 1. *Pro qradrato*, super basi B C, ponatur perpendicularis A B = B C, et eadem linea circino assumta, fiant ex C et A arcus, qui se inuicem secant in D, et ducantur AD, DC.

2. *Pro*

2. *Pro rectangulo*, compositis lineis FG et EF ad angulos rectos, fiant simili ratione arcus in ex EH interuallo FG, et ex G interuallo EF, et ducantur EH et HG.

3. *Pro rhombo*, componantur lineae aequales AB, BC, sub angulo dato, et eadem interuallo ex A et C fiant arcus in D, et ducantur AD, CD.

4. *Pro rhomboide*, componantur FH, EF sub angulo dato, et ex E interuallo FH, ex H interuallo FE, fiant arcus in G, idemque punctum rectis cum extremis E et H copuletur.

5. *Trapezium* constat duobus triangulis IKL, et LKM, datis ergo lateribus trapezii et diagonali LK, duo illa triangula construantur. (§. 54)

Horum omnium ueritas ex §. 135. patescit.

DEFINITIO XXIX.

CXXXVIII. *Polygona* uocantur figurae, quae plures angulos, et plura latera, quam quatuor, habent, sunt uel *regularia*, in quibus singuli anguli aequales, et singula latera aequalia sunt; uel *irregularia*, in quibus et anguli et latera magnitudine differunt. Denominantur autem a numero angulorum. *Pentagonum* quinque, *Hexagonum* sex, *Heptagonum* septem, *Octogonum* octo, *Enneagonum* nouem, *Decagonum* decem angulos continet.

DEFINITIO XXX.

F. 74.) CXXXIX. *Angulus centri* in polygono

lygono eſt EDF, qui a radiis, ex lateris polygoni extremis punctis, ad centrum productis, clauditur. *angulus polygoni* eſt BAC quem ipſa latera polygoni ad peripheriam intercipiunt.

PROBLEMA XXIV.

CXL. *Hexagonum regulare, dato latere eiusdem, deſcribere.*

Reſolutio. Latere hexagoni, tanquam ſemidiametro, dilineetur circulus, et in huius peripheriam radius ſexies transferatur, punctaque diuiſionis peripheriae rectis connectantur, ita hexagonum regulare componetur.

Demonſtratio. Ductis enim ex centro D ad latus polygoni radiis, erit △ DEF aequilaterum, ergo angulus EDF eſt 60 gr. (§. 82.) ſed 60 eſt ſexta pars peripheriae ſiue 360 gr. ergo arcus angulo D oppoſitus eſt ſexta pars peripheriae, et ipſa ſubtenſa eiusdem praebet latus hexagoni regularis.

CONSECTARIVM

CXLI. Hexagoni deſcriptione cognita, non poteſt latere conſtructio dodecagoni, XII laterum, uel alius cuiusuis polygoni regularis, quod ex arcubus hexagoni continuo biſectis oritur. (§. 67.)

SCHOLION.

CXLII. *Praeter hanc hexagoni facillimam deſcriptionem, etiam aliorum nonnullorum polygonorum regularium conſtructionem geometricam artifices inuenerunt. Sed quoniam illa ex hactenus explicatis geo-*

 metriae

riae elementis demonstrari nequit, eam nunc prae-
nittere cogor. De pentagono regulari agit EV-
IDES Elem. IV. 11. *sq. aliam eiusdem descriptio-*
PTOLEMAEVS magn. compos. L. I. c. 9. do-
de Pentedecagono explicat EVCL. IV. 16. *Vni-*
alis modus ordinatas quasiis figuras componendi
5.) nondum inuentus est. CAROLVS quidem
NALDINVS de resolut. et compos. mathema-
L. 2. p. 367. sq. hanc regulam commendat: 1. Dia-
er circuli diuidatur in tot partes, quot latera ha-
t figura polygona. 2. Tum super illa diametro
erigatur triangulum aequilaterum ABC, (§. 55.)
ex huius uertice C, per partis secundae diametri
emum punctum D (nempe ut BD sint partes
? ex illis, in quas diameter secta fuit.) ducatur
a usque ad peripheriam in E, sic putat inueniri
arcum, cui describendi polygoni latus subtenditur,
deinceps ad totam peripheriam partiendam posset
beri. Veruntamen cum diuisio diametri saepe
hanice fieri debeat, et praxis ac demonstratio osten-
:, hunc modum nequaquam pro geometrico, quin
pro uniuersali mechanico haberi posse, apparet, per-
m illum a Renaldino laudari. Vid. clariss. WAG-
RI diss. de Exam. meth. Renaldin. Helmstadii,
700. ed. Ceterum, quia delineatio polygonorum
larium multis in casibus necessaria est, hoc loco
modos generales mechanicos tradam.

PROBLEMA XXV.

CXLIII. *Polygonum quoduis regulare, o radio circuli, cui inscribendum est, :hanice delineare.*

6.) *Resolutio.* 1. Circuli peripheria radio
) delineata, diuidatur in quatuor quadrantes,
:is perpendicularibus in centro sese interse-
:ibus. (§. 38.)
;. Quadrans instrumento circini diuidatur in

tot partes aequales, quot latera habebit figura polygona.

3. Ex illis partibus quatuor dabunt arcum, lateri polygoni, tanquam subtensae respondentem, cuius adminiculo tota peripheria diuidi, subductisque chordis polygonum describi potest.

Demonstratio. Quando quadranti tot tribuuntur partes, quot latera habebit polygonum, istae quater sumtae dant numerum omnium similium partium, quae tota peripheria continentur. sed constat ex multiplicationis et diuisionis arithmeticae explicatione, quod diuiso multiplo per factorem, alteruter factor iterum prodeat, (§. 66. seq. arith.) quamobrem, facta diuisione per quaternarium, innotescit numerus partium unius quadrantis, qui, prouti iam dixi, laterum polygoni numero aequalis est, ergo subtensa partium talium quatuor, est latus polygoni quaesitum. e. g. pro heptagono, quadrans D B habet 7 partes, tota peripheria capit 28. diuisis his per 4, redit 7, pro numero laterum figurae in circulum inscribendae.

PROBLEMA XXVI.

CXLIV. *Inuenire magnitudinem anguli polygoni cuiuslibet regularis.*

Resolutio. 1. Numerus graduum totius peripheriae 360, diuidatur per numerum laterum;

F.77.) 2. Quotus hac diuisione repertus detrahatur a summa duorum rectorum, 180 gr. residuum dabit anguli polygoni regularis magnitudinem.

Demonstratio. Diuisione 360 gr. per numerum laterum facta, reperitur arcus BC, et ipsi oppositus angulus ad centrum A. hoc subtracto ab 180 gr. relinquuntur in triangulo ABC, duo anguli reliqui ad basin $x + y$, (§. 79.) sed cum $\Delta ABC = \Delta ACD$, (§. 127.) erit $y = n$, ergo $x + y = y + n$, (§. 23. arith.) qui componunt angulum polygoni BCD. e. g. *sit inueniendus angulus pentagoni regularis, diuiso 360 per 5, prodeunt 72 gr. pro angulo centri, his ex 180 gr. subductis, relinquuntur 108 gr. pro angulo pentagoni, atque hoc modo sequentes magnitudines angulorum centri et polygoni inuentae sunt.*

Polyg.	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
ang. centr.	72	60	$51\frac{3}{7}$	45	40	36	$32\frac{8}{11}$	30
ang. Polyg.	108	120	$128\frac{4}{7}$	135	140	144	$147\frac{3}{11}$	150

PROBLEMA XXVII.

CXLV. *Dato latere polygoni regularis cuiuslibet, idem mechanice delineare.*

F.77.) *Resolutio.* Dimidius polygoni angulus inuentus, ad utrumque lateris dati BC extremum applicetur, (§.41.) et ductis lineis AB, AC, triangulum isosceles super basi BC constitua-

ſtituatur. (§. 64) et ex centro A, radio AB circulus deſcribatur, et in illius peripheriam latus polygoni BC transferatur. Quae quidem praecepta ex iis, quae de angulo centri et polygoni attuli, luculenter pateſcunt.

CONSECTARIVM.

CXLVI. Si totum angulum polygoni aliquoties aſſumere et ipſi latus datum accommodare libeat, idem effectus ſequetur, ſed praxis haec laborioſior eſt, et facile repetitione eiusdem anguli error committitur.

PROBLEMA XXVIII.

CXLVII. *Iam factum polygonum regulare circulo inſcribere.*

Reſolutio. Duo polygoni latera bifariam ſecentur rectis perpendicularibus, (§. 39.) hae ubi continuatae concurrunt, ibi circuli circa polygonum ducendi centrum monſtrant. (§. 70.)

PROBLEMA XXIX.

CXLVIII. *Summam angulorum polygoni regularis inuenire.*

Reſolutio. Numerus laterum figurae multiplicetur per 180, a producto detrahantur 360, reſiduum dabit ſummam omnium polygoni angulorum.

Demonſtratio. Nam omnia triangula, in quae figura regularis, ductis ex centro ad laterum extrema radiis, ſecatur, ſunt inter ſe aequalia, (§. 127.) haec autem ſingula conti- (F. 77.

 nent

nent duos rectos = 180 gr. (§. 79) ergo subtractis angulis prope uertices eorum, siue prope centrum A, qui aequipollent 360 gradibus, (§. 46.) relinquuntur anguli polygoni B, C, D, E, F.

CONSECTARIVM.

CXLIX. Eadem summa deprehenditur, si numerus graduum anguli polygoni per numerum laterum multiplicetur.

THEOREMA XIX.

F. 78. 79.) CL. *Superficies triangulares, ABC, αβγ, in quibus uel 1) unus angulus uni angulo aequalis, et duo latera duobus lateribus aequalia, uel 2) duo anguli singuli utrimque aequales, et latus lateri aequale, uel 3) quarum tria latera aequalia sunt, omnino inter se aequales sunt.*

Demonstr. Supra enim (§. 59. 60. 127.) de eiusmodi triangulis ostendi, quod sibi sint congrua, si eorum comparatio instituatur, quare etiam superficies eorum congruere et aequales censeri debent.

THEOREMA XX.

CLI. *Parallelogrammum quoduis linea diagonali EG diuiditur in dua triangula* F. 70.) *aequalia.*

Demonstr. Latus EH = FG, et EF = HG (§. 135.) et EG est utrique triangulo commune, ergo △EHG = △EFG. (§. 150. n. 3.) Q. E. D.

CON-

CONSECTARIVM.

CLII. Quodlibet igitur triangulum planum, potest pro parallelogrammi cuiusdam, aequalis baseos et altitudinis, dimidia parte haberi.

THEOREMA XXI.

CLIII. *Triangula ABC, BCD,* (F. 80. *quae habent uel eandem uel aequales bases, et eandem altitudinem perpendicularem; uel, quod idem est, quae sunt inter easdem constituta parallelas, sunt inter se aequalia.*

Demonstr. Ducta linea AED basi BC parallela, et producta basi BC in F, erectisque ex C et F perpendicularibus, componuntur tria parallelogramma, maximum AF, medium AC, et minimum EF, quorum duo posteriora primo continentur. est autem △ ABC dimidium parallelogrammi AC, et △ DCF est dimidium parallelogrammi EF, denique △ BCD + △ DCF est dimidium parallelogrammi maximi AF, (§. 151.) sed dimidia partium constituunt dimidium totius, (§. 29. arith.) quamobrem △ BDC + △ CDF = △ ABC + △ CDF, et subducta ab aequalibus summis aequali portione nempe △ CDF, supersunt aequalia, △ BDC = ABC (§. 26. arith.) Q. E. D.

CONSECTARIVM I.

CLIV. Parallelogramma igitur eius- (F. 81. dem uel aequalis baseos et altitudinis, A et B,

ſunt etiam inter ſe aequalia, quippe triangulorum dupla. (§. 152. et §. 31. arith.)

CONSECTARIVM II.

CLV. Triangulum uero cum parallelogrammo aequalem baſin et altitudinem habens huius dimidia pars eſt. (§. 152.)

CONSECTARIVM III.

F. 81.) CLVI. Et quoniam figura obliquà triangularis et quadrangularis B, multo maiorem habet perimetrum, quam figura aequalis baſeos et altitudinis recto ſitu poſita A, ſequitur, quod de talium figurarum area eiusque proportione ex perimetri comparatione aeſtimatio fieri non poſſit. Eaque propter etiam de urbium amplitudine ex earum ambitu ſtatuere non licet.

DEFINITIO XXXI.

CLVII. *Dimenſio ſuperficierum* fit, cum ſuperficies quadrata determinatae magnitudinis, cum maiore area comparatur, et quoties haec illam capiat, definitur. (§. 3. 4. Prolegom.) eaque praxis τετραγωνισμὸς ſiue *quadratura figurarum* dicitur.

PROBLEMA XXX.

F. 82.) CLVIII. *Rectanguli aream metiri.*

Reſol. 1. Menſuretur baſis BD, adhibita menſura aliqua longitudinis geometrica, de qua ſupra §. 11. dixi, et innoteſcet, quot parua quadrata, quorum latus menſurae aſſumtae par eſt, ſuper baſi poſſint conſiſtere.

2. De-

2. Deinde mensuretur etiam altitudo A B, et repertus in eadem similium mensurarum numerus indicabit, quoties series quadratorum basi impositorum, pro modo altitudinis reperi possit. quare hic numerus mensurarum altitudinis multiplicetur in numerum similem baseos, factum indicabit numerum quadratorum, quae a tota area rectangula capiuntur. e. g. AB = 5°, BD = 8° area ergo ABCD = 40 perticis quadratis.

CONSECTARIVM I.

CLIX. Quadrati area inuenitur, (F. 83. numero lateris dato in se ipsum multiplicato, quia illius figura rectangula et aequilatera est. (§. 135.)

CONSECTARIVM II.

CLX. Quoniam mensurae longitudinum in denas singulae partes diuisae a geometris assumuntur (§. 11.) ideo pertica quadrata 100 pedes quadratos, pes quadratus 100 digitos quadratos, digitus quadratus 100 lineas quadratas complectitur.

CONSECTARIVM III.

CLXI. Mensurae igitur superficierum geometricae centuplam seruant rationem, quia quadrata centum exigua requiruntur, ut unum integrum, siue quadratum proxime maioris speciei inde conficiatur.

CONSECTARIVM IV.

CLXII. Si ergo summa linearum quadra-

tarum, uel digitorum, pedumue quadratorum centenis maior proponatur, illa in species, quas continet, distinguitur, si duae a dextris uersus sinistram notae singulis speciebus assignentur. e. g. datae sunt 126872 lineae quadratae, facta separatione fiunt 12′, 68″, 72‴.

CONSECTARIVM V.

CLXIII. Vicissim facilis est resolutio integri in suas species. nempe cuiuslibet speciei locum duae cifrae occupare iubeantur. duae perticae quadratae aequiualent 200 pedibus quadratis, item 2°, 00′, 00″ uiginti mille digitis quadratis etc.

CONSECTARIVM VI.

CLXIV. His praecognitis, numeri, qui diuersas mensurae arearum species designant, facile *adduntur* et *subtrahuntur*, modo ratio centupla semper notetur.

e. g.	8°, 72′, 42″	16°, 05′, 94″
	7, 33, 52	7, 33, 52
Summa	16, 05, 94	8, 72, 42 differentia.

CONSECTARIVM VII.

CLXV. Quia longitudinum mensurae in se inuicem multiplicatae quadrata producunt; uicissim, si haec per istas diuidantur, longitudinum mensurae iterum prodeunt. (§.67.arith.) Quamobrem, quando decimales numeri multiplicandi inter se sunt, fiat primo reductio ad species similes, deinceps more solito multi-

plicatio

plicatio peragatur, et factum in species distinguatur, assignatis cuilibet speciei numeris duobus a dextris uersus sinistram. sed si areales numeri per longitudinum mensuras diuidendi sint, itidem fiat reductio ad similes species, et quotus in suas classes a dextris uersus sinistram distinguatur, singulis notis pro quauis specie assumtis. e. g. Latus 2°, 4'. ducendum est in 3°, 5'. 6". multiplicentur 240 in 356. factum erit 8°, 54', 40". uicissim hoc numero per 240 diuiso, prouenit quotus 3°, 5', 6".

SCHOLION.

CLXVI. *Praxi geodaeticae operam daturus nosse praeterea debet, quot perticae quadratae, secundum morem ciuitatis, in qua uersatur, ad IVGERVM componendum numerentur. In Saxonia duum generum iugera in usu sunt; MINVS, quod Morgen, Acker, germ. appellamus, quod 300. perticis quadratis constat; et MAIVS, quod Husam dicimus, (medii aeui scriptores mansum uocant, de quo late agit ZIEGLER d. dote eccles. c. 7. §. 34. sq.) idque triginta minora iugera complectitur. v. BEVTEL Geom. p. 149. LEISSERI Ius georgic. L. 1. c. 2. Verum moribus diuersae iugerum tam minorum quam maiorum magnitudines iampridem constitutae sunt. conf. HOFMANNI prudentia oeconom. Lib. 2. c. 3. §. 57.*

PROBLEMA XXXI.

CLXVII. *Parallelogrammi obliqui aream, cognita basi et altitudine, metiri.*

Resolutio. Basis multiplicetur in altitudinem perpendicularem, factum aream prodet. recta enim area obliquae aequalis baseos et altitudinis perpendicularis par est. (§. 154.)

PRO-

PROBLEMA XXXII.

CLXVIII. *Trianguli cuiuslibet aream, data ejusdem basi et altitudine, metiri.*

F. 84.) *Resolutio.* Quia triangulum est parallelogrammi aequalis baseos et altitudinis pars dimidia, (§. 155) ideo basis AB multiplicetur in altitudinem CD, et producti sumatur pars dimidia AB = 24 CD = 8. 24. 8 = 192 △ ADB = 96.

Aliter. Vel basis multiplicetur per altitudinem dimidiam, et facti prioris dimidium, siue area trianguli innotescet. 24. 4 = 96.

Aliter. Denique altitudo multiplicetur per basin dimidiam, et factum similiter aream trianguli manifestabit. 12. 8 = 96.

CONSECTARIVM.

CLXIX. Cum autem superficies trianguli omnium prima et simplicissima, ac reliquarum multangularium elementum sit, liquet, huius cognita quadratura, omnium aliorum planorum dimensionem fieri posse.

PROBLEMA XXXIII.

CLXX. *Polygoni regularis aream metiri.*

F. 77.) *Resolutio.* Quia polygonum regulare tot constat triangulis aequalibus, quot sunt latera: unius eiusmodi trianguli area, ex basi et altitudine cognitis, inuestigetur, (§. 168) haec per numerum laterum multiplicata totam aream prodet.

SCHO-

SCHOLION.

CLXXI. *Assume in hac solutione cognitam, praeter latus figurae, trianguli unius altitudinem. quomodo autem haec, dato latere et angulis trianguli, geometrice inuestigari possit, infra in trigonometria plana monstrabitur. Idem circa sequentium nonnullorum problematum solutionem est tenendum. Quando scala geometrica figurae iam descriptae addita occurrit, ex eadem linearum omnium magnitudinem discere licet.* (§. 104.)

PROBLEMA XXXIV.

CLXXII. *Aream trapezii cuiuslibet metiri.*

Resolutio. 1. Diuidatur figura diagonali linea MO in duo triangula, et in diagonalem, tanquam communem basin, demittantur perpendicula, horum summa dimidia multiplicetur in basin totam, uel summa perpendiculorum ducatur in dimidiam basin, factum dabit areae quantitatem, (§.168.) (F.85.

2. Si forte duo figurae latera opposita fuerint parallela, horum distantia ED est communis duorum triangulorum a diagonali factorum altitudo, itaque haec in dimidiam summam laterum parallelorum AB, CD multiplicata aream patefaciet. (§.168.) (F.86.

PROBLEMA XXXV.

CLXXIII. *Aream cuiuslibet figurae polygonae irregularis metiri.* (F.87.

Resolutio. 1. Tota area, diagonalibus ductis, in triangula A, B, C, secetur.

2. Deinde mensurentur perpendicula et basea

ses horum triangulorum, et singulorum superficies inueniantur. (§. 168)

3. Areae triangulorum singulorum colligantur in summam, haec dabit aream totius polygoni.

SCHOLION.

CLXXIV. *Camporum dimensio tum demum commodissime suscipitur, postquam eorum figurae imaginibus eiusmodi exhibitae sunt, quibus tota facies areae dilucide ob oculos ponitur. itaque de his rite efficiendis nunc dicendum uenit.*

DEFINITIO XXXII.

CLXXV. *Ichnographia* uocatur figura, quae alicuius planae superficiei imaginem parua forma, ope scalae geometricae delineatam, sistit.

PROBLEMA XXXVI.

CLXXVI. *Ichnographiam areae, quam* F. 88.) *ubiuis pertransire licet, describere.*

Resolutio prima. 1. Vertices angulorum areae, positis baculis perpendicularibus, e longinquo conspicuis, determinentur.

2. Circa medium illius in *o* mensula collocetur horizontali situ, et ad acum in *o* fixam applicetur regula cum dioptris, et ad singulos angulorum uertices lineae ducantur.

3. Linearum A *o*, B *o*, etc. longitudines mensurentur, et ex scala assumtae in lineas respondentes in mensa ductas transferantur.

4. Denique harum extrema iungantur rectis, et claudetur pictura ichnographica, quae refert faciem figurae maioris.

De-

Demonſtr. Conſtat enim ex ſupra dictis, (§. 105.) parua circa *o* triangula maiorum eſſe ſimillima, quia angulos ubique pares, et latera adiecta proportionalia habent. ergo latera *ab*, *bc*, etc. in ſcala, qua cetera menſurata fuerunt, aſſumta, manifeſtant magnitudinem laterum AB, BC. etc.

Reſolutio ſecunda. Si lubuerit aſtrolabio in *o* poſito angulos circumiectos metiri, et laterum A *o*, B *o* etc. magnitudines pertica determinatas, in ſcala geometrica aſſumere, et angulis inuentis applicare, ſimilis figura ex ſimilibus triangulis poteſt componi. (§. 62. et 105.) Hic modus, pro delineanda areae ſpatioſioris figura praecipue utilis eſt. in minoribus menſula rectius adhibetur.

Reſolutio tertia. Quando area non nimis ampla eſt, et inſtrumenta ad manus non (F. 87. ſunt, menſurentur diagonales figurae *on*, *rn*, cum lateribus adiacentibus; et paris illis in ſcala aſſumantur lineae, ſingulaque triangula, quibus figura conſtat, AB, C, ex lateribus cognitis componantur. (§. 54.)

Reſolutio quarta. Vel in area data, poſitis aliquot baculis, deſignetur diagonalis *odfn*, et dioptris aſtrolabii ad rectos angulos ordinatis, quaerantur puncta *d*, *f*, *g*, in quae incidunt perpendiculares *dr*, *ef*, *gb*, et tum hae, tum portiones diagonalis *od*, *df*, *fg*, *gn*, menſurentur, ita ope ſcale figura ſimilis delineatur.

PRO-

PROBLEMA XXXVII.

CLXXVII. *Ichnographiam areae, quam pertransire ubique non licet, describere.*

F. 89.) *Casus primus. Quando extrema figurae puncta ex duabus stationibus uideri possunt.*

Resolutio prima. 1. Ponatur in statione prima in F mensula, et fixa ibidem acu in *o*, inde ducantur lineae tum ad stationem alteram G, tum ad omnium figurae angulorum uertices.

2. Deinde mensuretur stationum distantia GF, eademque e scala in lineam *os* transferatur, et mensula in alteram stationem G transportetur.

3. Hic iterum sic dirigatur uersus F linea *os*, ut sit parallela GF, et applicata regula ad *s*, uersus figurae singula extrema iterum rectae ducantur, hae ubi priores respondentes secant, ibi puncta ichnographiae extrema, lineis ulterius copulanda, definiunt.

Demonstratio horum praeceptorum iam data est §. 109.

Resolutio secunda. Si circulo uel semicirculo omnes anguli linearum, quae in *o* et *s* concurrunt, quaerantur, et distantia stationum pertica mensurata e scala assumatur, similis figura eius, quam mensula inuenimus, componi potest.

Casus secundus. Quando extrema figurae pun-

puncta ex duabus stationibus uideri nequeunt.

Resolutio prima. 1. In angulo (F. 90.) quocunque A mensula ponatur, et assumto in eadem puncto, applicataque regula cum dioptris, lineae uersus proximos angulorum uertices B et E ducantur; tum ipsae lineae AB, AE mensurentur, et earum magnitudines e scala in lineas in mensa ductas transferantur.

2. His factis mensula transportetur in B, et linea uersus idem punctum antea in prima statione ducta iterum dirigatur ex B in A, et, posita super huius lineae extremo regula, ducatur alia uersus C, et, mensurata linea BC, e scala ipsi par in altera respondente determinetur.

3. Similiter mensa in C et E transportetur, et haec praxis tamdiu repetatur, donec ultima linea cum ea, quae in prima statione ducta fuerat, concurrat, et figurae ambitum claudat.

Demonstratio. Componitur hoc artificio figura parua maioris omnino similis. siquidem et anguli aequales et latera proportionalia sunt. (§.87) assumamus exempli loco triangulum paruum *abc*; hoc aequipollet maiori ABC, quia anguli ad B et *b* aequales sunt, et latera *ab*, *bc* aequiualent lateribus AB, BC, quia e scala, simili proportione seruata, fuerunt definita. (§.59) Idem de aliis triangulis ostendi potest. quamobrem, cum figura similibus ubi-

que partibus constet, non est de similitudine totius dubitandum. (§. 29. arith.)

Resolutio secunda. Circulo uel semicirculo definiantur singuli anguli A, B, C, etc. et mensurentur latera; tum ope semicirculi et scalae potest domi parua maioris areae ichnographia describi.

Compassus siue pyxis, in qua acus magnetica intra circulum in gradus singulos diuisum, suspensa, et quae dioptris instructa est, (§. 32. n. 9) ad hoc problema soluendum etiam potest adhiberi, siquidem illius adminiculo, declinationes laterum figurae a linea meridiana, et simul anguli a lateribus comprehensi, compendiose reperiuntur, uerum usus eius rectius facto ipso, quam figuris docetur. u. BION officin. mathem. L. 4. c. 7.

CONSECTARIVM.

CLXXVIII. Prior modus, extrema figurae puncta ex duabus stationibus determinandi, etiam ad topographias, uel chorographias, siue tractuum terrestrium imagines condendas ualet. et si qua loca ex duabus stationibus ob intermedia impedimenta spectari nequeunt, eorum puncta ex aliis stationibus supplentur, et simul loca reliqua uicina simili artificio adiiciuntur. Atque in hac praxi tractanda sola stationum distantia diligentius est metienda.

SCHOLION

CLXXIX. *His, quas superioribus problematibus tradidi, legibus, camporum prouinciarumque descriptio geometrica continetur. Interim per se quisque*

intel-

intelligit, loca prae caeteris notatu digna signis aptis distinguenda, tum etiam scalam, ex qua linearum magnitudines assumtae fuerunt, figurae subiiciendam esse. praeterea situs plagarum mundi, auxilio acus, magnetica ui praeditae, cuius declinatio ante innotuit, inuentus, indicandus est. Verum his missis, postquam de arearum rectis lineis contentarum dimensione satis actum fuit, restat, ut de earundem diuisione explicetur.

PROBLEMA XXXVIII.

CLXXX. *Parallelogrammum ex quocunque puncto E in duas partes aequales diuidere.* (F. 91.

Resolut. Ducantur diagonales AD, CB, et per punctum intersectionis o transeat recta EF, haec in duas partes AFCE = FBED parallelogrammum secat.

Demonstr. Facile apparet, quod ab utraque parte lineae EF, occurrant triangula penitus aequalia, 1 = *n*, 2 = *r*, 3 = *m*. ex quibus tanquam partibus utraque portio dimidia componitur. Nam quod 1 = *n* inde colligitur, quia anguli uerticales ad *o* aequales, (§. 48.) et reliqui in A, C, B, D, tanquam alterni (§. 74) pares sunt, et AC = BD, (§. 135) quare 1 = *n*. (§. 60) Eodem modo ostenditur aequalitas reliquorum 2 = *r*, 3 = *m*. Q. E. D.

CONSECTARIUM.

CLXXXI. Vna constat, punctum intersectionis diagonalium *o*, esse in medio parallelogrammi situm, et ueluti centrum talis figurae,

in quo ex quocunque puncto ducta transuersa EF bifariam secatur.

PROBLEMA XXXIX.

CLXXXII. *Data area et basi trianguli inuenire ejusdem altitudinem perpendicularem.*

Resolutio. Area data diuidatur per basin dimidiam, quotus indicabit altitudinem quaesitam. (§. 168)

PROBLEMA XL.

CLXXXIII. *Trapezium in duas partes aequales diuidere.*

F. 92) *Resol.* 1. Inquiratur in aream talis figurae. (§. 172) eademque inuenta in duas partes aequales diuidatur.

2. Dimidia pars comparetur cum triangulo altero maiore ABC, quod sectione diagonalis in trapezio producitur, et illius ab hoc differentia subtractione inuestigetur.

3. Haec differentia habeatur pro area triangulari, cuius basis est CB. Itaque, ex area et basi cognita, inueniatur altitudo eiusdem *n o*, (§. 182) eademque iuxta normam super basi prope angulum alterutrum B uel C erigatur, et linea B *n* ducatur, ita triangulum B *n* C exhibet differentiam trianguli ABC a parte trapezii dimidia. haec ergo subtracta a maiore triangulo ABC, et addita ad minus triangulum BCD efficiet, ut linea B *n* tota figura sit in duas partes aequales diuisa.

CON-

CONSECTARIVM I.

CLXXXIV. Eodem modo in plures partes aequales trapezium secare licet.

CONSECTARIVM II.

CLXXXV. Quin etiam in multangulis figuris irregularibus, partes tam aequales, quam inaequales, secundum proportionem datam, possunt determinari, postquam areae quantitas numeris expressa innotuit. Nam triangula differentialia tamdiu adduntur et subtrahuntur trapeziis uel triangulis, in quae figura diagonalibus secta est, donec quaelibet portio adaequet datam magnitudinem.

SCHOLION.

CLXXXVI. *Verum pro partiendis, augendis minuendisque areis plures alias geometria ueritates subministrat, ex quibus praecipuas nunc in medium afferam.*

THEOREMA XXII.

CLXXXVII. *Triangula et parallelogramma seruant rationem compositam basium et altitudinum.*

Demonstratio. Producitur enim area trianguli, basi illius per dimidiam altitudinem multiplicata, (§.168) et area parallelogrammi prodit, multiplicatione baseos per altitudinem; (§.158.167) Sed ratio composita dicitur, quando factum antecedentium et consequentium assumitur et cum ratione antecedentis ad consequentem comparatur, (§.86. arith.) quare, si numeri basium et altitudinum pro rationalibus

terminis habeantur, areae triangulorum et parallelogrammorum compositam basium et altitudinum rationem seruant.

CONSECTARIVM.

CLXXXVIII. Si ergo altitudo talium figurarum aequalis est, areae earundem seruant rationem basium; si bases aequales, habent rationem altitudinum. siquidem ratio, multiplicatione per eundem numerum facta, non mutatur. (119. arith.)

PROBLEMA XLI.

CLXXXIX. *Triangula et parallelogramma in aliquot partes aequales diuidere.*

F. 93. 94.) *Resolutio.* Basis diuidatur in tot partes aequales, quot habebit area trianguli uel parallelogrammi, et in parallelogrammis lateribus parallelae, in triangulis, lineae in uertice coeuntes ducantur, utroque casu partes aequales 1. 2. 3. quae quaerebantur, inueniuntur. (§. 188.)

THEOREMA XXIII.

CXC. *In triangulis et parallelogrammis similibus altitudines sunt lateribus homologis proportionales.*

F. 95. 96.) *Demonstratio.* Demittantur perpendicula *ae*, AE quia △*abc* ∽ △ABC, erit angulus *b* = B, (§. 93) et *e* = E, quippe uterque rectus, ergo angulus *a* = A (§. 85), et locum habet in aequiangulis triangulis analogia, *ab*:

ae = AB : AE, uel alternatim *ab* : AB = *ae* : AE, (§. 112. arith.) et ob eandem rationem, *ac* : AC = *ae* : AE = *bc* : BC. In parallelogrammis uero similibus ac, AC, quae ex duobus triangulis similibus componuntur, (§. 152) idem omnino ualere debet. (§. 113. n. 2. arith.)

CONSECTARIVM I.

CXCI. Ex hoc et proxime superiore theoremate intelligitur, triangula et parallelogramma similia habere duplicatam rationem homologorum laterum, uel altitudinum, h. e. habere eandem rationem, quam quadrata laterum homologorum. (§. 86. 152. arith. et §. 159. geom.) sit enim altitudo *ae* = 2 basis *bc* = 3, item AE : BC = 8 : 12 = 2 : 3 (§. 84. 120. arith.) cum harum figurarum areae seruent rationem compositam basium et altitudinum; (§. 187.) et composita ratio fiat ex antecedentium et consequentium rationalium multiplicatione, (§. 86. arith.) erit, (quia 2 : 3 = 2 : 3,) ratio composita duplicata 4 : 9, (ibid.) quam habent duae areae 6 : 72, et quam seruant etiam quadrata laterum homologorum.

CONSECTARIVM II.

CXCII. Idem de figuris multangulis similibus, quae ex triangulis similibus componuntur, accipiendum est. (§. 113. n. 3. arith.)

THEOREMA XXIV.

CXCIII. *In quouis triangulo rectangulo, quadratum hypotenusae aequale est duobus quadratis laterum reliquorum.*

F. 97.) *Demonstratio.* Imponantur quadrata I. II. III. lateribus, (§. 137.) et ex angulo recto trianguli ABC ducatur ad hypotenusam BC perpendicularis ALI, haec quadratum hypotenusae diuidit in duo rectangula BI, LK. ostendam, rectangulum BI quadrato DB, et rectangulum LK quadrato FC aequale esse. ducantur enim lineae EC, AH, BG, AK, fiet △ EBC = △ ABH. nam habent duo latera aequalia AB = EB, et BC = BH, et angulus EBC = ABH, quia uterque ex recto angulo quadrati et medio communi ABC componitur, (§. 28. arith.) ergo tota triangula sunt aequal a (§. 59.) similiter demonstratur, quod △ BCG = △ ACK, Enimuero △ EBC dimidium est quadtati minoris DB, (§. 155.) et △ ABH est dimidium rectanguli BI, (§. 155.) ideoque □ DB = rectangulo BI. (§. 31. arith.) Porro △ BCG = $\frac{1}{2}$ □ FC et △ ACK = $\frac{1}{2}$ LK, (§ 155.) ergo □ FC = rectang. LK. et quadrata I † II = □ III. Q. E. D.

SCHOLION.

CXCIV. *Hoc theorema a Pythagora inuentum Pythagoricum, et ob insignem, quam in doctrina magnitudinum praestat, utilitatem, magister matheseos, et theorema hecatombe dignum appellatur. v. VITRUVII Lib. 9. c. 2.*

CONSECTARIVM I.

CXCV. Si quadrata laterum minorum trianguli rectanguli numeris determinata habeantur, (§. 159.) et ex summa eorum radix extrahatur,

batur, haec latus hypotenusae prodet. (§. 154. arith.)

CONSECTARIVM II.

CXCVI. Differentia autem quadrati hypotenusae, et quadrati unius lateris quadratum alterius lateris manifestat, extractaque radice, ipsum latus tertium innotescit.

PROBLEMA XLII.

CXCVII. *Datis duobus quadratis geometrice aequale constituere.*

Resolutio. Iungantur latera datorum duorum quadratorum ad angulos rectos, et fiat triangulum rectangulum, huius hypotenusae impositum quadratum par est duobus quadratis laterum reliquorum. (§. 193.)

CONSECTARIVM.

CXCVIII. Similiter etiam pluribus quadratis unicum aequale reddi potest.

PROBLEMA XLIII.

CXCIX. *Triangulo par rectangulum componere.*

Resolutio. Assumtis dimidia trianguli (F. 98. basi, et altitudine perpendiculari, fiat rectangulum ED, (§. 137.) hoc areae △ ABC aequipollet.

Demonstr. Nam si rectangulum eandem cum triangulo basin et altitudinem haberet, foret trianguli duplum, (§. 155.) ergo illius dimidium, nempe rectangulum ED, (§. 188.) aequale est △ ABC.

PROBLEMA XLIV.

CC. *Triangulo par quadratum com-* F. 99.) *ponere.*

Resolutio. Commutetur △ ABC in rectangulum ED; (§. 199.) Deinde inter duo huius rectanguli latera quaeratur media proportionalis LG, (§. 119.) huius quadratum MG = △ ABC.

Demonstr. Nam quemadmodum in numeris, sic etiam in lineis, datis tribus quantis continue proportionalibus, factum extremorum par est quadrato medii, (§. 111. arith.) ergo rectang. FH = FG. GK (§. 158.) = □ LG. (§. 119. 159.)

CONSECTARIVM.

CCI. Et quia triangulum est figura omnium prima et simplicissima, apparet, aliis quoque figuris multangulis, quae ex triangulis componuntur, aequale quadratum constitui posse.

THEOREMA XXV.

CCII. *Circuli area aequalis est triangulo, quod pro basi habet peripheriam in rectam lineam extensam, et altitudinem semidiametro parem.*

F. 100.) *Demonstr.* Supra dictum fuit, in circulo polygona regularia inscribi posse, (§. 144. sq.) assumto hexagono (§. 140.) patet, latera illius multum adhuc a circuli peripheria distare, uerum bifariam sectis arcubus, (§. 67.) inscriptoque dodecagono, huius latera iam

pro-

propius ad arcus circuli accedunt, et si, continuata arcuum bisectione, inscribantur polygona XXIV, XLVIII et plurium laterum, haec magis magisque arcubus peripheriae appropinquant, ut tandem arcus a subtensis parum uel nihil differant. Quamobrem circuli peripheria aequiparari potest polygono innumerorum laterum, quae a minutis peripheriae arcubus quam minimum distant. Porro liquet, polygona ex triangulis aequalibus componi, quorum bases sunt latera polygoni et crura concurrunt in circuli centro. e. g. ABD, ADE, etc. sed quando adeo exiguae sunt triangulorum bases, ut non differant a minutissimis peripheriae arcubus, etiam altitudo triangulorum semidiametro aequalis censeri potest, quippe quae a lateribus perparum uel nihil differt. et cum plura triangula eiusdem altitudinis in unum coagmententur, quod omnium reliquorum bases complectitur, et habet communem cum illis altitudinem, (§. 188.) sequitur, quod circuli BDEF area recte aequiparetur triangulo ABC, cuius basis BC circuli peripheriae, et altitudo AB semidiametro par est. Q. E. D.

CONSECTARIVM I.

CCIII. Si itaque linea recta peripheriae circuli aequalis posset deprehendi, *quadratura circuli* eodem modo, quo dimensio areae trianguli fieret. nempe radius in circumferentiam dimidiam multiplicatus produceret aream circuli. (§. 168.) posita diametro 100 periphe-

ria

ria est 314, (§. 129.) radio ergo 50 ducto in 157 peripheriam dimidiam, area circuli erit 7850.

CONSECTARIVM II.

CCIV. Ex eo autem, quod dixi, circulum pro polygono regulari, cuius minutissima latera ab arcubus peripheriae nihil differunt, putari posse, elucet, circulorum peripherias inter se habere rationem diametrorum uel semidiametrorum. siquidem ambitus triangulorum similium, ex quibus polygona quaeuis regularia et circulus quoque componuntur, homologorum laterum rationem habent. nam ambitus constat ex lateribus singulis collectis, et summae similium rationalium antecedentium et consequentium, eandem seruant rationem, quam quilibet antecedens ad suum consequentem. (§. 113. arith.) Idem elucet etiam ex §. 129. ubi perpetuam diametri et circuli proportionem laudauimus.

CONSECTARIVM III.

CCV. Verum areae circulorum seruant duplicatam rationem diametrorum uel semidiametrorum, siue habent se ut quadrata diametrorum uel semidiametrorum. siquidem singula triangula similia, ex quibus circulorum areae componuntur, proportionem duplicatam laterum homologorum uel altitudinum habent. (§. 191.) add. sq. §. 206.

THEOREMA XXVI.

CCVI. *Circuli area habet ad quadra-* (F. 101.) *tum inscriptum OMPS similem ratio-*

rationem, quam circumferentia dimidia ad diametrum, et ad quadratum diametri circumscriptum LNQR, habet circuli area eandem rationem, quam quarta pars circumferentiae ad diametrum.

Demonstratio. Primum quidem illud manifestum est, quod □ inscriptum OMPS sit dimidium □ circumscripti LNQR. nam △ OMP = ½ L'ONP, (§. 155) et △ OMP = △ OSP, (§. 127) ergo □ OMPS = rectang. LON P. siue dimidio quadrato circumscripto. Deinde rectangulum ex radio MC = LO, in peripheriam dimidiam OMP, h. e. ipsa circuli area, (§. 203) habet ad rectangulum OLNP eiusdem altitudinis, h. e. ad □ inscriptum, rationem basium. (§. 188) nempe dimidiae peripheriae OM P, ad diametrum OP. quare idem circulus ad rectanguli LP duplum, siue □ circumscriptum LR, habet rationem, quam dimidia peripheria ad duas diametros, uel bisectis quantis rationalibus, (§. 120. arith.) prodit circuli ad quadratum diametri ratio, quam habet quarta pars peripheriae ad diametrum. Q. E. D.

CONSECTARIVM.

CCVII. Assumta igitur quacunque peripheriae ad diametrum proportione, numeris exprimi potest areae circuli ratio ad quadratum diametri. Nempe secundum Archimedem circulus ad quadratum diametri seruat rationem $5\frac{1}{2} : 7 = 11 : 14$. secundum Culenium 785 : 1000, secundum Metium 355 : 452. PRO-

PROBLEMA XLV.

CCVIII. *Data diametro circuli huius aream inuenire.*

Resol. Numerus, qui diametri magnitudinem indicat, in se multiplicetur, ut quadratum illius producatur, tum inferatur, uti 1000 ad 785, ita quadratum datum diametri, ad aream circuli.

CONSECTARIVM.

CCIX. Viciſſim cognita area circuli pro diametri quadrato infertur, 785 : 1000, ita data area circuli ad quadratum diametri.

DEFINITIO XXXIII.

CCX. *Sector circuli* uocatur portio areae ACBD, quae a duobus radiis et interiecto peripheriae arcu comprehenditur. (F.102.)

PROBLEMA XLVI.

CCXI. *Sectoris aream metiri, data ſemidiametro et arcu circuli, quo ſector continetur.*

Resol. 1. Arcus, cuius graduum numerus cognitus eſt, conuertatur in lineam rectam; inueniatur nempe prius totius peripheriae magnitudo, (§.129) et deinceps inferatur; uti 360 gr. ad longitudinem totius peripheriae inuentam, ſic datus graduum numerus, ad arcus ADB longitudinem.

2. Tum multiplicetur dimidius arcus ADB in ſemidiametrum AC, factum dabit aream ſectoris. De-

Demonstr. Nam quemadmodum totus circulus par est triangulo, cuius altitudo est semidiameter, et basis, peripheria in rectam lineam extensa, (§. 202.) ita etiam sector haberi potest pro triangulo cuius altitudo est radius AC, et basis arcus ADB. unde dimensio illius patescit. (§. 168.)

CONSECTARIUM.

CCXII. Etiam pars sectoris EFG, quam subtensa EF, et arcus EGF capit, innotescit, si triangulum CEF, a toto sectore CEGF subtrahatur.

DEFINITIO XXXIV.

CCXIII. *Lunula Hippocratis Chii* (F. 103). (qui primus illius quadraturam inuenit.) est area, quae ab arcu semicirculi ADB et quadrante AEB ex centro F, (quod producta CD ut sit CD = CF determinatur) radio AF descripto continetur.

PROBLEMA XLVII.

CCXIV. *Lunulam Hippocratis ADEB quadrare.*

Resolutio. 1. Ducatur radio AC semicirculus ADB, tum fiat AC = CF, et ducatur hypotenusa AF, eademque tanquam radio ex F describatur quadrans AEB.

2. Deinde ex basi BC et altitudine CF, quae baseos pars dimidia est, notis quaeratur area △ ABF, (§. 168.) haec aequipollet lunulae ADEB.

De-

Demonstratio. Quadratum hypotenusae AF, par est □ AC † □ CF, (§. 193.) ergo quadrans AEBF par est semicirculo ADBC, siquidem circuli seruant proportionem quadratorum semidiametrorum, (§. 205.) et circulus radio AF descriptus duplo maior est, circulo, qui radio AC describitur, et quadrans illius dimidio huius aequipollet. sed si ab aequalibus quadrante AEBF, et semicirculo ADBC auferatur medium commune spatium AECB, aequalia remanent, nempe lunula ADBE = △ ABF, (§. 26. arith.) quare huius area lunulae par est Q. E. D.

CONSECTARIVM.

CCXV. Partis igitur areae circularis absoluta quadratura perspicue hinc intelligitur, etsi totam aream nemo adhuc quadrare possit.

CAPVT III.

ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑ.

SIVE

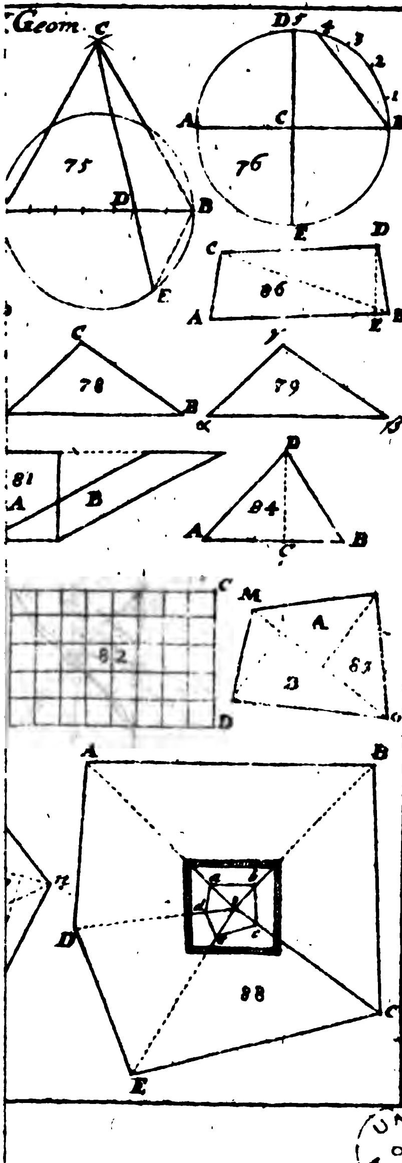
DE

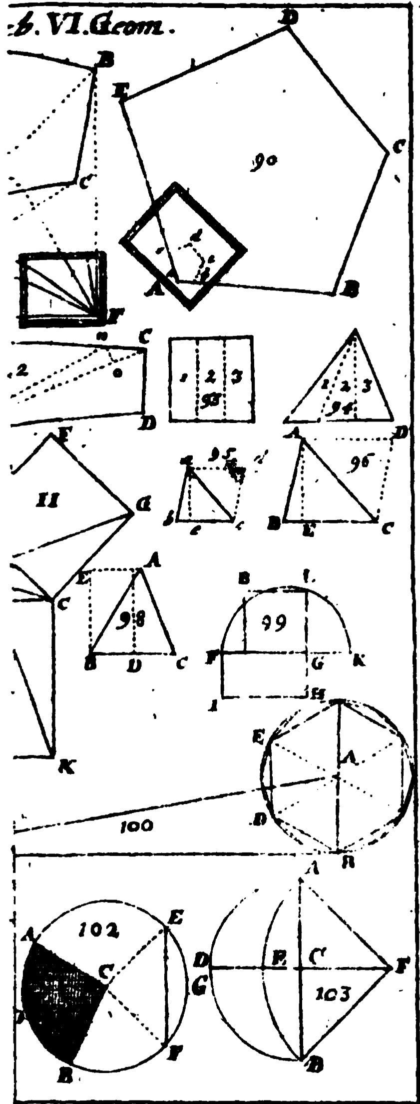
DIMENSIONE SOLIDORVM.

DEFINITIO XXXV.

CCXVI. *Solidum* siue *corpus* est, quod longitudinem, latitudinem et profunditatem habet. siue extensum, quod superficiebus clauditur.

CON-


Geom.
75
76
86
78
79
81
84
82
83
88



-b. VI. Geom.
90
93
94
95
96
98
99
100
102
103

CONSECTARIVM.

CCXVII. Describitur itaque a geometris non corpus physicum, sed spatium, quod physicum corpus capit.

SCHOLION.

CCXVIII. *Modus corporis formandi nonnihil declaratur, si cogitetur superficies secundum alicuius lineae extensionem promota.*

DEFINITIO XXXVI.

CCXIX. Corporis classes, pro diuersitate superficierum, quibus terminatur, sic constitui commode possunt, ut primum de iis, quae superficiebus planis, deinceps de aliis, quae superficiebus conuexis, uel solis, uel conuexis et planis clauduntur, differatur.

DEFINITIO XXXVII.

CCXX. Ad primam classem pertinent *Prismata.* Horum efformatio illustratur, si cogitetur superficies plana angulis praedita, per lineam determinatae longitudinis promota. Itaque triangulum AB deorsum descendens per lineam AD (F.104 *prisma triangulare* AC gignit. sed parallelogrammum DE descendens per (F.105. lineam DF, *prisma quadrangulare*, pentagonum FG per lineam FH pro (F.106. motum, *prisma quinquangulum* designat. atque sic etiam alia multangula prismata nascantur. Illa prismata, quorum singulae superficies oppositae parallelae et aequales

ſunt, *parallelepipeda* nominantur, quale eſt DEF.

DEFINITIO XXXVIII.

CCXXI. Si planum, quod motu ſuo ſpatium definit, fuerit quadratum A, et moueatur per lineam lateri quadrati aequalem, F. 107.) oritur *Cubus*, ſiue corpus, quod undique ſex planis quadratis, ex quibus oppoſita parallela ſunt, terminatur.

DEFINITIO XXXIX.

CCXXII. Alteram ſpeciem corporum, planis ſuperficiebus comprehenſorum, conF. 108, 109.) ſtituunt *Pyramides*, ſiue ſolida, quae ex baſi anguloſa in acumen aſſurgunt, uel quae tot clauduntur triangulis planis, quot baſis habet latera, et a numero angulorum baſeos ſigillatim denominantur *triangulares, quadrangulares*, et ita porro.

DEFINITIO XL.

F. 110.) CCXXIII. Superficie undique conuexa gaudet *ſphaera*, cuius talis eſt conformatio, ut lineae rectae, ex medio in ſphaera centro D, in ſuperficiem ductae D A, D B, ſint inter ſe aequales. generatur ſphaera, ſi ſemicirculi planum A D B C, circa immotam diametrum A B conuertatur.

DEFINITIO XLI.

CCXXIV. Superficiem partim conuexam, partim planam habet *cylindrus*, ſiue corF. 111.) pus rotundum, quod oritur, dum linea recta B D circa duos circulos aequales

et parallelos conuertitūr, donec ad locum, unde moueri coepit, redeat. Vel producitur, dum parallelogrammum C D circa alterum latus suum C E immotum conuertitur. Cylindrus uocatur *rectus* A D, quando axis C E est ad basin perpendicularis, et *scalenus* uel *obliquus*, çum axis F I est (F. 112. ad planum baseos inclinatus.

DEFINITIO XLII.

CCXXV. *Conus* est solidum, quōd ex basi circulari in acumen assurgit, et generatur, dum linea A C altero extremo in A fixa, et ad peripheriam circuli B C in- (F. 113. clinata, ita circa hanc conuertitur, donec ad punctum, unde moueri coepit, redeat. siue dum △ A D C circa latus A D immotum in orbem agitur. *Rectus conus* est, ubi axis A D ad diametrum baseos circularis penpendicularis est, *scalenus* uel *obliquus*, quando axis E H ad diametrum plani circuli inclinatur. (F. 114.

DEFINITIO XLIII.

CCXXVI. Corpora uel sunt *regularia*, quae undique figuris regularibus et aequalibus (quas graeci ἕδρας, *sedes* uel *bases* nominarūnt,) terminantur, et *irregularia*, quae tales terminos non habent. Regularia sunt quinque. 1. *Tetraedrum*, siue pyramis A quatuor triangulis aequilateris et (F. 115. aequalibus terminata. 2. *Cubus*, siue *hexaedrum*, corpus, quod sex planis quadratis

dratis aequalibus clauditur. (§. 221.) 3. *Octae-*
F. 116.) *drum*, siue pyramis duplex quadran-
gula. 4. *Dodecaedrum*, quod duodecim pen-
F. 117.) tagonis regularibus clauditur.
F. 118.) 5. *Icosaedrum*, quod uiginti triangu-
lis aequilateris et aequalibus terminatur.

CONSECTARIVM I.

CCXXVII. Quoniam corpora regularia undique figuris regularibus terminantur, possunt sphaerae sic inscribi, ut anguli in superficiem sphaerae desinant. (§. 147.) Eoque facto in medio horum corporum centrum sphaericae superficiei occurret.

CONSECTARIVM II.

CCXXIIX. Si ab angulis corporum regularium ad centrum lineae rectae ductae ponantur, liquet, illa ex pyramidibus, quarum bases sunt hedrae corporis, et apices in centro concurrunt, componi.

PROBLEMA XLVIII.

CCXXIX. *Corporum regularium schemata* (*Retia* alii uocant) *charta complicata exhibere.*

F. 119.) *Resolutio.* I. *Pro tetraedro* in charta duplicata delineatur △ aequilaterum ABC, bisectisque eius lateribus in alia similia et aequalia triangula quatuor maius diuiditur, haec hedras tetraedri dabunt, et complicatis et glutine coniunctis hedrarum illarum extremis, ipsum corporis schema desideratum exhibebitur.

2. *Pro*

2. *Pro hexaedro* sex quadrata con- (F. 120. nexa fiunt, ut figura docet.

3. *Pro octaedro* octo triangula aequilatera aequalia iunguntur, quae figura clare (F. 121. monstrat.

4. *Pro dodecadro* prius una basis (F. 122. pentagona regularis delineatur, (§. 141) et circa hanc ponuntur quinque similes et aequales. atque hae quidem compendiose fiunt, dum a quolibet pentagoni angulo per duo oppositi lateris extrema rectae ducuntur, et polygoni lateris magnitudo ex illis resecatur. tum enim super horum laterum extremis *n* et *m*, interuallo lateris pentagoni *nx*, *mx*, arcus fiunt in *x*, et figura clauditur. similique modo sex reliqua pentagona regularia aequalia describuntur.

5. Quomodo *pro icosaedro* uiginti tri- (F. 123. angula aequalia iungantur, itidem schema clare ob oculos ponit.

6. Denique, quando factae hae figurae ex charta exsecantur, cautio adhibeatur, ut alterna latera extrema marginem habeant, super quo proximum latus glutine uel colla iungendum imponi firmiusque inhaerere queat.

THEOREMA XXVII.

CCXXX. *Corpora regularia tantum dantur quinque.*

Demonstratio. Constat, angulos circa unum punctum circumpositos, omnes iunctim 360 gradus complecti, (§. 46.) et in plano circuli circa centrum concurrere, quamobrem

tres anguli plani, qui constituunt angulum solidum corporis regularis, capere debent pauciores quam 360 gradus, quia alias anguli plani concurrentes, angulum solidum, siue prominentem corporis apicem, formare non possent. Porro debent concurrere anguli figurarum regularium, quibus laudata corpora terminantur. Quando igitur iunguntur tres anguli trianguli aequilateri, qui singuli capiunt 60 gradus, (§. 82.) summa eorum componit 180 gradus, quae in apice *tetraedri* obuia est. quatuor tales anguli concurrunt in *octaedro*, et conficiunt 240 gr. *quinque* in *icosaedro* 300 gradus complectuntur. sex anguli 60 gr. non possunt coniungi, quia summam 360 graduum efficerent, et in planitiem desinerent. Si uero quadrata loco triangulorum componantur, quia tria pro angulo solido claudendo requiruntur; summam efficiunt 90. 3 = 270 graduum, qualis in *hexaedro* cernitur. sed quatuor tales anguli recti iterum 360 gradus continent, et in planitiem desinunt. Denique pentagoni angulus 108 gr. (§. 144.) ter sumtus efficit summam 324 gr. quae adhuc ad angulum solidum formandum apta est, et in *dodecaedro* deprehenditur. reliquorum polygonorum regularium angulos ad claudendum angulum solidum ineptos esse, luculente ex eodem §. 144. patescit, siquidem tres in hexagono 360 gradibus aequipollent, et summa trium quorumuis reliquorum 360 gradibus maior est.

DE-

DEFINITIO XLIV.

CCXXXI. *Mensura corporum* est cubus, certae magnitudinis, cuius latus perticae, pedi, digito, lineae, uel alii cuicunque determinatae longitudini, par est.

CONSECTARIVM.

CCXXXII. Metimur ergo corporum soliditatem, dum deprehendimus, quoties cubus minor in solido quocunque proposito contineatur, (§. 3. 4. proleg.).

PROBLEMA XLIX.

CCXXXIII. *Soliditatem cubi, dato latere eiusdem, inuenire.*

Resolutio. 1. Latus datum DC in se (F. 124. multiplicetur, et producitur quadratum baseos DB, (§. 159.)

2. hoc iterum multiplicato in latus datum, factum dabit cubi soliditatem.

Demonstr. Cognito numero paruorum quadratorum, quae basis capit, una intelligitur, quot cubi parui super basi possint collocari. Deinde, quando in altera multiplicatione haec series paruorum cuborum toties repetitur, quoties hoc permittit cubi altitudo, deprehenditur, quot cubos paruos maior cubus complectatur, ergo illius soliditas est inuenta.

CONSECTARIVM I.

CCXXXIV. Quia mensurae geometrarum in denas partes diuiduntur, (§. 11.) ideo qui-

liber cubus, pro latere talem lineam 10 partium habens, capit mille cubos, quorum latus est pars lineae decima, nempe pertica cubica 1000, pedes cubicos, pes cubicus 1000 digitos cubicos, digitus cubicus 1000 lineas cubicas complectitur.

CONSECTARIVM II.

CCXXXV. Quare proportio mensurarum in stereometria iterum augetur, et millecupla euadit, quae in primo capite decupla, in secundo centupla erat.

CONSECTARIVM III.

CCXXXVI. Ex quo colligitur modus separandi species mensurarum, quas numerus datus continet. Veluti si 2567802 pollices cubici habeantur, a dextris fit classium uel specierum distinctio, et pro quauis specie tres notae seruantur, eoque facto prodeunt 2 pert. cub. 567 pedes cubici, 802 pollices cubici. Atque inde calculi solidorum leges facile intelliguntur.

CONSECTARIVM IV.

CCXXXVII. Quod in arithmetica de cubicis numeris dixi, (§. 157. arith.) quod seruent triplicatam rationem radicum suarum, idem nunc de solidis cubis recte accipitur, nempe cubi seruant rationem triplicatam suorum laterum.

PROBLEMA L.

CCXXXIIX. *Soliditatem parallelepipedi inuenire.* *Re-*

Resolutio. Baseos area inuestigetur, longitudine in latitudinem multiplicata; (§. 158.) dein area baseos per altitudinem multiplicetur, factum dabit soliditatem corporis. quemmadmodum ex modo data demonstratione quaestionis praecedentis elucescit. e. g. quaeritur soliditas prismatis AD fig. 125. DF = 2° 3' 6". EF = 3° 5'. 0". BF = 9°, 4' 7". productum duorum priorum factorum est, 8°, 26', 00". pro basi: haec multiplicata in altitudinem BF = 947, solidum producit 78°, 222', 200".

THEOREMA XXVIII.

CCXXXIX. *Parallelepipedum AD, per planum diagonale ACED, in duo prismata triangularia aequalia dispescitur.* (F. 125.

Demonstr. Nam parallelogrammum BF, linea diagonali AC in duo triangula aequalia ABC, AFC diuiditur, (§. 151) haec autem triangula motu suo per eandem lineam CD designant prismata trigona ABD et ACE, haec ergo sunt aequalia. (§. 220.)

CONSECTARIVM.

CCXL. Quodlibet igitur prisma triangulare est pars dimidia quadrangularis, quod eandem altitudinem et duplam basin habet.

THEOREMA XXIX.

CCXLI. *Prismata triangularia* (F. 126. *AF, GE, quae eandem uel aequalem basin,*

et eandem altitudinem perpendicularem habent, sunt inter se aequalia.

Demonstratio. Nam △△ aequalia BFE, EFH, (§.153) mota per eandem lineam EC aequalia spatia siue solida, nempe triangularia prismata AF, GE, definiunt. (§.220.)

CONSECTARIVM I.

F.127.) CCXLII. Idem ualet de prismatibus quadrangulis, quae sunt dupla triangularium. (§.31. arith.)

CONSECTARIVM II.

CCXLIII. Nec non de quibusuis aliis prismatibus multangulis, quae aequales bases et eandem altitudinem perpendicularem habent.

CONSECTARIVM III.

CCXLIV. Et quia constat, circuli aream pro polygono innumeris lateribus praedito haberi posse, (§.202) cylindrum quoque, tanquam ex innumeris prismatibus triangularibus coagmentatum spectare licet. eaque propter F.128.) etiam cylindri recti et obliqui C et D super eadem basi et inter easdem parallelas positi aequales sunt.

PROBLEMA LI.

CCXLV. *Prismata omnis generis, nec non cylindros rectos et obliquos metiri.*

Resolutio. Area baseos, secundum praecepta capitis secundi, (§.158. 167. 208) inuenta, multiplicetur per altitudinem prismatis uel cylindri perpendicularem, factum soliditatem prodet. (§.241. sq.) THE-

THEOREMA XXX.

CCXLVI. *Triangula ONM et* (F.129. **on m**, *quae oriuntur sectione transuersa duarum pyramidum triangularium, aequales bases, et altitudines habentium, sunt inter se aequalia.*

Demonstr. Sunt enim talium triangulorum singula latera aequalia, quae aequalia triangula efficiunt. (§.127.) Quod autem aequalia sint latera, hoc modo ostenditur. Assumantur separatae duae superficies pyramidum triangulares ABD et *a b d*. ob si- (F.130. militudinem triangulorum, quae ductis lineis OM, *o M*, AR, *a r*, nascuntur, ualent hae analogiae: (§. 92)

AR : AL = BR : OL = RD : LM.

et iunctis posterioris analogiae antecedentibus et consequentibus terminis (§.113. n. 2. arith.) fiet,

BR + RD : OL + LM = AR : AL.

uel

BD : OM = AR : AL.

In altero uero oblique posito triangulo *a b d* tales, ob eandem rationem, analogiae locum habent, (§.92.)

ar : *al* = *br* : *lo* = *dr* : *lm*.

et assumta antecedentium et consequentium differentia colligitur, (§.113. n. 2. arith.)

ar : *al* = *br* — *dr* : *lo* — *lm*. h. e. *b d* : *om*

sed quia utrimque altitudines AL = *a l* et bases BD = *b d* sunt aequales, erit etiam OM = *o m*.

At-

Atque eodem modo demonſtratur aequalitas linearum ON, *on*, et NM, *nm*.

CONSECTARIVM.

CCXLVII. Idem theorema ualet etiam de quadrangulis et multangulis pyramidibus, quae aequales baſes et altitudines habent, quippe quarum baſes in triangula, et ipſae pyramides in alias triangulares ſimiles reſolui poſſunt.

THEOREMA XXXI.

CCXLIIX. *Pyramides, quae aequales* F. 129.) *baſes, et eandem altitudinem perpendicularem habent, ſunt inter ſe aequales.*

Demonſtratio. Fac enim, utramque pyramidem ſecari in pertenues lamellas OMN et *omn*, quarum ualde exigua ſit altitudo; illud nemo uocauerit in dubium, tot lamellas aequialtas ex una pyramide exſecari poſſe; quot ex altera, ob eandem utriusque corporis altitudinem. uerum ſingulae illae lamellae, quae ob tenuitatem a triangulis OMN et *omn* parum uel nihil differunt, ſunt inter ſe aequales, ergo utrumque corpus ex aequalibus et aeque multis lamellis tanquam partibus componitur, ex quo utriusque aequalitas pateſcit. (§. 29. 31. arith.)

CONSECTARIVM.

F. 131.) CCXLIX. Eadem ueritas ſpectat ad conos rectos et obliquos eiusdem baſeos et altitudinis, quippe qui ex innumeris pyramidibus

bus triangularibus compositi censentur, quia basis innumera parua triangula capit. (§. 202.)

SCHOLION.

CCL. *Demonstratio, quam modo explicui, ope methodi indiuisibilium facilitata fuit, de cuius utilitate in tota geometria, tum auctor eiusdem, BONAVENTVRA CAVALERIVS, in Geometria indiuisibilium, tum DECHALES Curs. Math. T. II. p. 101. sq. uberius exponit. conf. MART. KNORRII diss. de methodo exhaustionis et indiuisibilium.*

THEOREMA XXXII.

CCLI. *Prisma triangulare capit tres pyramides aequales.* (F. 132.

Demonstr. ductis lineis DB, BF, DC, tres ex prismate pyramides resecantur, BDEF, ACBD et CDFB. priores duae aequales sunt, quia bases aequales, (siquidem $\triangle$ ABC = $\triangle$ DEF,) et altitudinem eandem EB = FC habent. uerum pyramis ACBD aequalis quoque est ultimae CDFB, quia per diagonalem CD bases aequales, nempe $\triangle$ ACD = $\triangle$ CDF, producuntur, et altitudo utrique communis est. ergo tres sunt inter se aequales. (§. 24. arith.) Haec tamen demonstratio schemate materiali melius illustratur.

CONSECTARIVM I.

CCLII. Quoduis etiam prisma multangulum, capit soliditatem trium pyramidum aequi altarum et aequalium basium. quia corpus illud in triangularia prismata, et horum quodlibet in pyramides triangulares resolui potest. adeoque cum singulae partes prismatis triplae

sunt

ſunt ſingularium partium pyramidis, et proinde totum priſma totius pyramidis triplum eſt. (§. 119. ſq. arith.)

CONSECTARIVM II.

CCLIII. Ergo etiam cylindrus triplus eſt coni aeque alti et aequalis baſeos. (§. 202. 249.)

PROBLEMA LII.

CCLIV. *Pyramidis et coni ſoliditatem metiri.*

Reſolutio. Baſis circularis (§. 208.) multiplicetur in altitudinem, et facti ſumatur pars tertia (§. 245. 251. ſq.) haec pyramidis uel coni ſoliditatem patefaciet. uel, quod eodem redit, multiplicetur baſis in tertiam partem altitudinis, uel tertia pars baſeos in totam altitudinem.

PROBLEMA LIII.

CCLV. *Soliditatem coni truncati AD* F. 133.) *inuenire.*

Reſolutio. Datur altitudo corporis HF = AE, cum diametro baſeos et circuli ſupremi. Quare

1. Semidiametrorum differentia CF — AH = CE aſſumatur, et altitudo HF continuata fingatur, donec in G concurrat cum eadem latus AC productum, et uerticem coni integri deſignet. tum

2. Quia △ACE ∽ △GCF, (§. 92.) inferatur CE : AE = CF : FG.

3. Co-

3. Cognita altitudine integri coni F G et diametro baſeos, eius ſoliditas inueſtigetur; (§. 254.) deinde, quia nota eſt altitudo coni parui deficientis G H, et baſis eiusdem A B, illius quoque dimenſio ſuſcipiatur.

4. Tandemque conus G A B, a cono integro G C D ſubtrahatur, reſiduum coni truncati A D ſoliditatem manifeſtabit.

PROBLEMA LIV.

CCLVI. *Soliditatem quinque corporum regularium inuenire.*

Reſolutio. Dimenſio *tetraedri* uel pyramidis ſimplicis, et *octaedri*, pyramidis duplicis, nec non *cubi* ſ. *hexaedri*, ex ſupra traditis praeceptis (§. 233. 254) intelligitur. de *dodecaedro* et *icoſaedro* conſtat, quod coagmententur ex tot pyramidibus in medio tanquam centro concurrentibus, quot extus habent hedras; (§. 228) itaque unius talis pyramidis ſoliditas, ope baſeos et altitudinis reperta, et per hedrarum numerum multiplicata, totius corporis ſoliditatem patefaciet.

PROBLEMA LV.

CCLVII. *Priſmatum, pyramidum, cylindrorum et conorum ſuperficies metiri.*

Reſolutio. 1. Quia priſmatum et pyramidum ſuperficies planae ſunt, de quarum menſione ſatis capite ſuperiore explicatum eſt, nihil attinet plura de eadem uerba facere.

2. *Pro ſuperficie cylindri* peripheria baſeos,

(§.

(§. 129.) ducatur in latus eiusdem, facto addantur superficies basium. (§. 208.)

3. *Pro superficie coni* dimidia baseos peripheria, multiplicetur per coni latus, factum dabit aream, excepta basi. est enim coni superficies aequalis sectori, cuius arcus peripheriae baseos coni, radius lateri eiusdem par est. (§. 211.) conf. *Tacqueti* theor. selecta ex Archimede. prop. 13. Elem. geom. p. 305.

THEOREMA XXXIII.

CCLVIII. *Prismata, cylindri, pyramides et coni seruant compositam rationem basium et altitudinum.*

Demonstratio. Corporum enim laudatorum soliditas inuenitur, basi uel in integram altitudinem uel in tertiam partem multiplicata. seruant igitur horum factorum, basium nempe et altitudinum multiplicatam siue compositam earundem rationem. (§. 86. arith.) Q. E. D.

CONSECTARIVM I.

CCLIX. Si bases aequales, altitudinum, si altitudines aequales, basium rationem habent.

CONSECTARIVM II.

F. 134) CCLX. Quare cubus ad cylindrum inscriptum habet rationem, quam quadratum diametri ad circulum. h. e. secundum Archimedem 14 : 11. sec. Culenium 1000. 785. (§. 207.)

THEOREMA XXXIV.

CCLXI. *Similia parallelepipeda sunt in*

in triplicata ratione homologorum laterum.

Demonstratio. Tres enim, pro parallelepipedi soliditate inuenienda, adhibentur factores, baseos nempe longitudo, et corporis altitudo (§. 245.) hi autem factores, quando corpora similia sunt, eandem inter se habent rationem, atque adeo solida ipsa seruant triplicatam rationem laterum homologorum. (§. 86. arith.)

CONSECTARIVM I.

CCLXII. Idem accipiendum est de prismatibus triangularibus similibus, quae sunt dimidia quadrangularium, (§. 239.) itemque de omnibus aliis, quae ex triangularibus componuntur, nempe multangulis prismatibus, ipsisque cylindris. (§. 244.)

CONSECTARIVM II.

CCLXIII. Quin etiam pyramidibus et conis similibus eadem triplicata ratio homologorum laterum uel altitudinum conuenit, quia pyramides sunt prismatum, et coni cylindrorum, eiusdem baseos et altitudinis, pars tertia.

THEOREMA XXXV.

CCLXIV. *Cylindrus A ad sphaerum B inscriptam seruat rationem 3: 2.* (F. 135.

Demonstratio. Si figura quadrata ABCD, una cum inscripto quadrante AC, et (F. 136. triangulo ABD, circa lineam AB conuertatur, quadratum ABCD cylindrum, (§. 224.) qua-

drans ABC hemiſphaerium, (§. 223.) et triangulum ABD conum (§. 225.) motu hoc conuerſionis definiet. et haec tria corpora eandem baſin et altitudinem habent. Pro inueniendà autem horum corporum proportione, comparabimus inuicem eorundem elementa, uel tenuiſſimas lamellas, quae lineae EF ſectione producuntur. nam haec linea EF, ſi baſi parallelam in tribus illis corporibus ſectionem efficeret, ubique circulos in cylindro, hemiſphaerio et cono produceret. Itaque EG pro ſemidiametro ſectionis coni, EI pro ſemidiametro ſectionis ſphaerae, et EF pro ſemidiametro ſectionis cylindri habeatur, uel quia EF = BI, (§. 19.) habeatur BI pro ſemidiametro ſectionis cylindri, et EB = EG (§. 92.) ſit ſemidiameter ſectionis coni. Cum autem hae ſectiones, utpote circuli, habeant eandem rationem, quam quadrata diametrorum uel ſemidiametrorum (§. 205.) ſi in △EBI rectangulo a quadrato hypotenuſae BI auferatur □ EB, remanet □ EI; (§. 196.) h. e. ſi a ſectione cylindri auferatur ſectio coni, remanet ſectio hemiſphaerii. ſed qualem habent rationem hae ſectiones, uel pertenues lamellae, talem etiam habent ipſa corpora, quia ſunt portiones aliquotae ſimiles corporum aequialtorum, (§. 248.) ergo, cum conus ſit pars tertia cylindri, (§. 253.) illo ab hoc ſubtracto, reſiduum 3 — 1 = 2 eſt ratio hemiſphaerii, uel totius quoque ſphaerae, ergo cylindrus ad ſphaeram inſcriptam habet rationem 3:2. SCHO-

SCHOLION.

CCLXV. *Hoc modo ex HONOR. FABRI istam proportionem demonstrat STVRMIVS Mathes. enucl. p. 169. ARCHIMEDES primus eandem comparationem instituit et descripsit in opere de sphaera et cylindro, tantique hoc theorema fecit, ut tumulo suo sphaeram cylindro inscriptam apponi uoluerit. quo indicio monumentum Archimedis detexit CICERO. u. Tuscul. qu. L. 5. c. 23.*

THEOREMA XXXVI.

CCLXVI. *Cubus diametri ad sphaeram inscriptam habet rationem 21 : 11. (F. 137. secundum Archimedem, uel 300 : 157. secundum Culenium.*

Demonstr. 1. Secundum Archimedem ratio cubi et cylindri eiusdem altitudinis est 14: 11, (§. 260.) ergo ratio cubi et sphaerae erit 14: $7\frac{1}{3}$ (§. 264.) uel sumendo utrimque triplum, 42 : 22, et iterum diuisa ratione per binarium, erit 21 : 11. (§. 119. 120. arith.)

2. Secundum Culenium ratio cubi et cylindri eiusdem altitudinis est 1000 : 785. (§. 260.) et cubi ad sphaeram ratio erit 1000. : $523\frac{1}{3}$, (§. 264.) sumendo triplum 3000 : 1570., diuiso numero per denarium, 300 : 157. §. cit.

PROBLEMA LVI.

CCLXVII. *Sphaerae soliditatem metiri.*

Resolutio. Diameter sphaerae habeatur pro radice, et ex eadem in quadratum suum multiplicata producatur cubus, (§. 156. arith.) tum

ad numeros 300: 157, (uel 21: 11) et cubum datum, quaeratur quartus proportionalis, (§. 115. arith.) is sphaerae soliditatem manifestabit.

THEOREMA XXXVII.

CCLXVIII. *Sphaera aequalis est cono, uel pyramidi, cuius basis aequipollet, superficiei sphaerae externae, et altitudo radio par est.*

Demonstratio. Si enim quaelibet perexigua sphaericae superficiei portio habeatur pro basi circulari alicuius coni, uel angulosa pyramidis, cuius latera in centro sphaerae concurrunt, patet, sphaeram ex innumeris eiusmodi conis uel pyramidibus paruis coagmentari, quorum altitudo communis est sphaerae semidiameter: ergo collectis paruis conis et pyramidibus in simile corpus unicum, quod pro basi sphaerae superficiem, et altitudinem semidiametro parem habet, (§. 259) hoc sphaerae omnino aequipollet.

CONSECTARIVM.

CCLXIX. Cum itaque supra ostensum sit, (§. 263) conos similes seruare triplicatam rationem laterum homologorum, et altitudinem, iamque constet, sphaeram cono posse aequiparari, liquet, etiam sphaeras, utpote semper similes, seruare triplicatam rationem diametrorum uel semidiametrorum. h. e. seruare rationem, quam cubi diametrorum uel semidiametrorum. (§. 261.)

THE-

THEOREMA XXXVIII.

CCLXX. *Sphaerae superficies est quadrupla maximi eiusdem circuli, qui radio sphaerae describitur.*

Demonstratio. Cum enim sphaera aequalis sit cono, cuius basis est superficies sphaerae et altitudo est radius, (§.268) sequitur, quod soliditas sphaerae producatur, multiplicata superficie eiusdem in tertiam partem semidiametri, uel in sextam partem diametri; (§.254) assumta ergo diametro 100, area maximi circuli est 7850; (§.203) soliditas autem cylindri, qui aequalem cum sphaera, h. e. diametro parem habet altitudinem, foret 785000, (§.245) cuius $\frac{2}{3}$ capit sphaera, (§.264) nempe $523333\frac{1}{3}$ et reducta hac fractione mixta ad puram, prodit soliditas sphaerae $\frac{1570000}{3}$ (§.135. arith.) qua diuisa per alterum factorem, a quo producta fuit, nempe per $\frac{1}{6}$ diametri $= \frac{100}{6}$ (§.145. arith.) habetur alter factor, siue sphaerae superficies $= 31400$. quae accurate est quadruplum maximi circuli 7850. conf. TACQVETI selecta ex Archim. theorem. prop. 24. et GVLDINI de centro grauitatis L. 4. p. 339.

CONSECTARIVM I.

CCLXXI. Quamobrem innotescit sphaerae superficies, diametro in circuli maximi peripheriam multiplicata. quia semidiameter in semicirculum multiplicata, aream circuli producit (§.203) hinc, si duplum in duplum ducatur, quadruplum efficiet.

CONSECTARIVM II.

CCLXXII. Ideoque ſuperficies ſphaerae par eſt rectangulo, ex diametro et maximi circuli peripheria tanquam lateribus compoſito.

CONSECTARIVM III.

CCLXXIII. Inde alius ſphaeram metiendi modus ſequitur; ſcilicet ſuperficies ſphaerae externa ducenda eſt in tertiam partem radii; uel radius in tertiam ſuperficiei partem multiplicatur. (§. 254)

PROBLEMA LVII.

CCLXXIV. *Cubum duplicare.*

Reſolut. Dato latere cubi, fiat numerus cubicus, isque duplicetur, et ex duplo radix cubica extrahatur, (§. 158. arith.) haec latus cubi dupli monſtrabit.

CONSECTARIVM I.

CCLXXV. Similiter cubus cuiuscunque dati cubi multiplus inuenitur. Quod ut compendioſe efficere poſſent geometrae, ſingulares tabulas compoſuere, in quibus aſſumto latere cubi ſimplicis in 100 uel 1000 partes diuiſo, latus cubi dupli, tripli, quadrupli etc. extractione radicis ex cubo duplo, triplo etc. inuentus habetur. Afferam talis tabulae ſpecimen pro latere cubi in 100 partes diuiſo.

Cubi multipl.	Latus	Cub.	Latus	Cub.	Latus
1	100	18	262	35	327
2	125	19	266	36	330
3	144	20	271	37	333
4	158	21	275	38	336
5	170	22	280	39	339
6	181	23	284	40	341
7	191	24	288	41	344
8	200	25	292	42	347
9	208	26	296	43	350
10	215	27	300	44	353
11	222	28	303	45	355
12	228	29	307	46	358
13	235	30	310	47	360
14	241	31	314	48	363
15	246	32	317	49	365
16	251	33	320	50	368
17	257	34	323		

CONSECTARIVM II.

CCLXXVI. Et cum ſphaerae ſeruent rationem, quam cubi diametrorum uel ſemidiametrorum, (§. 269) ſi latere cubi dupli, tanquam diametro ſphaera componatur, erit illa prioris, quae pro diametro latus cubi ſimplicis habebat, dupla. Eodem modo etiam ulterius ſphaera multiplicatur.

SCHOLION I.

CCLXXVII. *Problema de cubo duplicando, pridem ueterum geometrarum ingenia torſit. Deliacum uocatur, quia Deliis peſte laborantibus oraculum reſpondiſſe dicitur, aram (quae cubus erat) eſſe duplicandam. v. VITRVVII Archit. L. IX. c.* III. *PHILOPONI commentar. 36. ad Lib.* I. *poſter. anal. cuius*

 uerba

uerba repetit BETTINVS aerar. mathem. p. 642. Primus Hippocrates ostendit, duplicationem cubi fieri, si inter latus cubi et eius duplum duae mediae proportionales inueniantur, et harum prima pro latere cubi dupli assumatur. (§. 122.) *Verum ad praxin uidetur non prorsus ineptus is, quem modo tradidi, modus.*

SCHOLION II.

CCLXXVIII. *Actum est hucusque de corporum geometricorum, quorum supra classes constituimus, dimensione; superest, ut de aliis, quae in praxi obuia sunt, et figuras prorsus singulares habent, metiendis dicatur.*

PROBLEMA LVIII.

CCLXXIX. *Aceruum frumenti metiri.*

Resolutio. 1. Primo quidem opera detur, F. 138. ut frumentum tum eandem ubique altitudinem perpendicularem habeat, tum etiam ut in figuram rectangulam basis eius componatur;

2. Deinde assumatur scala in minutas partes diuisa; ueluti pes in pollices et horum lineas sectus, eademque mensuretur longitudo et latitudo baseos DH et rectanguli superioris AF, (solent enim grana lubrica dum coaceruantur, basin aceruui DH reddere ampliorem rectangulo supremae superficiei AF,) et longitudine in latitudinem multiplicata, utriusque rectanguli DH et AF area inueniatur, (§. 158.)

3. Utriusque areae assumatur summa, et illius pars dimidia habeatur pro basi media siue aequata. (§. 107. arith.)

4. Mensuretur porro profunditas frumenti

ti *mn*, et ista in basin aequatam multiplicetur. Factum prodet prismatis, quod aceruo aequale est, soliditatem particulis cubicis scalae adhibitae definitam. (§. 245.)

5. Eadem scala mensuretur etiam modii cylindrici M diameter et altitudo, et ex his soliditas illius inueniatur. (§. 245.)

6. Denique soliditas acerui per soliditatem modii diuidatur, quotus indicabit, quot modios frumentum coaceruatum capiat.

PROBLEMA LIX.

CCLXXX. *Lignorum struem metiri.*

Resolutio. Aceruus uel strues li- (F. 139. gnorum AD, in formam prismatis rectanguli componi solet. et mensura eius est orgya, siue quadratum, cuius latus capit utplurimum pedes sex. Itaque inuenienda tantum est superficies rectanguli AC, applicata orgya ad basin BC, et altitudinem AB, factum dabit orgyarum numerum. (§. 158.) Quod si plures lignorum series similes post anteriorem positae sint, per harum numerum orgyae repertae multiplicantur, et totius acerui soliditas innotescit. e. g. linea BC. capit 50 orgyas. AB = 6 org. ergo, si una tantum fuerit lignorum series, strues capit 300 orgyas. Fac super linea CE tres series lignorum positas esse, totius acerui AD magnitudo 900 orgyis determinatur.

DEFINITIO XLV.

CCLXXXI. *Baculus cylindrimetricus*

(Germ. *Eine cylindrische Visir-Ruthe*) dicitur scala, cuius ope cylindrorum dimensio compendiose ita fieri potest, ut quot cylindros paruos, cylindrus maior capiat, cognoscatur.

PROBLEMA LX.

CCLXXXII. *Baculum cylindrimetricum parare.*

Resolutio prima. 1. Primo omnium (F. 140. eligatur pro mensura cylindrus exiguus, *bc*. (satius autem est assumere talem, qui maiorem diametrum quam altitudinem habeat.)

2. Deinde super tabula longiore ducatur linea AC, eidemque ad rectos angulos (F. 141. applicetur AB = *ab*, diameter urcei uel cylindri minoris.

3. Eadem diameter AB, aliquoties in lineam AC transferatur, et adscribantur extremis eiusdem numeri quadratorum unitatum, 1. 4. 9. 16. 25. 36. etc.

4. Hypotenusa BI circino assumta, ex A transferatur in 2. et B2 ex A ponatur = A3, item B3 fiat = A4 etc. et ita reliqua interualla, quae inter numeros quadratos iacent, similiter diuidantur.

5. Lineae AC ita diuisae applicetur baculus ex duriore ligno factus, et in alterum eius latus omnes hae diuisiones transferantur, et numeri adscribantur. in alterum uero latus transferantur assumti cylindri parui longitudines *ac*, eaedemque rursus numeris inscriptis signentur.

et

et erit baculus cylindrimetricus rite praeparatus.

Demonstr. Constat ex theoremate Pythagorae.(§.193.)quod □ AB + □ A1 = □ B1, et quia AB = A1, erit □ B1 = A2 duplum □ AB, similiter □ B2 = 3 □ AB etc. Itaque cum circuli habeant rationem, quam quadrata diametrorum, (§.205) liquet, A2 esse diametrum circuli dupli, A3 diametrum tripli, et sic porro. itaque applicata hac scala ad dati cylindri diametrum, statim innotescit, quot bases uel circulos urcei uel cylindri parui, qui loco mensurae est *b c*, maioris cylindri basis circularis complectatur. Deinde si etiam latus *d e*, in quo altitudines mensurae inscriptae sunt, applices ad longitudinem cylindri maioris, et multiplices hic repertum numerum per basin, factum indicabit; quoties maior cylindrus minorem capiat. (§. 245.)

Resolutio secunda. 1. Assumatur (F.142. pro mensura cylindrus paruus NO, cuius altitudo diametro aequalis est. MN = MO. (talis autem cylindri diameter, altitudo et diagonalis sequenti artificio inueniuntur. a) inquiritur in soliditatem mensurae cuiuslibet cylindricae minoris, e. g. canthari, basi circulari in altitudinem multiplicata. (§. 245.) b) deinde, quia scala uel uirga cylindrica accommodanda est cylindro, aequalem altitudinem et basin habenti, cuius multiplicatio, ut postea dicetur, ope cubi aequealti fieri debet, et constat, cylindros et cubos aeque altos habere rationem

basi-

basium, (§. 260.) ideo inferatur, uti se habet 785 ad 1000, ita inuenta mensurae cylindricae soliditas, ad cubum aequealtum. ex hoc c) inuento extrahatur radix, et latus cubi innotescet, quod simul dabit diametrum et altitudinem mensurae cylindricae aequealtae. Denique d) quia □ MN + □ MO = □ NO, (§. 193.) duplicetur quadratum diametri MN, et extrahatur radix quadrata, quae dabit talis mensurae cylindricae aequalis baseos et altitudinis diagonalem.)

2. Diagonalis huius cylindri diuidatur in partes aequales 100, (§. 101.)

3. Et quia similes cylindri seruant rationem triplicatam laterum homologorum, (§. 262.) adeoque etiam diagonalium, (§. 92.) ex tabula cuborum supra allata, (§. 275.) excerpantur numeri pro diagonali cylindri, dupli, tripli, F. 142.) quadrupli etc. et in baculum LR ligneum transferantur, numerique cylindrorum multiplorum adscribantur. Quod si hoc baculo similis cuiusdam cylindri diagonalem metiaris, statim innotescet, quoties cylindrum paruum maior similis capiat.

SCHOLION.

CCLXXXIII. *Vterque baculus, quem modo parare docui, inprimis pro doliorum dimensione fabricatur. Itaque de huius cylindri uentricosi soliditate inuenienda nunc explicandum est.*

PROBLEMA LXI.

CCLXXXIV. *Dolii soliditatem metiri.*

Re-

Resolutio prima. 1. Quia dolii (F. 144. soliditas inuenitur, quando innotescit, quot cantharos, siue cylindros paruos, qui singuli cantharum capiunt, dolium contineat; assumatur baculus cylindrimetricus primi generis, (§. 282) eiusdemque latere, in quo diametri canthari cylindrici inscriptae sunt, mensuretur diameter dolii media EF, et extrema AC.

2. Deinde harum diametrorum accipiatur summa, et dimidium illius habetur pro basi aequata, quae pro cylindro aeque spisso possit ualere. (§. 107. arith.)

3. Mensuretur altero baculi latere, in quo altitudines canthari designatae sunt, longitudo dolii AB, et haec multiplicetur in basin aequatam, factum dabit numerum cantharorum dolio contentorum. (§. 245.)

Resolutio secunda. 1. Quia dolia uinaria in germania sic solent componi, ut longitudinem plerumque duplam habeant diametri aequatae; uid. *Io. Hartm. Beyer* vollkommene Visir-Kunst. c. 35. p. 180. si ad manus fuerit baculus cylindrimetricus secundi generis, intrudatur is per orificium E usque ad C, numerus adscriptus docebit, quot cantharos capiat dolium dimidium AECF; duplum ergo illius, dolii soliditatem patefaciet. Solent tamen in baculis illis inscribi numeri dupli, ut mensurata linea CE, statim numerus dupli cylindri AF, ex quo dolium componitur, in oculos incurrat.

CON-

CONSECTARIVM.

CCLXXXV. Apparet ex dictis, *uirgam* alteram, quam *triangularem* uocant, nonisi cylindris uel doliis, quae similem cum parua mensura cylindrica, siue cylindro canthari, proportionem, siue duplam diametri aequatae altitudinem, habent, recte aptari. v. *Beyer*. p. 187.

SCHOLION

CCLXXXVI. *Vberius de Pithometria agunt BEYER in libro laudato, et in Stereometria inanium. Francof. M.* 1603. 4. *item in Conometria Mauritiana. KEPLER in opere latino et germanico de Stereometria doliorum. Denique totam hanc artem analysis adminiculo illustrauit CL. HASIVS in Pithometria Vitembergae a.* 1728. 4. *edita.*

PROBLEMA LXII.

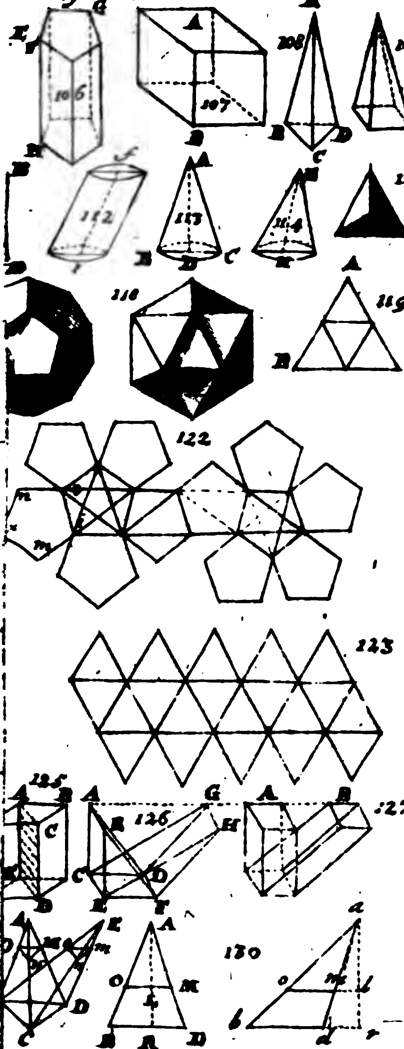
CCLXXXVII. *Cuiusuis corporis informis soliditatem inuenire.*

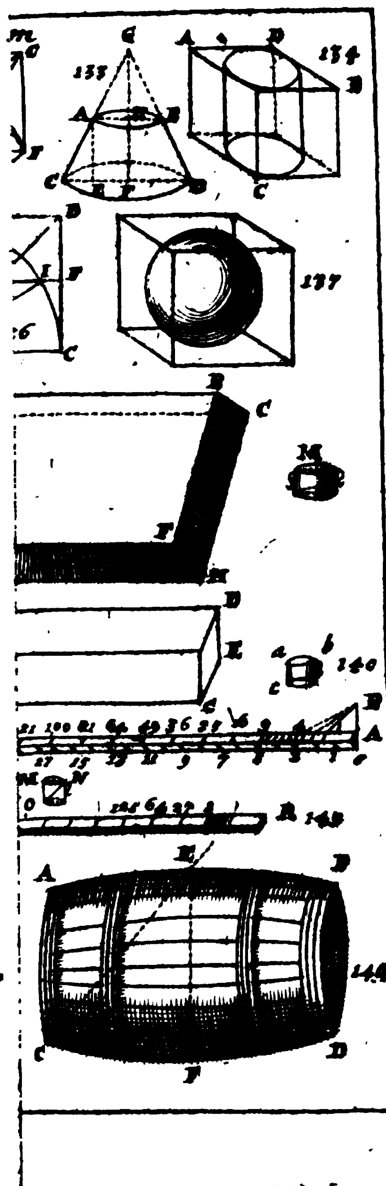
Resolutio. 1. Immittatur corpus (F. 145. informe K in uas cylindricum uel prismaticum AD, et affundatur uel arena uel aqua, donec totum corpus K operiatur.

2. Inuestigetur soliditas cylindri ED, (§. 245.) quo et aqua infusa et truncus K continentur.

3. Deinde extrahatur corpus informe K, et cylindrus aquae residuus GD inueniatur. uel detrahatur aqua, si truncus loco commode moueri nequit, et illius soliditas separatim inuestigetur. soliditas aquae GD a cylindro ED subtracta, relinquet spatium EH, quod trunco

uel


m. Figur. Stereometr.
106
107
108
112
113
114
118
119
122
123
125
126
130



uel corpori informi, quippe quod antea hoc ſpatium replebat, aequipollet.

SCHOLION.

CCLXXXVIII. *Ad praxin geometriae illuſtrandam conducunt Opera CHRISTOPHORI CLAVII, DAN. SCHWENTERI, et ANDR. TACQVETI, qui geometriam practicam ſingulari induſtria pertractarunt. Eodem pertinet DECHALES Tract. VII. Tomi II. Curſus mathematici.*

TRIGONOMETRIA PLANA.

CAPVT I.

DE DEFINITIONIBVS TRIGONOMETRIAE ET CONSTRVCTIONE CANONIS SINVVM TANGENTIVM, ET LOGARITHMORVM.

DEFINITIO I.

I. *Trigonometria plana* dicitur pars euthymetriae, quae docet artificium, ex tribus trianguli rectilinei partibus datis, inuenire reliquas, quae ignotae adhuc ſunt. Eadem ars etiam *analyſis* uel *reſolutio triangulorum* appellatur.

DEFINITIO II.

II. Chordae cuiuslibet AB dimi- (F. 1.
dia

dia pars AD, barbaro uocabulo *ſinus rectus* uocatur, quia ad rectos angulos ſuper radio HC, qui chordam biſecat (§. 65. geom.) conſiſtit.

CONSECTARIVM I.

III. Quemadmodum chorda A B ſpectabat duos arcus oppoſitos AHB, AKB, ita ſinus ad eorundem arcuum partes dimidias AH, AK refertur. idemque ſimul reſpicit angulos ad centrum ACH, ACK, quorum menſurae ſunt arcus antea laudati.

CONSECTARIVM II.

IV. Ex quo apparet, angulum acutum AC H et obtuſum ACK contiguos, quorum alter eſt alterius complementum ad ſemicirculum, (§. 43. geom.) eodem ſinu gaudere.

CONSECTARIVM III.

V. Radius autem FC, utpote chordae maximae, nempe diametri (§. 128. geom.) dimidia pars, eſt omnium quoque ſinuum maximus, et propterea *ſinus totus* uocatur, quia reliquos minores tanquam partes complectitur. Sed ſicuti diameter duobus ſemicirculis inſtar ſubtenſae opponitur, ita etiam ſinus totus FC duobus quadrantibus FH, FK reſpondet. notandum hic in poſterum ſaepe ſinum totum literis S. T. deſignari.

DEFINITIO III.

VI. Sinus AE, qui arcui AF, ſiue complemento arcus AH ad quadrantem, opponitur,

tur, *sinus complementi*, item *Cosinus* dicitur.

DEFINITIO IV.

VII. Portio HD, quam sinus rectus a radio resecat, *sinus uersus* uel *sagitta* nominatur.

DEFINITIO V.

VIII. Linea GH in puncto H circulum tangens, extremoque radii HC perpendiculariter insistens, (*debet enim tangens sic iuxta circulum duci, ut concurrat cum peripheria, sed eam non secat* (§. 26. *geom.*) *adeoque ad arcum peripheriae, et ad radium, qui ad punctum contactus e centro agitur, sic est posita, ut in neutram partem inclinetur.* (§. 33. *geom.*) et altera parte per lineam GC ex centro eductam resecta, *tangens* arcus AH, uel anguli ACH, nominatur. Sed quae arcui complementi incumbit FM, *Tangens complementi* uel *Cotangens* appellatur.

CONSECTARIVM I.

IX. Vti Sinus AD, ita etiam tangens GH duobus arcubus AH, AK, quorum alter alterius est complementum ad semicirculum, respondet.

CONSECTARIVM II.

X. Quare duo anguli, acutus et obtusus, qui simul componunt 180 gradus, tangentem communem habent.

DEFINITIO VI.

XI. Recta CAG e centro educta, et tangentis magnitudinem definiens, *secans* dicitur.

SCHOLION.

XII. *Veteres HIPPARCHVS, MENELAVS et PTOLEMAEVS, loco sinuum subtensis utebantur, donec Arabes dimidias earum partes, quarum quippe similis est ratio, (§. 120. arith.) substituerunt, et sinus nuncuparunt. Inter recentiores sinuum tangentium et secantium magnitudines, radio proportionatas, pro singulis graduum minutiis, usque ad quadrantem, indagarunt magno studio, IO. REGIOMONTANVS, NICOL. COPERNICVS, GEORG. IOACH. RHETICVS et VALENTINVS OTHO. v. Othonis praefat. operis Palatini de triangulis. Denique etiam logarithmi ad hos numeros a NEPERO, BRIGGIO, et VLACCO accommodati sunt. Quamuis autem canon siue tabulae, quibus tales numeri continentur, iam compositae sint, ut nunc labore eas denuo condendi supersedere queamus, tamen, quia usus horum numerorum facilius intelligitur, si origo eorum non ignoretur, operae pretium uideor facturus, si breuiter praecipua illius canonis componendi artificia, quae quidem ex geometriae ante explicatae elementis deriuari possunt, commonstrem.*

HYPOTHESIS.

XIII. *Quia sinus non solum pro gradibus 90 quadrantis, sed etiam pro eorundem minutis quaerendi sunt, ideo, ut fractiones, quae in hoc calculo subinde occurrunt, negligi possint, sinui toti ingens partium numerus tribui debet. Pro tabulis, quas sub finem attuli, construendis, sinus totus, siue*

radi-

radius, 10, 000000 partes habere iubeatur. quibus assumtis, sequenti modo, aliquot graduum et minutorum sinus et tangentes inueniuntur.

PROBLEMA I.

XIV. *Inuenire sinum anguli 30. graduum.*

Resolutio. Quia constat, subtensam 60. gr. AB radio parem esse, (§. 140. geom.) sumatur radii siue sinus totius 10,000,000 pars dimidia, 5000000, haec sinum AD arcus dimidii AH, siue 30 graduum dabit.

PROBLEMA II.

XV. *Inuenire sinum 45 graduum.*

Resolutio. Subtensa 90 gr. siue quadrantis FK, inuenitur ope theorematis pythag. (§. 193. geom.) nam in △ FCK, FC et CK sunt radii, horum fiunt quadrata, et eorum assumitur summa, □ FC + □ CK = □ FK, quae quadrato hypotenusae aequalis est. extracta radice quadrata, cognoscitur FK, et huius pars dimidia FI est sinus arcus dimidii siue 45 graduum.

PROBLEMA III.

XVI. *Dato sinu AD, inuenire Cosinum AE.*

Resolutio. Quia AE = DC, (§. 77. geom.) auferatur □ AD a □ AC radii, ex residuo extrahatur radix quadrata, haec ostendet cosinum DC. (§. 196. geom.)

CONSECTARIVM.

XVII. Sinu complementi D C subtracto a radio HC, remanet sinus uersus H D.

PROBLEMA IV.

XVIII. *Dato sinu recto AD inuenire* F.2.) *sinum arcus dimidii AI.*

Resolutio. Quadratum sinus uersi H D, (§. 17.) addatur ad □ AD sinus dati, ex summa extrahatur radix, et nota erit subtensa AH, (§. 195. geom.) huius dimidium AI prodet sinum arcus dimidii. (§. 2.)

PROBLEMA V.

XIX. *Dato sinu recto DG, inuenire si-* F. 3.) *num arcus dupli EK.*

Resolutio. Quia triangula BDG, BFH sunt similia, inferatur BD:DG = BH:HF, (§. 92. geom.) siue ut radius ad sinum datum, ita sinus complementi ad HF = LK, huius duplum EK dabit sinum arcus dupli.

Demonstr. Primum quidem DG = HC (§. 2.) et HB cosinus HC, (§. 6.) praeterea LK = HF, parallelae enim sunt inter parallelas, (§. 77. geom.) sed quod LK sit $\frac{1}{2}$ EK ex eo patet, quia LH est basi parallela, quae secat trianguli latera proportionaliter, (§. 88. geom.) quare cum EH = HC, sit $\frac{1}{2}$ EC, (§. 2.) erit etiam EL = KL = $\frac{1}{2}$ EK.

SCHOLION.

XX. *His aliisque modis sinus singulorum graduum, et minutorum eorundem, usque ad quadrantem, (tot enim sufficiunt, quia sinus acutorum angulorum,*

etiam pro angulis obtusis valent §. 4.) reperti sunt. quod latius docent SNELLIVS in doctrina △△. canonica. PITISCVS in trigonometria, aliique.

PROBLEMA VI.

XXI. *Sinibus inuentis tangentes accommodare.*

Resolutio. Ob similitudinem △△ ADC et GHC inferatur: DC:AD = HC:GH, (§. 92. geom.) siue, ut sinus complementi ad sinum rectum, ita sinus totus ad tangentem quaesitam.

CONSECTARIVM.

XXII. Similiter etiam secantes inueniuntur tali analogia: AD:AC = GH:GC. Sed his in trigonometria carere possumus.

PROBLEMA VII.

XXIII. *Logarithmum dato sinui respondentem inuenire.*

Resolutio. Ut huius problematis solutio accuratius suscipiatur, ad manus esse debet *Adr. Vlacci* arithmetica logarithmica, ut ex eadem pro maxima parte numerorum, qui sinum componunt, logarithmus reperiatur. nam pro numeris, qui resecandi sunt a sinu, pars proportionalis ope regulae aureae indagatur, quemadmodum statim exemplo declarabitur. Sit ergo inueniendus logarithmus sinus 6 gr. uel numeri 1045285. 1. quia pro integro hoc numero nec in Vlacci opere logarithmus extat, quaeratur ibi saltem logarithmus partis, nempe numeri 10452 = 40191994.

2. Deinde excerpatur etiam logarithmus pro numero proxime maiore 10453 = 40192-409, et utriusque differentia 415 notetur.

3. Sed quia a sinu in fine duae notae resectae sunt, et constat, logarithmorum characteristicam crescere unitate, quoties numerus in fine augetur decade, (§. 192. arith.) necessum est, ut inuenti logarithmi characteristica duabus unitatibus augeatur, quia centies maior est sinus numero 10452, pro quo logarithmus fuit repertus, ideoque prodibit logarithmus pro numero 1045200 talis, 60191994.

4. Quoniam autem in tabulis sinuum Snellii, Strauchii et nostris, sinus tribus numeris fuerunt multati, ut compendiosiores et breuiores euaderent, ideo ad characteristicam, secundum praecedens praeceptum auctam, semper tres insuper unitates sunt adiiciendae. eoque facto fiet logarithmus 6 gr. 90191994.

5. Denique adhibenda est ultima correctio pro numeris duobus resectis; inferendo, ut distantia numerorum 1045200 et 10452, quae est 100, ad numeros resectos 85, sic se habet differentia logarithmorum (n. 2.) 415, ad competentem particulam minori addendam, nempe 352. facta hac additione ad logarithmum minorem, fiet 90191994 † 352 = 90192346, qui est logarithmus sex graduum quaesitus.

PROBLEMA VIII.

XXIV. *Logarithmum tangentis inuenire.*

Resa-

Resolutio. Quia pro tangente ualet analogia, DC:DA = HC:HG, (§.21.) sequitur, quod additis logarithmis sinus recti et sinus totius, subtractoque a summa logarithmo cosinus, residuum prodere debeat logarithmum tangentis. (§.184. arith.)

THEOREMA I.

XXV. *Casus trigonometriae generales tantum tres dantur.*

Demonstratio. Cum enim problemata trigonometrica auxilio regulae aureae soluantur, quae tres terminos notos requirit, et in triangulo tantum sex partes, tria nempe latera et tres anguli occurrant, sequitur, quod dentur 1. unum latus cum duobus angulis, 2. duo latera cum uno angulo. 3. tria latera et nullus angulus, et denique 4. tres anguli et nullum latus. Veruntamen, cum anguli aequales tantum proportionalia latera trianguli designent, (§. 92. geom.) quorum magnitudo interim multis modis uariare potest, liquet, tantum tres huius artis casus generales possibiles relinqui.

CONSECTARIUM.

XXVI. Interim pro diuersitate triangulorum rectangulorum et obliquangulorum, diuersoque datorum et incognitorum situ mutuo; tria illa problemata generalia, in casus speciales duodecim abeunt, quos ordine deinceps contemplabimur.

CAPVT II.

DE RESOLVTIONE TRIANGVLORVM RECTANGVLORVM.

SCHOLION.

XXVII. *Axiomata, quae ex definitionibus ante traditis profluunt, et ad triangulorum solutionem uiam patefaciunt, sunt sequentia.*

AXIOMA I.

XXVIII. *In triangulo rectangulo quo-* (F. 4.) *cunque ABC, si basis BC pro radio uel sinu toto assumatur, alterum perpendiculum AB est tangens anguli C, et hypotenusa AC est secans. Similiter si AB pro radio habeatur, erit BC tangens anguli A.*

AXIOMA II.

XXIX. *Quando autem hypotenusa AC pro sinu toto assumitur, AB est sinus anguli C, et BC est cosinus, respondens angulo opposito A.*

CONSECTARIVM.

XXX. Itaque pro inueniendis ignotis trianguli partibus ex notis quibusdam, id solum agendum est, ut laterum, tanquam sinuum uel tangentium, mutua relatio rite instituatur, indeque solutio desumatur. Est autem similis proportio mensurarum diuersarum, quibus eadem

eadem latera aestimantur, siquidem per mensuras linearum longitudo et proportio non mutatur, sed determinatur. Veluti si latera, quorum alterum alterius duplum est, uariis mensuris definiantur, semper harum quoque dupla erit ratio. Ideoque, si latera triangulorum eadem, modo mensuris geometricis, modo particulis sinus totius, tanquam sinus recti uel tangentes, mensurentur, recte harum mensurarum utpote quantorum rationalium similium, suscipitur comparatio, quemadmodum ex exemplis statim uberius elucescet.

PROBLEMA IX.

XXXI. *Datis, praeter angulum rectum, cruribus trianguli rectanguli, AB, BC, inuenire angulos acutos.* (F. 4.

Resolutio. Basi BC pro sinu toto assumta, quia AB fit tangens anguli C, inferatur, uti se habent partes mensurae geometricae lateris BC ad similes lateris AB, ita BC sinus totus ad AB tangentem anguli ad basin. h. BC : AB : sin. tot : Tang. ang. C. quo ex tabulis excerpto; alter acutus A, prioris complementum ad 90 gr. cognoscitur. (§. 84. geom.)

PROBLEMA X.

XXXII. *Datis hypotenusa AC et catheto AB, et angulo recto B, inuenire angulos acutos.*

Resolutio. Assumta hypotenusa AC pro sinu toto inferatur: AC : AB = sin. tot. sin.

ang. C. quo dato alter A, illius complementum innotescit.

PROBLEMA XI.

XXXIII. *Datis crure BC et angulis acutis, inuenire crus alterum AB.*

Resol. Posito crure BC pro sinu toto, locum habet analogia: Sin. Tot: Tang. ang. C = BC : AB.

CONSECTARIVM.

XXXIV. Hoc modo soluitur problema 18. §. III. geom. quo altitudinem accessam metiri docui. quia angulus C organo goniometrico potest mensurari. (§. 38. geom.) Verum nisi perquam accurate facta fuerit anguli mensio, uix absque errore problema soluitur, quia in trigonometria etiam minuta graduum determinata requiruntur. v. TACQVET Geom. pract. p. 28. 30.

PROBLEMA XII.

XXXV. *Data hypotenusa AC et angulis, inuenire cathetum AB.*

Resolutio. S. T: Sin. ang. C = AC: AB.

PROBLEMA XIII.

XXXVI. *Datis angulis et catheto AB, inuenire hypotenusam AC.*

Resolutio. S. ang. C: S. T. = AB: AC.

PROBLEMA XIV.

XXXVII. *Datis cruribus, inuenire hypotenusam.*

Re-

Resolutio. Inueniantur prius anguli, (§. 31.) deinde etiam hypotenusa facile indagatur. (§. 36.) Aliam solutionem suppeditat theorema Pythagorae, quam in geometria explicaui. (§. 195. geom.)

PROBLEMA XV.

XXXVIII. *Data hypotenusa et basi, inuenire cathetum.*

Resolutio. Iterum prius angulus alter A quaeratur, inferendo: AC : BC = S. T. S. ang. A. deinde cathetus inuenitur secundum §. 33. Vel adhibetur theor. pythag. (§. 196.)

CAPVT III.

DE RESOLVTIONE TRIANGVLORVM OBLIQVANGVLORVM.

THEOREMA II.

XXXIX. *In quouis triangulo ABD latera habent eandem rationem, quam sinus angulorum, quibus opponuntur.* (F. 5.

Demonstr. Quoniam enim omne triangulum potest circulo inscribi, (§. 68. geom.) hoc facto, latera sunt subtensae arcuum oppositorum, horumque laterum dimidiae partes, sunt sinus angulorum dimidiorum, (§. 3.) quales

ſunt anguli ad peripheriam (§. 113. geom.) Itaque AB:BD = AE : BG = Sin. ang. D: ſin. ang. A. ſiquidem ſimilis eſt ratio integrorum et dimidiorum, (§. 120. arith.) unde liquet, latera trianguli habere rationem, quam ſinus angulorum, quibus opponuntur.

CONSECTARIVM. I.

XL. Quamobrem latera cum ſinibus angulorum oppoſitorum recte comparantur.

CONSECTARIVM II.

XLI. Praeterea hoc theorema iure quodam uocatur commune, quia ad rectangula et obliquangula triangula pertinet.

PROBLEMA XVI.

XLII. *Datis in triangulo tam rectangulo, quam obliquo angulis duobus B, D, et latere AB, inuenire aliud latus quodlibet.*

Reſolutio. Inferatur, ſin. anguli D: AB = ſin. ang. B: AD = ſin. ang. A: BD.

CONSECTARIVM.

XLIII. Ita ſoluitur probl. 16. geom. §. 106. quo diſtantia duorum locorum, quorum alter ſolum acceſſus eſt, quaeritur.

PROBLEMA XVII.

XLIV. *Datis duobus lateribus AB, BD, et angulo D, qui alteri lateri opponitur, inuenire angulum alteri lateri oppoſitum A.*

Re-

Resolutio. AB : sin. D = BD : sin. A.

PROBLEMA XVIII.

XLV. *In triangulo obtusangulo* (F. 6. *ABC. angulis datis cum basi BC, inuenire perpendiculum AD demissum in basin continuatam.*

Resolutio. Quaeratur prius AC, hac analogia; Sin. A : BC = sin. B : AC (§. 42.) dein soluatur △ ACD et inferatur, S. T. D : AC = sin C : AD.

CONSECTARIVM I.

XLVI. Vsum habet haec solutio, pro inueniendâ altitudine inaccessa. (§. III. geom.)

CONSECTARIVM II.

XLVII. Porro accommodari potest problemati, quo perpendiculum inaccessum (F. 7. AB, ex duabus stationibus D, C, quae in aedibus oppositis assumuntur, indagatur. nempe organo goniometrico reperiuntur anguli ad D et C, cum latere DC, indeque linea AC, deinceps in △ ABC etiam linea AB quaeritur.

PROBLEMA XIX.

XLVIII. *In triangulo obliquo ABC* (F. 8. *datis duobus lateribus, AB, AC, cum angulo intercepto A, inuenire latus tertium BC.*

Resolutio. 1. Ex altero angulo ignoto demittatur perpendiculum in latus oppositum BD,

BD, quo ſecatur obliquum triangulum in duo rectangula.

2. Hoc facto, reſoluitur △ABD, in quo ob notum angulum A, et rectum D, etiam tertius B cognoſcitur. et quaeritur perpendiculum, BD, tali analogia; S. T. D : AB = ſin. A : BD. et portio AD, hoc modo; S. T. D : AB = ſin. ABD : AD. (§. 42)

3. Auſertur AD ex AC, et relinquitur DC, et tum in △BDC datis cruribus inuenitur hypotenuſa. (§. 31.)

SCHOLION.

XLIX. *Sed quia haec ſolutio prolixior, ipſum autem problema frequens admodum eſt, in illius gratiam alia breuior excogitata fuit, quam, praemiſſo prius lemmate arithmetico, exponam.*

LEMMA.

L. ***Si a ſemiſumma duorum quantorum inaequalium ſubducatur differentia eorundem dimidia, relinquitur minus. Viciſſim, ſi ad ſemiſummam ſemidifferentia addatur, prodit maius.***

Demonſtratio. Maius (12) continet minus (8), et differentiam (4), quare ſumma maioris et minoris (20) capit bis minus et differentiam. ergo ſumma dimidia (10) continet ſemel minus (8) cum ſemidifferentia (2), quapropter ſi haec ſemidifferentia detrahatur a ſemiſumma, minus, ſi addatur ad eandem, maius proueniet.

PRO-

PROBLEMA XX.

LI. *Datis in triangulo obliquo ABC duobus lateribus AB, AC, cum* (F. 9. *angulo intercepto A, inuenire angulos ignotos.*

Resolutio. 1. Inferatur: ut ſumma duorum laterum datorum ad eorundem differentiam, ita tangens dimidiae ſummae angulorum ignotorum, ad tangentem dimidiae differentiae eorundem.

2. Dimidia angulorum ignotorum differentia additur ad ſemiſummam eorundem et, prodit angulus maior, qui maiori lateri opponitur, (§. 126. geom.) uel eadem ſemidifferentia angulorum ignotorum demitur a ſemiſumma, et reſiduum dabit angulum minorem, qui minori lateri opponitur.

Demonſtr. Poſterior reſolutionis pars lemmate allato (§. 50) confirmatur, itaque ſaltem prioris fundamentum indicandum reſtat. ducatur latere AC, maiore ex datis, circulus ex centro A, et continuetur AB in D et E, et fiant lineae obſcurae DC, CE. quia AC = AE = AD (§. 20. geom.) erit BE ſumma laterum datorum, et BD eorundem differentia, et quia angulus externus EAC aequalis duobus internis ignotis, ABC + ACB, (§. 86. geom.) fiet angulus ADC, ſemiſumma angulorum ignotorum, (§. 113. geom.) et cum DCE ſit angulus in ſemicirculo rectus, (§. 116. geom.) ſi ducatur ex centro D, radio DG, arcus

CF,

CF, qui est mensura anguli D, sistet linea EC tangentem semisummae angulorum ignotorum. (§. 8) Porro liquet, quod angulus DCB sit semidifferentia angulorum ignotorum, quippe qui additus ad alterum D, componit externum ABC (§. 86. geom.) maiorem ex ignotis, (§. 126. geom.) erectoque super DC perpendiculo DG, hoc dabit tangentem semidifferentiae angulorum ignotorum (§. 8.) Enimuero △GBD ∽ △BEC, quia anguli uerticales ad B aequales, (§. 48. geom.) et ob parallelas GD et EC, in quas cadit DE transuersa, erit BGD = BCE (§. 74. geom.) ideoque tertius aequalis tertio, (§. 85. geom.) et ualet analogia: (§. 92. geom.) BE : BD = EC : GD. h. e. *ut summa laterum ad differentiam eorundem, sic tangens semisummae angulorum ignotorum, ad tangentem dimidiae differentiae eorundem.* Q. E. D.

PROBLEMA XXI.

LII. *Datis tribus trianguli obliquanguli ACD lateribus, angulos inuenire.* (F. 10.)

Resolutio. Latere minore AD ducatur ex centro A circulus, et ex angulo A in basin demittatur perpendiculum. quia AD = AB = AF, (§. 20. geom.) erit CF = CA + AD, siue summa duorum crurum, et CB = AC − AD, siue differentia eorundem crurum. His praeparatis,

1. quaeratur portio baseos extra circulum CG, hac annalogia, CD : CF = CB : CG, siue ut tota basis ad summam reliquorum duorum

rum laterum, sic horum differentia, ad portionem baseos extra circulum.

2. Deinde quia subtensa GD in E in duas partes secatur (§. 65. geom.) si sumatur CD—CG = GD, huius portio dimidia erit ED, et eadem addita ad CG, dabit CE.

3. Itaque in triangulis rectangulis ACE, ADE, datur basis cum hypotenusa et angulo recto, quae data ad angulos inueniendos sufficiunt, quemadmodum capite secundo (§. 32.) est explicatum.

Demonstratio. Ostendendum saltem est, analogiam, quam parte prima huius resolutionis attuli, recte se habere. id quod peculiari schemate declarabo. (F. 11. Nimirum ex puncto C extra circulum, ductis quibuslibet duabus rectis CB, CA, uerum est, quod lineae secantes CB, CA, habeant reciprocam rationem portionum suarum extra circulum, siue quod analogia ualeat CB : CA = CD : CE. Nam ductis lineis AB, DE, fiet △ CAB ∽ △ CDE; quia angulus x communis utrique triangulo, et $m = y$. siquidem $y + o$ habent pro mensura semicirculum, (§. 43. geom.) sed mensura anguli m est $\frac{1}{2}$ DEB, et mensura anguli o est $\frac{1}{2}$ DAB, (§. 115. geom.) qui duo arcus componunt totum circulum, et dimidia eorundem semicirculum conficiunt. ideoque $m = y$. ergo etiam $z = n$, (§. 85. geom.) et △ CAB ∽ △ CDE, (§. 92. geom.) unde manat analogia: CB : CA = CD : CE. Q. E. D.

SCHOLION.

LIII. *Quia proportio diametri ad circulum facile potest beneficio canonis sinuum et tangentium demonstrari, hanc ueluti mantissae loco nunc subiungam.*

PROBLEMA XXII.

LIV. *Inuenire proportionem diametri et peripheriae circuli.*

F. 12.) *Resolutio.* 1. Fac circulo inscriptam et circumscriptam esse figuram polygonam regularem 48 laterum. et latus unum figurae circumscriptae A D, et inscriptae latus linea G E sistat.

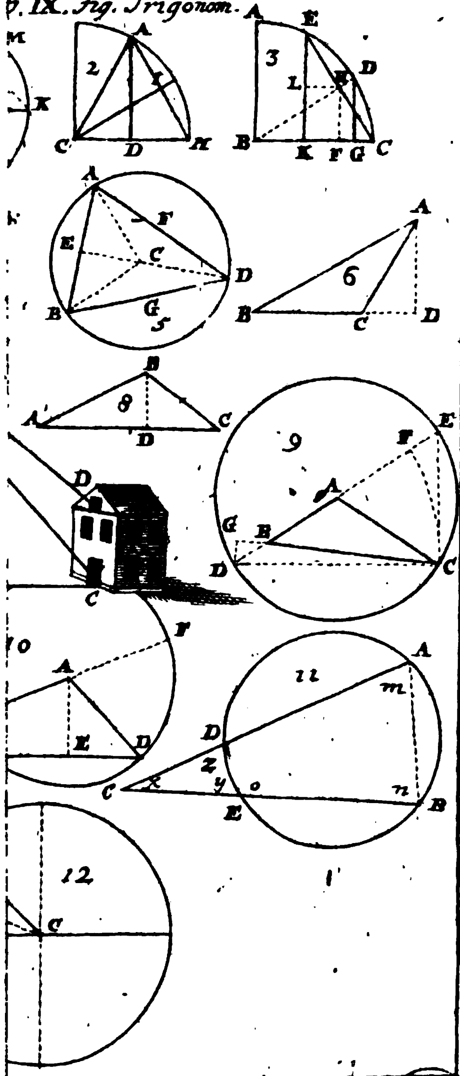
2. Diuisis gradibus circuli 360 per 48, producitur angulus ad centrum A C D, 7°. 30′. dimidius illius est angulus A C B. 3°. 45′. huic opponitur G F tanquam sinus, 65403 1, et A B tanquam tangens 655435. (§. 2. 8.)

3. Duplum sinus est latus G E = 1308062, duplum tangentis est latus A D = 1310870.

4. Si utrumque latus multiplicetur per 48, producitur peripheria inscripti polygoni = 62786976 et peripheria circumscripti = 62921760.

5. Inter has polygoni intra et extra circulum scripti peripherias, circulus medius est, et potest haberi pro medio arithmetice rationali quanto, quod inter duo illa extrema situm est; quare addantur duae inuentae polygonorum similium peripheriae, et summae 125708736 dimidium 62854368 pro circulo assumatur. (§. 107. arith.)

6. Hoc



b. IX. Fig. Trigonom.



6. Hoc posito, diametri (siue dupli sinus totius §. 5.) proportio ad circuli peripheriam prodit 20000000 : 62854368, uel demtis utrimque notis quinque ultimis, ut numerus tractatu facilior euadat 200 : 628, iterumque diuisis his numeris bifariam, (§. 120. arith.) 100 : 314. quam rationem diametri et peripheriae circuli, tanquam uerae satis uicinam, iam supra §. 129. geom. laudaui. conf. *Tacquet* Geom. pract. p. 78.

OPTICA.

PARS I.
OPTICA PROPRIE DICTA, DE RADIIS DIRECTIS.

CAPVT I.
DE OCVLI FABRICA ET LEGIBVS VISIONIS.

DEFINITIO I.

I. *Optica* est scientia de uisione, quatenus circa eam determinatio quantitatis locum habet.

DEFINITIO II.

II. *Radii lucis* sunt uel *directi*, qui a rebus tum propria luce gaudentibus, tum il-

lustratis, recta in oculos incurrunt: uel *reflexi*, qui a superficie speculari repercutiuntur, uel denique *refracti*, qui, dum ex pellucido in aliud transeunt, inflectuntur.

DEFINITIO III.

III. Triplex hoc luminis discrimen parit tres opticae partes: quarum prima *optica proprie dicta*, de radiis directis, altera *catoptrica* de radiis reflexis, et tertia *dioptrica* de radiis refractis agit.

SCHOLION I.

IV. *Haec de rerum aspectabilium phaenomenis scientia iam olim quidem a* GEMINO *inter mixtae matheseos partes relata fuit, v.* PROCLI *Comment. ad Eucl. p. 11. sed tamen ueteres haud adeo magnos in eadem excolenda progressus fecisse, ex speciminibus, quae ad nos peruenerunt, luculenter patet.* EVCLIDIS *optica et catoptrica, prima tantum huius doctrinae elementa, nec accurate satis, tradunt. ut spurius nonnullis, nec dignus Euclideo nomine liber iste uideatur. v.* DAV. GREGORII *praef. oper. Eucl.* ARISTOTELIS *et* PHILIPPI OPVNTII *optica temporum iniuria interierunt. medio aeuo circa sec.* X. ALHAZEN *Arabs Libros* VII *opticorum composuit, sed falsis passim hypothesibus nititur. Ex illo pleraque desumsit* VITELLO, *qui sec.* XIII. *libros* X. *opticorum scripsit. utrumque in thesauro optico edidit* FED. RYSNERVS. *Basil.* 1572. *f. Feliciore successu opticam coluere recentiores, inde ab eo tempore, quo admirandum telescopii instrumentum repertum est. De horum inuentis postea dicetur. eminent prae ceteris nomina* CARTESII, KEPLERI, NEWTONI, *qui praeclaram huic doctrinae lucem attulerunt.*

SCHOLION II.

V. *Ceterum uix opus est, ut admoneam, opticam commo-*

modissime post geometriam pertractatam subiungi, quia radii lucis, tanquam lineae physicae considerantur, quibus praecepta geometriae accommodanda sunt. conf. ARISTOT. *Anal. poster.* L. I. c. 7. PROCLUS p. 11. GELLIUS L. 16. c. 18. *Iam procul ambage rem ipsam uideamus. Initium capiam ab oculi fabrica et legibus uisionis, et pro his cognoscendis experientiae testimonia proferam, quae in dioptrica suo loco uberius declarabuntur.*

DEFINITIO IV.

VI. Oculi organon tum tunicis quibusdam uel inuolucris, tum humoribus, quos istae claudunt, pellucidis, constat. Tunicae tales sunt: 1. *Cornea* ABC, perspicua (F. 1. ad instar cornu, anteriorem oculi partem tegens, connexa cum tunica alba et dura, quae *sclerotica* uel *cornea opaca* uocatur. 2. *Uuea* ADC subiecta corneae, medio loco foramen rotundum, quod *pupillam* dicunt, habens, per quod radii in oculum ingrediuntur. Pars uueae per corneam transparens, uarieque colorata, *iris oculi* dicitur. *Choroides* est pars uueae altera, quae posteriorem oculi regionem occupat, et scleroticae incumbit, atro in hominis oculo pigmento obducta. Hanc excipit 3. *Retina*, siue ἀμφιβληστροειδής, ueli instar tenuissimi super choroide expansa, prope ligamentum ciliare desinens. hae tunicae abeunt tandem in funiculum solidum et rigidum N, qui *neruus opticus* uocatur, et in cerebri meninges diffunditur. Intra oculum latent tres humores pellucidissimi. 1. *Aqueus* D inter corneam et humorem crystallinum,

2. *Crystallinus* K, instar uitri politi utrimque, anterius quidem minus, posterius magis conuexus, qui improprie humor dicitur, et partibus solidis potius quam fluidis accenseri meretur. ambiunt crystallinum processus uel fibrae ciliares, quae illius motum regere creduntur. 3. *Vitreus* V, consistentia alicuius gelatinae gaudens, qui maximam globi oculi partem post crystallinum occupat, et crystallino incumbenti puluinum praebet. Prout haec omnia oculi animalis sectio melius declarat.

EXPERIMENTVM I.

VII. *Separatis a posteriore oculi parte tunicis crassioribus, candelae per pupillam lucentis imago parua et inuersa, post humorem uitreum, in fundo oculi pingitur.*

EXPERIMENTVM II.

VIII. *Quoniam difficillima est tunicarum separatio, quae dum fit, facile tenue retinae uelum rumpitur, et quia humor crystallinus in oculis animantium demortuorum mox obscuratur, praestat hic in auxilium adhibere capsulam, quae oculum artificialem refert, in qua lens optica, quae unius uel duorum pollicum interuallo post se rerum imagines pingit, ponitur, et post eam uitrum uel planum uel cauum semipellucidum mobile collocatur. uid. §. 52. dioptr. Ipsa enim lens optica humoris crystallini,*

stallini, qui similem cum illa refractionem habet, v. ARCHIB. PITKARNII theoria morborum oculi, p. 12. uices gerit, et uitrum semipellucidum fundum oculi retiforme sistit. Hoc oculo artificiali in obiecta uerso, sequentia in eodem phaenomena contemplari licet. 1. Omnium rerum imagines inuersae sistuntur. 2. Rerum propinquarum imagines sunt maiores, remotarum imagines sunt minores, et tanto quidem minores, quo obiectum longius distat. 3. Res uicinae et remotae simul non distincte depinguntur, sed distantia fundi mobilis a lente, pro utriusque generis obiectorum imaginibus recipiendis, debet uariari. nempe imagines rerum remotarum, interuallo minore a lente, in fundo mobili clarius exhibentur, rerum autem uicinarum imagines ut perspicue appareant, fundi mobilis a lente interuallum maius requirunt. 4. Denique moto obiecto uel oculo, etiam imago rei mouetur.

CONSECTARIVM I.

IX. Ex his experimentis, quorum rationes in dioptrica §. 41. explicabuntur, colligitur, humorem oculi crystallinum officium lentis opticae obire, quae certo interuallo acceptos a rebus radios unit, et imagines earum inuersas post se sistit. et ualde probabile est, pictu-

ram illam imaginum in oculo potissimum ferire tunicam retinam, quia haec immediate uitreo humori subest, et ob tenuitatem facillime a radiis commouetur. Idemque PERRALTIVS aduersus MARIOTTIVM, qui choroidem retinae praetulit, defendit. uid. ACT. E. LIPS. 1683. p. 67. ACT. PHILOS. ANGL. ed. lat. p. 556. HIST. ACAD. R. SCIENT. 1712. p. 38.

CONSECTARIVM II.

X. Cum uero uicinorum obiectorum maiores, remotiorum minores imagines sint, et F. 2.) experientia doceat, propinqua reuera remotis maiora apparere, sequitur; magnitudinem rerum apparentem aestimari ex magnitudine imaginis A B in oculo depictae.

CONSECTARIVM III.

XI. Quia uicina et remota non simul clare conspiciuntur, necessum est, ut aut humor crystallinus aut retina moueri possint. nempe pro uidendis remotis, humor crystallinus ad retinam debet admoueri, pro uidendis uicinis, crystallinus, a retina paullulum debet recedere. Vel quia constat, lentem minus conuexam longius, magis conuexam citius radios unire (§. 29. deoptr.) ideo aliis uerisimilius uidetur, humoris crystallini conuexitatem fibrarum ciliarium beneficio augeri uel minui. conf. CL. GRAVESANDE Instit. philos. Newton. L. 3. c. 10. §. 713. sq.

CON-

CONSECTARIVM IV.

XII. Hinc intelligitur, cur oculi nonnullorum, alias sani, melius uideant uicina quam remota; et rursus, cur alii acutius remota, quam uicina obiecta cernant. Illi lusciosi, graecis μύωπες, a conniuendo, uocantur, qui hoc uitium plerumque diuturno rerum uicinarum conspectu sibi contraxerunt, dum humor crystallinus remotiorem a retina et stabilem situm, uel figuram minus conuexam, propinquis rebus accommodatam, longa assuefactione nactus est. Hi, qui remota melius quam uicina uident, πρεσβύται, *senes*, dicuntur, quia senibus haec oculorum imbecillitas familiaris est. Nam dum oculus, uti totum senile corpus, rugatur, crystallina lens subsidet, uel ad retinam appropinquat, unde ob fibrarum rigiditatem non potest dimoueri, et rebus uicinis spectandis conformari. Lusciosorum autem uitium, assuefactione contraria, oculisque in res remotas identidem directis, haud raro emendari solet. conf. DECHALES Tom. III. p. 391. sq. add. STVRMII diss. de presbytis et myopibus, in philos. eclect. tom. 2. p. 426.

CONSECTARIVM V.

XIII. Ceterum ex laudatis experimentis illud quoque clare intelligitur, uisionem harum picturarum receptione et perceptione absolui, non radios ex oculis in res emanare, uti ueteres nonnulli opinabantur. v. PLATO

in Timaeo T. 3. op. p. 45. VOSSIVS d. orig. et progr. idol. p. 847.

EXPERIMENTVM III.

XIV. *Si quis uesperi in conclaui obscurato ante speculum se sistat, et derepente candelam sibi afferri curet, qua facies illustretur, et tum oculos suos in speculo contueatur, deprehendet, oculi pupillam, quae primum allato lumine magna erat, sensim ob luminis candelae copiam contrahi et coarctari. Idem interdiu quis potest experiri, si oculis in rem a sole ualde illuminatam uersis, deinceps in speculum intuens aduertat, quam angustum subito reddatur pupillae foramen, et tum iterum in locum pauco lumine imbutum transeat, et in speculo contueatur, quomodo in loco obscuriore pupilla sensim paulatimque augeatur et amplificetur.*

CONSECTARIVM I.

XV. Pupillae igitur magnitudo nobis insciis uariatur, et luminis ubertati et raritati accommodatur. parua est, quando lux nimia copia affluit, et sic lumen oculis nociturum arcet; maior redditur, quando lux est temperatior minusque uehemens, conf. obseruat. MERY in Comment. Ac. R.S. 1704. p. 351.

CONSECTARIVM II.

XVI. Quare, qui subito ex obscuro loco in ualde

ualde illustratum transit, oculis incommodum, et quendam ueluti dolorem, a luminis copia procreari sentit, donec breui post pupilla coarctatur, et non nisi tolerabilem oculo lucem admittit.

EXPERIMENTVM IV.

XVII. *Si oculi in obiectum unicum uertantur, et alteruter oculus digito nonnihil a directione sua dimoueatur, obiectum duplex apparet.*

CONSECTARIVM I.

XVIII. Quod igitur oculis duobus, in quibus duae imagines pinguntur, tantum unicum obiectum conspiciatur, id efficitur directione oculorum in rem unam, in qua radii, qui inde in oculum utrumque illapsi sunt, conueniunt, quam plane similis et ueluti sympathetica filamentorum utriusque nerui optici commotio comitatur. v. HONOR. FABRI synops. opt. p. 92. WILH. BRIGGS noua theoria uisionis de consensu neruor. opticor. Act. Erud. a. 1683. p. 454. et I. C. STVRMII diss. de sensu unius geminato. phil. ecl. T. II. p. 218.

CONSECTARIVM II.

XIX. Simili de causa, etsi imago rei in oculo inuersa sistatur, tamen res erecta cernitur, quia radii reducti ex summa parte imaginis A desinunt in parte infima obiecti E, et ex ima parte imaginis B retroacti, finiuntur in summa parte rei D. (F. 2.

CON-

CONSECTARIVM III.

XX. Denique ex his experimentis generale hoc axioma fluit, quod rerum aspectabilium perceptio pro diuersitate imaginum in oculis pictarum uarietur.

CAPVT II.

DE LVCE, VMBRA ET COLORIBVS.

EXPERIMENTVM V.

XXI. *Si in ualua conclauis obscurati unicum exiguum foramen fiat, per quod solis radius possit penetrare, notabit attentus obseruator, radium solis secundum rectam omnino lineam extendi. Huic experimento si illud iungatur, quod quotidie capimus, dum experimur, obiecta tantum illa conspici, quae directo oculis opponuntur, et interim inconspicua esse reliqua, quae a tergo, uel obliquius a latere sunt posita, exinde, qualis radiorum lucis uia sit, manifesto intelligitur.*

CONSECTARIVM.

XXII. Nimirum lumen per rectas lineas propagatur, et radii lucis omnes tanquam rectilinei possunt considerari.

EX-

EXPERIMENTVM VI.

XXIII. *Praeterea experientia docet, candelam in canclaue obscurum illatam quaquauersum in omnes partes lucem suam diffundere, ita tamen, ut facile appareat, lumen prope candelam fortius et clarius, in longiore uero distantia debilius et rarius esse.*

CONSECTARIVM I.

XXIV. Ex quo phaenomeno discimus, a puncto luminoso C, tanquam centro, (F. 3. radios undique in sphaerae modum exire et diffundi. Ideoque non potest non lux esse clarior prope fontem A, quam in maiore distantia a centro, ueluti in puncto B. quia prope centrum in A radii sunt densiores, in B redduntur rariores. Adeoque uires lucis, in diuersa a fonte distantia, habent se ut superficies sphaerarum, quibus terminatur.

CONSECTARIVM II.

XXV. Sed cum geometria doceat, sphaerarum superficies habere similem rationem quam quadrata diametrorum, (§. 270. coll. §. 205. geom.) sequitur, quod uis lucis in A, ad uim lucis in B, habeat reciprocam rationem quadratorum distantiarum A C et B C.

THEOREMA I.

XXVI. *Extremus a sphaera lucida ad oculum emissus radius D G sphaeram* (F. 4. *tangit.*

De-

Demonstratio. Punctum enim lucidum D in sphaerae modum radios fundit, (§. 24.) nisi qua impedit materiae conuexitas, sed ubi hoc fit, radius DG debet sphaeram tangere, quia cum superficie sphaerica sic concurrit, ut iuxta eam transire, non autem eam penetrare queat. (§. 27. geom.)

THEOREMA II.

F. 4.) XXVII. *Arcus uel portio sphaerae KHE, quae spectatur ab oculo propiore F, minor est portione sphaerae LHD, quam uidet oculus remotior in G.*

Demonstratio. Cum enim anguli CDG et CEF recti sint, et CFE > CGD (§. 86. geom.) erit FCE < GCD, (§. 84. geom.) et arcus HE < arcu HD, (§. 29. geom.) et KHE < LHD.

CONSECTARIVM I.

XXVIII. Quare sphaera lucida maiore segmento remotiora, minore segmento propiora obiecta collustrat.

CONSECTARIVM II.

F. 5.) XXIX. Sphaera lucida AB aequalis sphaerae opacae CD, hanc hemisphaerio suo illustrat. nam figura ABCD est rectangula, (§. 26.) et anguli ad E et F itidem recti sunt, ideoque AGB et CHD sunt semicirculi.

CONSECTARIVM III.

F. 6.) XXX. Sphaera autem lucida AB maior opaca EG, plus quam hemisphaerium hu-

ius

ius illuminat. siquidem ob angulos B et G rectos, (§. 26.) si ducatur parallela K O, fiet KG figura rectangula, (§. 135. geom.) et arcus I G et ME sunt quadrantes, his cum accedat arcus M I, pro formando arcu EMIG, nullum est dubium, hunc semicirculo maiorem esse.

THEOREMA III.

XXXI. *Lumen maius efficit, ut minus non sentiatur.*

Demonstr. Nam ubertas luminis maioris et fortioris, uehementer commouet oculum, ut motus et impulsus luminis minoris et imbecillioris non sentiatur.

CONSECTARIVM.

XXXII. Interdiu ergo stellae latent et fulgore solis obumbrantur. nonnullae praesente sole ueniunt in conspectum, quando hic totalem eclipsin patitur. Apparent etiam stellae lucidiores, si interdiu in conclaui obscurato, per angustum foramen telescopio astronomico quinque uel sex pedum adspiciantur.

DEFINITIO V.

XXXIII. *Vmbra* est spatium luce priuatum, a quo lux a medio corpore opaco arcetur.

CONSECTARIVM I.

XXXIV. Vmbra semper in auersa a luce regione cernitur. et limites eius definiunt radii lucis rectilinei, (§. 22) qui extrema corporis opaci stringunt, quapropter etiam figuram opaci

opaci nonnihil imitatur. ex quo principio omnis umbrarum repraeſentatio in picturis deriuatur.

CONSECTARIVM II.

XXXV. Moto lumine uel corpore opaco, noua ſemper umbra formatur. et poſſunt ab uno corpore opaco plures umbrae ſpargi, ſi a pluribus luminibus colluſtretur. Vmbra etiam prope opacum corpus obſcurior eſt, quam in regionibus ab opaco remotioribus, quia hic a luce uicina diluitur. Ideoque luminis et lucis confinia difficulter admodum diſtinguuntur. Interim tamen lux fortior melius eadem ſeparat, quam debilior.

CONSECTARIVM III.

XXXVI. Denique manifeſtum eſt, quod umbrae figura, quae a ſphaera opaca, quam alia ſphaera lucida colluſtrat, proiicitur, ſemper quidem circulo terminetur, uerum tamen ſectionis huius circularis non eadem ubique eſt magnitudo. nam cum ſphaera lucida opa-
F. 5.) cae, quam illuminat, aequalis eſt, umbra CL cylindriformis erit. ſi ſphaera lucida GF
F. 7.) maior fuerit opaca CE, umbra CEH coni figuram aſſumet. denique quando ſphae-
F. 8.) ra lucida AB minor eſt opaca CDE, quae illuminatur, umbra diuergens CG, uel continuo auctior, *καλαθοειδῆ* graeci uocant, euadet.

PROBLEMA I.

XXXVII. *Datis diametris ſphaerae luci-*

dae

dae maioris et opacae minoris AF, CE, *una cum earundem distantia GD, in*- (F.7. *uenire longitudinem umbrae conicae DH.*

Resolutio. Ducatur CB parallela GD, quia △ ABC ∽ AGH, (§. 92. geom.) ualet analogia, AB : BC = AG : GH. subtracta distantia sphaerarum GD, relinquitur longitudo coni umbrosi DH.

DEFINITIO VI.

XXXVIII. *Umbra recta* est BC, (F.9.10. quam proiicit corpus AB perpendiculariter supra horizontalem lineam positum. *umbra uersa* est DG, quam proiicit corpus horizonti parallelum DE, parieti perpendiculari DF ad rectos angulos infixum.

CONSECTARIVM.

XXXIX. Umbra recta crescit, cum minuitur altitudo lucis; decrescit, cum crescit altitudo lucis. sed contrario modo umbra uersa crescit, dum lucis altitudo augetur, decrescit, quando lucis altitudo minuitur. conf. §. 29. Trigon. pl.

PROBLEMA II.

XL. *Data altitudine perpendiculari* (F.9. *corporis AB, et altitudine solis supra horizontem, inuenire longitudinem umbrae BC.*

Resolutio. Quia angulus C altitudinem solis prodit, (§.38. geom.) noti sunt etiam reliqui anguli in △ ABC, (§. 84. geom.) datoque

Q que

que etiam latere AB, inferatur: Sin. C : AB = Sin. A : BC (§. 42. Trig. pl.)

CONSECTARIVM.

XLI. Viciſſim data umbrae longitudine et altitudine ſolis, altitudo corporis AB inuenitur.

PROBLEMA LII.

F. 11.) XLII. *Altitudinem corporis, ex nota umbrae rectae (quam ſolis radii terminant,) longitudine inuenire.*

Reſolutio. 1. Ponatur haud procul a corpore AB baculus ad horizontem perpendicularis DE, et eodem tempore extremum umbrae corporis C, et baculi M, appoſitis aliis baculis, definiatur.

2. Quia radii ex ſole, tanquam globo lucido ampliſſimo, remotiſſimoque fluentes AC et DM ſunt paralleli, erunt anguli ad C et M aequales (§. 72. geom.) et △ABC ∽ DEM, (§. 85. 92. geom) et ualet analogia EM : ED = BC : AB.

EXPERIMENTVM VII.

F. 12.) XLIII. *Si in conclaui nonnibil obſcurato, prope foramen O, per quod radii ſolis illabuntur, priſma trigonum uitreum AB admoueatur, eodemque radii ſolis ſic excipiantur, ut cum latere priſmatis angulum 45 gr. intercipiant, hi poſt refractionem in albo pariete colores uiuaciſſimos, inprimis quatuor 1. rubeum, 2. flauum, 3. uiridem,*

ridem, 4. coeruleum, eo ordine, quo numeri in schemate positi sunt, exhibebunt. Iidem colores etiam oculo, per tale prisma rem quamlibet clarius illustratam adspicienti, oberrabunt, et rei illustratae extremis inhaerere uidebuntur. et quando conus uitreus similiter soli obuertitur, integram iridem radii solis refracti in camera obscurata sistunt.

CONSECTARIVM.

XLIV. Quibus quidem experimentis luculentissime comprobatur, luminis meri radios, refractione per prismata, conos, sphaerasque pellucidas, sic disponi, ut colores uarii longeque uiuidissimi intuenti exhibeantur.

EXPERIMENTVM VIII.

XLV. *Porro in conclaui obscu-* (F. 13. *rato e regione candelae C ponatur charta DE, cuius pars altera DG colore nigro uel coeruleo, altera FG colore rubro tincta est. aliquot autem a charta pedibus opponatur eidem lens optica MN, cuius ea est indoles, ut acceptos ab obiectis radios, debita a se distantia uniat, rerumque imagines pingat. itaque si circa punctum unionis opponatur charta alba, in eadem paulo propius, in* hi, *pars nigra uel coerulea, et paulo longius, in* HI, *pars rubea distincte exhibebuntur. nempe in* hi, *interuallo mino-*

re a lente, ubi niger color distincte cernitur, obscure adhuc apparebit portio rubra, sed si longius paulo remoueas chartam, ut in HI rubra pars distincte spectetur, altera pars nigra indistincte et confuse uidebitur.

CONSECTARIVM.

XLVI. Verum infra de refractione radiorum constabit, quod maior refractio unionem radiorum post lentem acceleret, et quod minor unionis punctum a lente remotius requirat, quapropter hoc phaenomeno docemur, radios coloris nigri et coerulei, plus, quam radii coloris rubei, refringi. Idem usu uenit, dum lucerna magica paruas imagines uarie coloratas in camera obscurata exhibet, ubi semper colores obscuri minorem, et colores clariores maiorem puncti unionis distantiam requirunt.

EXPERIMENTVM IX.

XLVII. *Quando colores ex mero lumine refractione producti, uel speculo reflectuntur, uel per aliud prisma transmittuntur, semper pristinos colores retinent. uerum lente optica excepti, debitaque post eam distantia collecti, iterum lumen album in puncto unionis sistunt. Post punctum hoc unionis diffusi radii, colores priores restituunt.*

CONSECTARIVM.

XLVIII. His aliisque experimentis uir in-

nom-

comparabilis IS. NEWTONVS, nouae colorum theoriae inuentor, ostendit, lumen merum reuera mixtum et heterogeneum esse, compositum ex radiis homogeneis, qui natiuos colores in se habent, quique refractione et reflexione seiuncti, colores in conspectum producunt. praeterea docuit, quod radii colorifici uariam refractionem et reflexionem patiantur, siue quod alii aliis sint magis minusue refrangibiles et reflexibiles. conf. NEWTONI optice, siue libri III. de reflexionibus, refractionibus, inflexionibus, et coloribus lucis. primum anglice, dein, interprete S. CLARKIO latino sermone edita a. 1706. it. 1719. Londini 4.

CAPVT III.

DE PHAENOMENIS MAGNITVDINIS, DISTANTIAE, FIGVRAE, SITVS, MOTVS.

THEOREMA IV.

XLIX. *Quae sub aequali angulo* (F. 14. *uidentur*, *AB*, *DE*, *apparent aequalia.*

Demonstratio. Supra experimentis didicimus, imagines rerum in oculo inuersas esse, (§. 10.) unde intelligitur, radios AC, BC, qui ab obiecti extremis adueniunt, intra oculum sese secare, et angulos prope C uerticales effi-

efficere; sed quando aequalis est angulus C, etiam imago *mn* in fundo oculi aequalis erit, et cum de magnitudine rerum non aliter, quam pro ratione magnitudinis imaginum in oculo pictarum iudicare queamus, (§.20.) sequitur, quod res AB, DE, quae sub aequali angulo uidentur, aequales appareant. Eandem ueritatem experientia luculenter comprobat. nam sol et luna, fere aequalem disci magnitudinem nobis ostendunt, et quando angulos, quos radii ab extremis diametri horum corporum punctis profluentes formant, metimur, hos fere pares deprehendimus. et tamen aliunde constat, tam distantiam quam magnitudinem ueram horum corporum admodum disparem esse.

CONSECTARIVM.

L. Quae igitur uidentur sub angulo maiore, apparent maiora, quae sub angulo minore cernuntur, apparent minora. Priore enim casu imago maior, posteriore imago minor in oculo repraesentatur. et qualis est angulorum, qui a radiis ab obiectis intra oculum concurrentibus, formantur, proportio, talis etiam est magnitudinum apparentium.

DEFINITIO VII.

LI. Ideoque *magnitudo apparens rei* uocatur ab opticis angulus ACB, quem formant radii ab obiecto uenientes, dum intra oculum concurrunt.

THEOREMA V.

F.14.) LII. *Duae diuersae magnitudines AG,*

AG, DF, sub eodem angulo C conspectae habent rationem distantiarum CG : CF.

Demonstratio. Nam ob △ACG ∽ △DCF, ualet analogia AG : DF = CG : CF. (§. 92. geom.) Idem ualet de lateribus AB : DE, quae sunt priorum dupla l. (§. 119. arith.)

PROBLEMA IV.

LIII. *Data distantia CG et angulo C, siue magnitudine rei apparente, inuenire magnitudinem ueram. AG*

Resolutio. Inferatur secundum §. 33. Trig. pl. S. tot : Tang. angl. C = CG : AG. uel fiat solutio per theor. commune. §. 42. Trig. pl.

CONSECTARIVM I.

LIV. Ita ex magnitudine uera rei dimidia cognoscitur tota AB.

CONSECTARIVM II.

LV. Vicissim data distantia CG et magnitudine uera AG, reperitur apparens, siue angulus C. (§. 31. Tr. pl.)

CONSECTARIVM III.

LVI. Praeterea cognita distantia una CF, et magnitudine uera obiectorum AG, DF, inuenitur distantia CG, qua maius minori par uidetur. hac adhibita analogia: DF : AG = CF : CG. (§. 115. arith.)

THEOREMA VI.

LVII. *Idem obiectum AB propin-* (F. 15.

 quius

quius apparet maius, remotius uero uidetur minus.

Demonstratio. Nam angulus ADG > AEC, (§. 86. geom.) et duplus prioris ADB > duplo posterioris AEB, ideoque AB apparet maius in D, quam in E.

THEOREMA VII.

F. 16.) LVIII. *Obiectum oblique conspectum AB, apparet minus, quam si erectum spectaretur.*

Demonstratio. Videtur enim magna, sed obliqua linea AB sub eodem angulo C, sub quo parua erecta BD spectatur, adeoque huic aequiparatur. (§. 49.)

CONSECTARIVM.

LIX. Si detur distantia oculi CB, et magnitudo uera lineae obliquae AB, cum magnitudine apparente, ang. C. potest inueniri magnitudo lineae erectae BD. nam inuento angulo A, (§. 44. Trig. pl.) in △ ABD rectangulo ualet analogia per th. comm. (§. 42. Tr. pl.) D : AB = A : DB.

THEOREMA VIII.

F. 17.) LX. *Longitudines parallelae ABC, DEF, oculo inter eas posito, sensim uidentur conuergere.*

Demonstratio. Nam distantia parallelarum remotior AD, apparet sub minore angulo, quam propior BE, et haec iterum minore sub

angu-

angulo quam CF conspicitur, ergo BE uidetur minor quam CF, et AD minor quam BE. (§. 57.)

CONSECTARIVM.

LXI. Ob eandem rationem frontispicia templorum et turres ad perpendiculum exstructae prope aspectanti uidentur antrorsum inclinare, quia ducto ex oculo spectatoris perpendiculo PS, eminus distantia parallelarum SM minuitur.

THEOREMA IX.

LXII. *Faces et candelae noctu eminus conspectae rotundae et maiores apparent.*

Demonstr. Nam lumine copioso imbuunt aerem sibi incumbentem, huius corona a spectatore longius inde remoto pro parte facis uel candelae habetur, adeoque fax uel candela specie augentur, sed qui prope adest, lumen facis et candelae densius et fortius, ab aere circumiecto illuminato distinguere ualet, ideoque ipsi fax et candela cominus apparent minores.

SCHOLION.

LXIII. *FABRI Syn. opt. p.* 10. *ab ampliata pupillae rationem huius spectaculi arcessit. sed perperam, quia humoris crystallini officium repugnat. explicationem, qualem dedi, etiam CARTESIVS Ep.* 96. *Part.* 2. *p.* 272. *et AMBR. RHODIVS opticae p.* 200. *probant.*

THEOREMA X.

LXIV. *Distantiam rerum uisus tantum percipit comparate.*

Demonſtratio. Diſtantia enim rei ab oculo eſt linea recta per oculi centrum ad rem usque producta, cuius extremum eſt punctum, quod non percipitur. (§. 8. geom.) latet ergo diſtantia, et tum demum oculis cernitur, quando ſitus obiectorum intermediorum, uel ad latus, uel infra oculum collocatorum, et interuallum eorundem repraeſentatur.

CONSECTARIUM I.

LXV. Quando igitur interuallum inter res latet, et imagines earum in oculis coniunguntur, apparebunt coniuncta, quae maxime inuicem diſtant. quemadmodum ſtellae omnes aeque a nobis abeſſe, uel in ortu et occaſu terrae adhaerere uidentur.

CONSECTARIUM II.

LXVI. Inde petitur artificium, res disiunctas tanquam coniunctas exhibendi, quando ſic ponuntur, ut extremae lineae optice iungantur. Veluti ſi in priſmatibus trigonis, uel aſſerculis, parallelo ſitu iuxta ſe firmatis, partes imaginis pingantur uel agglutinentur, et priſmata uel aſſerculi ita iuxta ſe collocentur, ut ubi deſinit pars una imaginis, ibi altera incipiat.

THEOREMA XI.

LXVII. *Obiecta, quorum imago in oculo nimis minuta pingitur, ut ſatis commouere retinam non poſſit, uel plane non apparent, uel ſaltem diſtincte non uidentur.*

De-

Demonstratio. Constat enim ex §. 20. rerum aspectabilium perceptionem, sequi repraesentationem imaginum in oculo, quando igitur hae nimis exiguae uel insensibiles euadunt, uisio distincta fieri nequit: quin ob insensibilem picturam nulla prorsus fiet perceptio.

CONSECTARIVM I.

LXVIII. Itaque mirum non est, quod multae sereno coelo stellae noctu nudis oculis sint inuisibiles, quae tamen telescopiis cernuntur. nec non, quod in ipsis corporibus ante oculos positis, minutissimae quaedam partes delitescant, donec microscopiis in conspectum proferantur.

CONSECTARIVM II.

LXIX. Ideo etiam remotae res ordinarie obscure exhibentur, ut multa in iis eminus distinguere non liceat, quae cominus facile deprehenduntur. Veluti cum turrim quadratam pro rotunda habemus.

CONSECTARIVM III.

LXX. Etiam sphaera longe conspe- (F. 19. cta disciformis apparet, quandoquidem interuallum AD inter arcum DH et lineam AM, dum ualde remotus spectator est, euanescit ob paruitatem, adeoque inflexio superficiei sphaericae non percipitur, sed arcus DH habetur pro linea recta AM, cum qua sub eodem angulo uidetur. (§. 49.) Ex quo intelligitur, cur sol, luna, aliaque sidera globosa orbium planorum speciem referant.

THE-

THEOREMA XII.

LXXI. *Plani amplioris ABC infra* (F. 20. *oculum positi partes remotiores uidentur uicinioribus altiores.*

Demonstratio. Dum enim res in altum surgentes contuemur, superiorum partium radii deorsum in oculo pinguntur, et inferiorum partium radii in oculo superiores sunt, ob inuersam rerum picturam in oculo, (§. 8.) quare, cum plani amplioris radii in oculo simili modo imaginem *efg* sistant, et nos de rerum conditione ex imaginis perceptione iudicium feramus, (§. 20.) fit, ut remotiores plani partes attolli uideantur.

CONSECTARIVM.

LXXII. Hoc phaenomenon inprimis notatur ab iis, qui mare, in longissimam planitiem exporrectum, stantes in litore contemplantur. nam remotiores partes apparent propioribus altiores.

THEOREMA XIII.

LXXIII. *Motus nimis celer efficit, ut res distincte non appareat.*

Demonstratio. Etsi enim tum pictura imaginum in oculo, tum perceptio, quae sequitur, breui interuallo temporis contingant, tamen quando nimis uelociter res oculos praeterlabitur, ut pictura in oculo genita cito iterum uanescat et transeat, non potest uisio rite fieri.

CON-

CONSECTARIVM.

LXXIV. Ideo pruna celerrime ante oculos rotata circulum igneum mentitur, qui ex imaginibus coniunctis colligitur.

THEOREMA XIV.

LXXV. *Res mobiles A et B, quarum diuersa est a spectatoris oculo O distantia, etsi aequalia spatia AC, BD motu suo absoluant, tamen spectatori immoto res propior celerius, remotior tardius incessisse uidetur.* (F. 21.

Demonstratio. Linea enim motus aequalis remotior AC, minor apparet linea BD propiore, (§. 50.) sed cum ex interuallis AE, GF, motuum celeritas colligatur, sequitur, ut tardior putetur motus remotioris, quam est motus propioris.

THEOREMA XV.

LXXVI. *Si res mobiles A et B una cum spectatore C in eandem plagam celeritate dispari moueantur, et spectator celerius istis procedat, uidebuntur illae modo stare, modo tarde procedere, modo etiam retrogredi.* (F. 22.

Demonstr. Si enim mobile corpus A in D perueniat, dum C in F contendit, linea motus DA uanescet, et res in G stetisse putabitur. Sed B, quod processit ad L, refertur ab oculo F, ante punctum G in H, adeoque uidebitur retro-

retrocessisse. Sed si ponamus, B uenisse in E, dum C attingit punctum F, putabitur idem lente admodum processisse, quia haeret in K, prope punctum G, ubi in principio motus conspiciebatur.

CONSECTARIUM.

LXXVII. Ex quo generatim intelligitur, quod res, quae eandem inter se seruant distantiam uisibilem, uel quarum respectu oculi idem situs, eademque distantia inuariata apparet, quiescere existimentur; et ex aduerso, quod illarum tantum rerum motus uisui obiiciantur, quae uel inter se, uel respectu oculi, situm et distantiam mutant.

APPENDIX PARTIS PRIMÆ OPTICAE DE ARTE PERSPECTIVA.

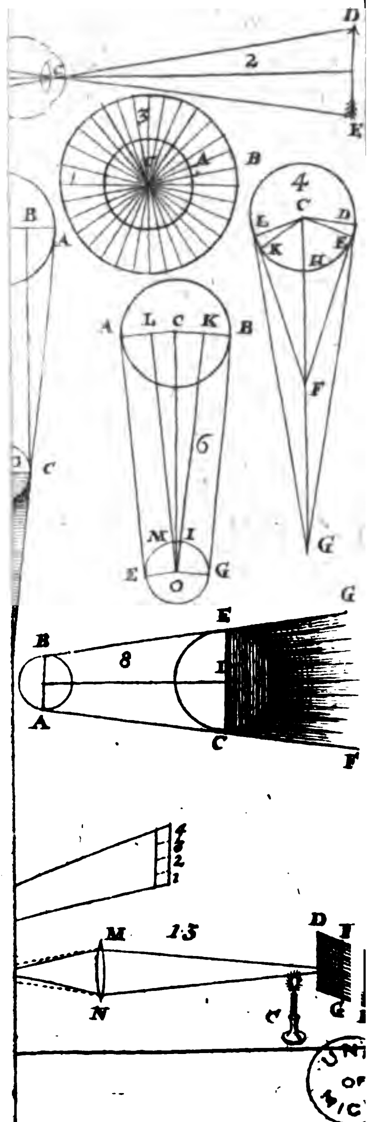
DEFINITIO I.

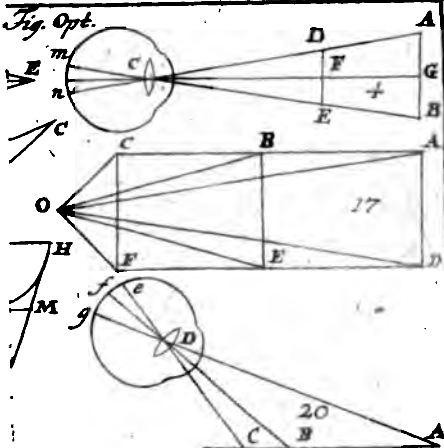
I. *Ars perspectiua* est, quae talem rei cuiuslibet picturam delineare docet, qualem radii per planum pellucidum ab obiecto ad oculum emissi, in plano illo, dum idem penetrant, sistunt.

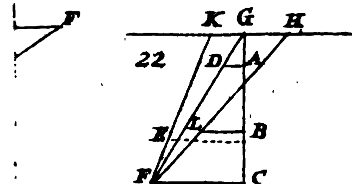
SCHOLION.

II. *Veluti cum triangulum ABC per tabulam mesopticam, uel uitrum planum HN adspicitur,* (F. 1.

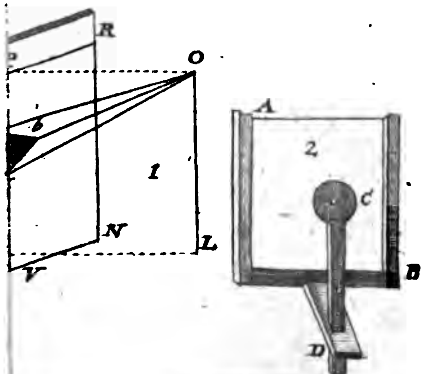
ptic.

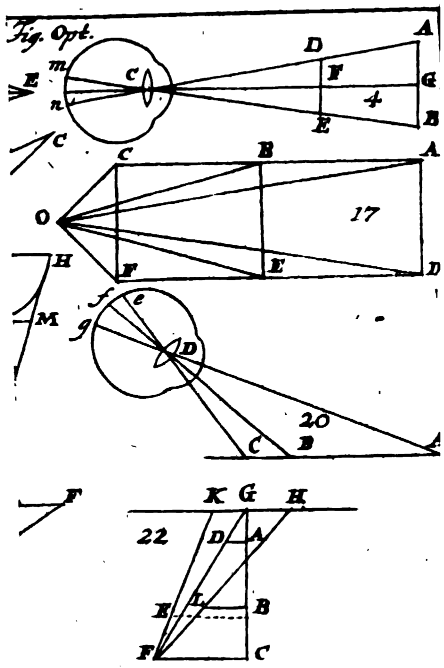



Fig. Opt.
m
E
n
C
D
F
A
G
B
E
4
C
B
A
O
17
F
E
D
H
M
f
e
g
D
20
C
B
A

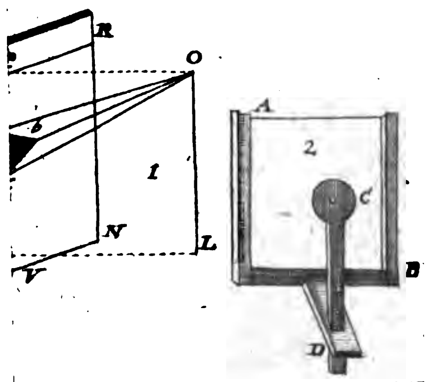

F
K
G
H
22
D
A
E
L
B
F
C

Perspectiv.


R
O
b
1
N
L
V
A
2
C
B
D


Fig. Opt.
m
E
n
C
D
A
F
G
4
B
E
C
B
A
O
17
H
F
E
D
f
e
g
M
D
20
C
B
A
F
K
G
H
22
D
A
L
E
B
F
C

Perspectiv.


R
O
b
1
N
L
V
A
2
C
B
D

tur, *imago* abc, *quam radii uitrum penetrantes formant*, *simillimam obiecti speciem ad oculum* O *affert. siquidem lineae obiecti et imaginis sub iisdem angulis spectantur.* (§. 49. *opt.*) *Hanc itaque in arte perspectiua effingere et imitari docemur*, *unde etiam nominis artis perspectiuae ratio intelligitur.*

CONSECTARIVM.

III. Si quis igitur uitrum planum retinaculo A B includat, et ante idem regulam in C perforatam ponat, atque oculum ad foramen C admoueat, et res, quae per uitrum cernuntur, contueatur, potest etiam artis huius imperitus, imaginem rei in uitro delineare, dum in eodem rubro puncta signat, ubi radii ab extremitatibus rerum fluentes uitrum penetrare uidentur. Vt autem rubrica imaginis lineamenta melius ducantur, prius uitri superficies aqua, in qua gummi solutum fuit, humectanda, et praxis, postquam gummi exaruit, instituenda est. uid. *Anon.* perspectiua pract. p. 121. add. DOPPELMAYERI, weitere Eröfnung der math. Werckfch. N. Bions, p. 29. sq. (F. 2.

DEFINITIO II.

IV. Imago *abc* uocatur rei *proiectio*, item *sectio*.

DEFINITIO III.

V. *Linea* FVN, cui innititur uitrum, dicitur *fundamentalis* uel *terrae*. (F. 1.

DEFINITIO IV.

VI. *Punctum principale* P uocatur, in quod incidit linea perpendicularis OP, ex oculo ad uitrum ducta.

DE-

DEFINITIO V.

VII. *Linea horizontalis* HPR est recta fundamentali parallela, per punctum principale signata. horizontalis prae ceteris dicitur, quia est in horizonte oculi tabellam spectantis.

DEFINITIO VI.

VIII. *Distantia oculi* est linea OP, quae distantiam oculi a uitro indicat. uel huic aequalis HP, in linea horizontali assumta.

DEFINITIO VII.

IX. *Linea altitudinis oculi* est perpendicularis OL, ab oculo ad horizontale planum demissa.

DEFINITIO VIII.

X. Partes artis perspectiuae sunt quatuor. 1. *Ichnographia*, siue proiectio planorum. 2. *Scenographia*, siue proiectio corporum, et partium a latere recedentium, item introrsum conspectarum. 3. *Sciagraphia*, siue descriptio umbrarum, quas corpora proiiciunt. 4. *Anamorphotica*, siue delineatio imaginum deformium, quae ex certo puncto concinnam rerum figuram exhibent.

SCHOLION.

XI. *Hanc artem plurimi peculiaribus scriptis illustrarunt. quos inter commendandi sunt prae ceteris, ATHAN. KIRCHERVS Lib. II. Part. II. Artis magnae Lucis et umbrae p. 171. sq. ANDR. TACQVET cuius ars perspectiua est in operibus mathem. p. 158. sq. Auctor anonim. gallus, qui perspectiuam practicam*

cticam edidit, germ. a I. C. Rembeldo uulgatam Aug. Vind. 1710. 4.

THEOREMA.

XII. *Puncti obiecti P, B, in tabula uitrea apparentis, altitudo AC, DE, ad altitudinem oculi OL, habet eam rationem, quam distantia puncti obiecti a tabula PC, ad aggregatum eiusdem distantiae obiecti PC et distantiae oculi LC.* (F. 3.

Demonstr. Quando linea LP, est ad uitrum perpendicularis, △ ACP ∽ △ OLP, et ualet analogia AC : OL = CP : CP + CL (§. 92. geom.) Si uero oculus obiectum B per tabulam oblique adspiciat, secundum lineam OB, ducatur perpendicularis BF, quia anguli ad E uerticales aequales sunt, (§. 48. geom.) et F = C rectus recto, △LCE ∽ △FEB, unde sequitur proportio BF : LC = BE : LE, et componendo BF : BF + LC = BE : BE + LE (§. 113. arith.) sed ob △ DEB ∽ △ OLB erit DE : OL = BE : BE + LE = BF : BF + LC.

PROBLEMA I.

XIII. *Puncti obiecti A apparentiam in tabula B inuenire.* (F. 4.

Resolutio. 1. Ex puncto A ducatur perpendicularis ad lineam fundamentalem AF.

2. In fundamentali assumatur FX = AF;

3. Inueniatur punctum principale P, ducto

in tabulam ex puncto oculi perpendiculo OP, (§. 6.)

4. Per illud punctum delineetur horizontalis HPR, et in eadem assumatur HP = LV distantiae oculi.

5. Ex F ducatur recta ad punctum principale, et ex X alia dirigatur ad punctum distantiae H, intersectio harum linearum in B prodet apparentiam puncti A.

Demonstr. Ob parallelas HR, FX, (§. 8) alterni ad H et X aequales sunt, (§. 74. geom.) praeterea uerticales ad B pares sunt, (§. 48. geom.) ideoque △ HPB ∽ △ BFX, et ducta perpendiculari ZS, ualet analogia, HP : FX = ZB : BS. (§. 190. geom.) et HP + FX : FX = (ZB + BS) ZS : BS (§. 113. arith.) et ob AF = FX, et PO uel VL = HP et ZS = OL, erit VL + AF : AF = OL : BS quae proportio praecedenti theoremati est consentanea, adeoque B est apparentia puncti A.

CONSECTARIVM.

XIV. Atque hinc intelligitur, quod intersectio rectarum PF, HX, quarum altera ex puncto principali, ad extremum perpendiculi AF, ex obiecto ad fundamentalem producti, altera ex puncto distantiae, uersus extremum punctum longitudinis perpendiculi, in fundamentalem translati, ducitur, indicet punctum proiectionis, puncti obiecti cuiuslibet, per uitrum transparentis. Atque haec regula in tota hac arte praecipua est, cuius demonstrationem

nem praetermittere nolui. uid. WOLFII elem. perſpect. §. 33 ſq.

PROBLEMA II.

XV. *Proiectionem ichnographicam cuiuslibet plani inuenire.*

Reſolut. 1. Supra planum geometricum proiiciendum 1. 2. 3. 4. ducatur recta fundamentalis F N. (uel eadem plano geometrico immediate imponatur,) nec non ducatur eidem parallela horizontalis D P, quae tantum diſtat a fundamentali, quanta eſt oculi altitudo. (F. 5.

2. In linea horizontali aſſumatur punctum principale P, et diſtantiae oculi D.

3. Ex angulis figurae geometricae in fundamentalem ducantur rectae perpendiculares 1 A, 2 B, 4 C harumque longitudines transferantur in fundamentalem, in A 1, B 2 etc.

4. Ex punctis A B C, ubi perpendicula cum fundamentali concurrunt, ad punctum principale P, rectae obſcurae dirigantur, deinde ad punctum diſtantiae D, et extrema perpendiculorum, in fundamentalem translatorum, applicetur regula, et ducantur denuo lineae punctatae, hae ubi ſecant priores ad punctum principale directas, in *a*, *b*, *c*, *d*, ibi angulorum plani proiiciendi apparentiam deſignant, (§. 14) quemadmodum duplex exemplum rectanguli et pentagoni regularis luculenter docet. (F. 6.

PROBLEMA III.

XVI. *Corporis ſcenographiam delineare.*

F. 7.) *Resolutio.* 1. Delineetur ichnographia baseos corporis, (§. 15.)

2. tum assumatur anterior corporis altitudo AL, et imponatur lineae 3 L.

3. ad hanc ex puncto principali P ducantur rectae PA, PL, et ad inferiorem ex angulis ichnographiae ducantur horizontali parallelae 4M, 2N; hae ubi attingunt lineam PL, inde erigantur lineae OM, NR, parallelae anteriori, hae respondentes angulis figurae altitudines remotiores contractas (§. 60. opt.) definient.

4. Quare hae lineae angulis baseos, quibus respondent, imponantur, et iunctis earum extremis corporis scenographia formabitur.

PROBLEMA IV.

XVII. *Vmbram corpori scenographice depicto accommodare.*

F. 8.) *Resolutio. Casus primus, quando sol corpus collustrat.* Assumto solis loco, et eleuatione in S, inde per superiores angulos corporis in auersa a sole regione positos 1, 2, ducantur rectae indefinitae parallelae, (siquidem omnes radii solis a maximo corpore fluentes, respectu exiguorum in terra spatiorum, pro parallelis haberi possunt.) Deinde si radii solis lateribus corporis sint paralleli, per inferiores eiusdem angulos ducantur lineae horizonti parallelae, ad lineam SH perpendiculares, harum concursus cum lineis ex sole ductis in M et N extrema umbrae puncta definiet. Quod

si

si uero radii solis non sint lateribus corporis paralleli, sed obliquos cum iis, dum transeunt, angulos intercipiant, tum ad lineam per- (F. 9. pendicularem OL, ex sole demissam, lineae ducuntur ad angulos obliquos, inter se tamen parallelae, quae denuo limites umbrae terminant.

Casus secundus. Quando candelae (F. 10. *radii corpus illustrant.* Ex puncto C, tanquam centro, (§. 23. opt.) per angulos corporis superiores lineae ducuntur diuergentes, et per angulos corporis inferiores ad punctum N, quod perpendiculum, a candela in horizontem demissum, indicat, itidem lineae concurrentes in puncto N fiunt, hae ubi secant directas ad candelam C, ibi umbrae extremitates signant.

PROBLEMA V.

XVIII. *Anamorphosin, siue proiectionem deformem imaginis cuiusdam in plano delineare, quae certo spectata loco formosae instar imaginis appareat.*

Resolutio. 1. Imago iam delineata (F. 11. craticulae quadratae BC includatur, quae in multas areolas quadratas obscuris lineis diuisa est, et quo plura assumuntur quadrata minora, eo deinceps accuratius poterit fieri deformatio.

2. Latus huius tabulae cancellatae EF (F. 12. super linea DA ad rectos angulos sic statu-

atur, ut pars dimidia DE supra lineam, altera pars dimidia DF infra lineam producatur.

3. In linea DA sumatur punctum distantiae oculi A, et ex eodem per diuisiones lateris EF rectae diuergentes infinitae ducantur.

4. Supra A ponatur perpendiculum OA, et in eodem determinetur punctum altitudinis oculi O.

5. Ex puncto O per diuisiones lateris EF rectae ducantur punctatae usque ad lineam extremam AF, et notentur puncta, ubi lineae ex O ductae cum recta F1 concurrunt, 1.2.3.4. atque ex his punctis erigantur rectae punctatae, lineae EF parallelae, hae proiectionem quadratorum obliquam producent.

6. In has igitur areas prolongatas deformis diffundatur imago, ea lege, ut partes imaginis, quae in areis quadratis tabulae cancellatae occurrunt, in respondentes areolas obliquas diducantur. Ita formabitur imago monstrosa, quae oculo interuallo DA a tabula remoto, et ad altitudinem OA eleuato formosa apparebit.

Demonstratio. Liquet enim ex §. 49. opt. obliquas lineas 1, 2, 1, 3. etc. in puncto O sub eodem angulo uideri, quo erectae portiones E2, E3 cernuntur, nec non lineas IM, MN etc. pares exhiberi lineis F4, 43 etc. ergo etiam areolae obliquae quadratis in tabula cancellata pares apparebunt, et imago deformis in puncto O similis uidebitur illius, quae formosa in tabula cancellata fuerat depicta.

SCHO-

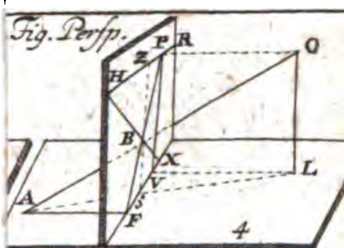
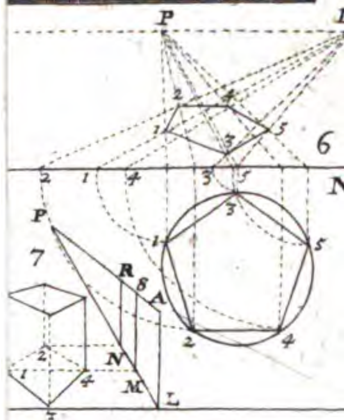
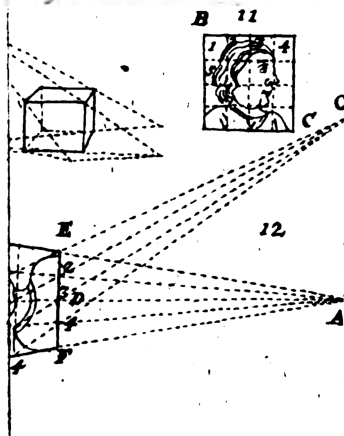


Fig. Persp.
P
R
Z
Q
H
B
X
L
V
A
5
F
4



P
6
N
P
7
R
S
A
N
M
L



B
11
C
O
E
12
D
A

SCHOLION I.

XIX. *Si anamorphoses longius diffundantur, ut a prope adstantibus, uel extra punctum O positis, discerni nihil possit, iucundius mirabiliusque spectaculum redditur. Quemadmodum memini me Parisiis in coenobio minimorum, in pariete porticus, quae hortum spectat, uidisse distractiones elegantes, a J. FRANC. NICERONE, percelebri thaumaturgi optici scriptore, longissime proiectas, quae per foramen in ianua factum, pulchram picturam exhibebant, a praetereuntibus uero minime distinguebantur.*

SCHOLION II.

XX. *Praeterea docent optici, quomodo in superficie conuexa conica externa, et caua interna, nec non in pyramide extus et intus deformes imagines pingantur, quae ex certo puncto formosae appareant. conf. TACQVETI Opt. Lib. 2. cap. 4. SCHOTTI Magiae uniu. P. I. L. 3. p. 102. sq.*

PARS II.
OPTICAE.
CATOPTRICA

DEFINITIO I.

I. *Speculum* uocatur omne corpus natura uel arte politum, quod radios perfluere non finit, sed reflectit.

SCHOLION.

II. *Speculis conficiendis uitri materia aptissima est, quippe quae politiem et facile assumit, et diutius retinet. ne autem radii perfluant, in auersa parte folium stanni anglicani argento uiuo imbutum uitro imponitur,*

tur, quod clarissimam repraesentationem reddit. Si uero uitrum in fornace feruens colore quodam tingatur, et ex eodem speculum paretur, imagines reflexae similibus coloribus foedantur. v. SCHOTTI mag. uniu. P. I. p. 262. de uitri origine PLINIVS H. N. L. 36. c. 26. legatur. de modo idem conficiendi luculentissime explicat IO. KVNKELII ars uitriaria experimentalis, germ. ed. Amstel. a. 1679. 4. qua Ant. Neri opus de eod. argumento, Merretti et Kunkelii commentariis illustratum continetur. ibi L. I. c. 12. sq. de coloribus uitrorum copiose agitur.

DEFINITIO II.

III. Specula pro diuersitate superficiei distinguuntur. inde nomina *speculorum planorum, sphaericorum, cauorum* et *conuexorum, cylindricorum, conicorum*, intelliguntur.

DEFINITIO III.

IV. *Catoptrica* est scientia de determinandis legibus reflexionis radiorum, quae fit speculis.

DEFINITIO IV.

F. 1.) V. *Radius* RC ab obiecto in speculum illapsus *incidens*, sed redditus a speculo CF, *reflexus* dicitur. *perpendicularis*, siue *cathetus incidentiae*, LC est is, qui superficiei speculi, in puncto illapsus, uel tangenti puncti eiusdem C, si superficies fuerit curua, ad angulos rectos insistit.

DEFINITIO V

VI. *Angulus illapsus* uel incidentiae est ARC, qui intercipitur a radio incidente et plano speculi; *angulus reflexionis* FCB inter radi-

radium reflexum et speculum planum iacet.

DEFINITIO VI.

VII. Quando autem superficies speculi conuexa uel caua est, ne anguli illapsus et reflexionis mixti euadant, iste *angulus illapsus* determinatur inclinatione radii incidentis RI, et perpendiculi CIL, quod e centro ad punctum illapsus ducitur, hic *angulus reflexionis* concursu radii reflexi IF et perpendiculi illapsus definitur. (F.2.3.

THEOREMA I.

VIII. *In omnibus speculis angulus illapsus est angulo reflexionis aequalis.*

Demonstratio euidentissima experimentis fit; nam si in conclaui obscurato, speculo plano uel sphaerico, radius solis oblique excipiatur, deprehenditur, sub eodem angulo redire radium reflexum, sub quo radius incidens speculum ferit.

CONSECTARIVM I.

IX. Radius ergo perpendicularis LC in se redit.

CONSECTARIVM II.

X. Et nisi oculus ea in regione fuerit positus, quo tendit radius reflexus CF, non potest uidere in speculo imaginem obiecti R.

EXPERIMENTVM.

XI. *Ante speculum quodcunque ponatur baculus rectilineus CR, ita ut sit* (F.4.

perpendicularis ad punctum incidentiae, et deprebendetur, imaginem illius in speculo CM in eadem recta linea cum baculo CR existere.

CONSECTARIVM.

XII. Cum autem puncta lineae rectae CR radiis perpendicularibus imaginem suam sistere nequeant, quia radius perpendicularis communis est omnium punctorum obiecti rectilinei, ad perpendiculum speculo impositi, qui speculum non potest recta uia penetrare, sequitur, quod radii rei obliqui, qualis est FR, in speculum incidant, et inde in oculum reflectantur, et cum nihilominus imago post speculum cum baculo perpendiculari in eadem recta linea appareat, intelligitur inde, *quod ibi in speculis uideantur puncta obiecti, ubi cathetus incidentiae, siue radius perpendicularis et obliquus reflexus, ex eodem puncto ducti, siue ante siue post speculum concurrunt.* v. TACQVET. p. 222. eodem axiomate etiam utuntur ALHAZEN p. 125. VITELLO p. 207. ed. Risneri.

THEOREMA II.

XIII. *Imago M tanto interuallo apparet post speculum planum, quanto ante abest obiectum R.*

Demonstratio. Angulus CFR = AFL, (§. 8) et AFL = MFC, (§. 48. geom.) recti ad C sunt aequales, et latus FC commune est, ergo MC = CR. (§. 60. geom.)

THE-

THEOREMA III.

XIV. *Imago post speculum planum M I erecta et obiecto O C aequalis uidetur.* (F. 5.

Demonstratio. Nam punctum O ex opposito in I, et C in M apparet, utrumque in perpendiculo suo, (§. 12) erecta ergo sistitur post speculum imago. Quod autem I M = O C, liquet inde, quia I O = M C, (§. 13) et I M et O C parallelae sunt inter parallelas, quas aequales esse constat. (§. 77. geom.)

CONSECTARIVM I.

XV. Ideo in paruis speculis res multo illis maiores totae conspici nequeunt. TACQVETVS p. 229. data opera proportionem superficiei planae reflectentis et obiecti definire docet.

CONSECTARIVM II.

XVI. Obiectum oblique ante speculum positum, imaginem quoque contractiorem oculo oblique eam adspicienti ostendit. (§. 58. opt.)

CONSECTARIVM III.

XVII. Ideoque imago deformata oblique ante speculum collocata, certo loco formosa ab oculo cernitur. (§. 18. perspect.)

CONSECTARIVM IV.

XVIII. Sed quia imagines rerum in speculo in perpendiculis suis apparent, fieri non potest, quin dextra sinistra, et sinistra dextra uideantur. punctum nempe A in M, et C in L conuersis lateribus pingitur. (F. 6.

THEOREMA IV.

F. 7.) XIX. *Iuxta speculum planum horizontale EC positum obiectum perpendiculare AB inuersum apparet, ita ut apex D deorsum pendere uideatur.*

Demonstratio. Punctum A, cuius radius AC in speculum illabitur, ab oculo O uidetur in D, (§. 12.) et AB = BD, (§. 13.) ergo res inuersa cernitur.

CONSECTARIVM.

XX. Hinc consequitur artificium altitudinem accessam AB ope speculi inueniendi. Postquam enim speculum humi sic est collocatum, ut oculus O apicem rei erectae in D conspiciat, quia △ ABC ∽ OCP, (§. 8.) mensurata distantia puncti C, a perpendiculo CB, et oculi distantia ab eodem CP, notaque oculi altitudine OP, ualet analogia, CP : OP = CB : AB (§. 92. geom.) datisque tribus prioribus, quartum latere nequit. (§. 115. arith.)

THEOREMA V.

XXI. *Obiectum luce uberiore praeditum, ueluti candela, inter duo specula pla-*
F. 8.) *na parallela opposita, collocatum, duas series imaginum multiplicatarum utrimque, oculo specula illa inspicienti ostendit.*

Demonstr. Candela in C posita, in speculis oppositis AB, DE, apparent imagines in

N et O, (§. 13.) sed radius ab alterutro speculo reflexus, si in alterum parallelum incidat, denuo nouam imaginem R et M gignit, atque hinc fluentes radii iterum nouas imagines producunt, quo fit, ut longa series imaginum utroque in speculo conspiciatur.

CONSECTARIVM I.

XXII. Sed cum uis radiorum multiplicatis reflexionibus magis magisque imminuatur, hinc posteriores imagines sensim obscuriores prioribus cernuntur.

CONSECTARIVM II.

XXIII. Si duae candelae iuxta se inuicem inter specula parallela ponantur, duplex utrimque series sistitur, in qua, secundum leges artis perspectiuae, tum altitudines, tum distantiae candelarum remotiores contrahuntur. (§. 15. 16. Perspect.)

CONSECTARIVM III.

XXIV. Si uero quatuor, sex uel octo specula plana, secundum figuram regularem, parallelo situ componantur, et candelabrum, pluribus luminibus ornatum, in medio suspendatur, patet, innumeras, quae a speculis parallelis ostentantur, imagines, iucundissimum spectaculum praebere. conf. TRABERI neruus opt. p. 94. SCHOTTI mag. uniu. P. I. p. 292.

CONSECTARIVM IV.

XXV. Quin etiam tergum nostrum, duobus

spe-

ſpeculis planis adhibitis, contueri licet. ſaltem enim alterum ſpeculum ei, cui tergum obuertitur, ſic eſt opponendum, ut radii ab imagine tergi in ſpeculo exhibita, in alterum ſpeculum, quod inſpicimus, relabantur.

TEFINITIO VII.

XXVI. *Focus* uocatur punctum, in quo radii lucis a cauis ſpeculis reflexi, uel etiam per lentes uitreas refracti congregantur.

THEOREMA VI.

F. 9.) XXVII. *A ſpeculis cauis ſphaericis, radii paralleli intra arcum 60. gr. ab axe illapſi, reflexi, cum axe uniuntur, ita ut focus a ſpeculo abſit minus dimidio radio.*

Demonſtratio. Sint radii paralleli in ſpeculum cauum AB illapſi RX, LM. et poſterior tranſeat per centrum ſpeculi C, qui propterea eſt perpendicularis, quem axem uocant, et is poſt reflexionem in ſe reuerberatur. (§. 9.) alter uero obliquus LM, reflectitur uerſus F, ut anguli CMF et CML ſint aequales. (§. 8.) erit FX paulo minus radio dimidio. nam quia anguli alterni FCM et CMF aequales ſunt, (§. 74. geom.) $\triangle$ CFM eſt aequicrurum, (§. 64. geom.) et CF + FM > CM (§. 53. geom.) et CF > $\frac{1}{2}$CX ergo FX < $\frac{1}{2}$CX.

CONSECTARIVM I.

XXVIII. Quo maior ſit arcus XM, ſiue quo longius ab axe incidit in ſpeculum radius

pa-

parallelus, eo etiam maior redditur angulus CMF, et F a ſpeculo minus diſtat. ex quo elucet, inſtabilem et uariam eſſe foci a ſpeculo diſtantiam.

CONSECTARIVM II.

XXIX. Atque inde notabilis foci amplitudo oritur, inprimis in ſpeculis maioribus.

CONSECTARIVM III.

XXX. Si arcus AX capit 60 gradus, erit AX = CX, (§. 104. geom.) et radius reflexus in ipſam ſpeculi ſuperficiem relabetur.

CONSECTARIVM IV.

XXXI. Cum itaque horum ſpeculorum cauorum ea uirtus ſit, ut radios parallelos in foco colligant, mirum non eſt, quod radii ſolares, qui pro parallelis in tam paruo ſpatio merito habentur, et qui ſinguli diſperſique calefacere ſolent, iam ſpeculo congregati, incendium in rebus, quae ignem concipiunt, producant. quapropter etiam *ſpecula* illa caua *cauſtica* ſiue urentia appellantur.

SCHOLION.

XXXII. *Tametſi autem palam ſit, non exiguae difficultatis opus eſſe, fabricare et polire, item regere ſpeculum cauum, quod aliquot pedibus a ſe remotum focum habeat, quia ſphaerae diameter ſemper quadruplo et amplius maior eſſe debet foci diſtantia; narrant tamen* GALENVS *de temperam.* L. 3. c. 2. *oper.* Claſſ. I. *edit. Geſneri* p. 44. *et* ZONARAS *annal.* T. 3. f. 126. *Archimedem in obſidione Syracuſarum naues romanorum ſpeculis ſoli obuerſis combuſſiſſe. et* ZONARAS *ſigillatim memorat, etiam Proclum ſec.* VI, *ſimili artificio claſſem Vitaliani Thracis Conſtantino-*

tinopolin obsidentis debellasse. quae narratio tum aliis ob caussas, tum etiam propterea minime probabilis uidetur, quia uetustiores scriptores, qui machinamenta varia, quibus patriam Archimedes defendit, laudant et describunt, specula omnino silent. conf. POLYBIVS, Archimedi coaeuus, Hist. L. 8. p. 198. LIVIVS L. 24. c. 34. PLVTARCH. in V. Marcelli. p. 558. Interim certum est, ueteres speculorum cauorum vim urendi non ignorasse. uid. PLINII H. N. L. 2. c. 107. APVLEII Apolog. p. 457. ed. Wowerii. Recentiore aeuo maiora specula caua pararunt VILLETVS, vid. Act. Philos. Angl. a. 1665. p. 73. HAMEL Hist. Soc. R. Sc. p. 190. et TSCHIRNHVSIVS, de quibus agunt Act. Lips. a. 1687. p. 52. 1691. p. 517.

CONSECTARIVM V.

XXXIII. Potest etiam ex speculis planis componi machina caui caustici aemula, si in ligno, in sphaerae modum excauato, minora specula plana firmentur, quae singula imaginem solis in idem punctum reflectant.

CONSECTARIVM VI.

XXXIV. Radii, qui ex foco in speculum illabuntur, post reflexionem redduntur paralleli. Quare, si in foco caui speculi candela statuatur, illius lumen a speculo repercussum, parallelis radiis longius, ad obiecta remota illustranda, poterit propagari.

CONSECTARIVM VII.

XXXV. Denique ex praeceptis trigonometriae planae §. 42. liquet, quomodo cognitis radio CM et arcu XM possit inuestigari latus CF, quo dato, distantia foci FX accuratius innotescit.

THE-

THEOREMA VII.

XXXVI. *Obiecti ante speculum* (F. 10. *cauum, inter centrum et speculum positi, AB, imago erecta, post speculum in GF prodigiosae magnitudinis apparet.*

Demonstratio. Ducantur radii AD, BE, qui reflexi in H concurrunt, continuentur reflexi post speculum, et ex centro C per extrema obiecti puncta A et B ducantur radii perpendiculares, hi ubi concurrunt post speculum, multo maiorem obiecto imaginem erectam GF sistunt. (§. 12.)

THEOREMA VIII.

XXXVII. *Rei ultra centrum speculi caui positae DE, imago oculo itidem* (F. 11. *plus a speculo, quam abest centrum, remoto, apparet* (1) *inter centrum et speculum in* ED (2) *minor et* (3) *inuersa.*

Demonstr. Ductis ab obiecto DE radiis obliquis DM, EN, qui reflexi in O concurrunt, apparet, perpendiculares radios *DCd*, et *ECe* concurrere cum obliquis (1) ante speculum, et (2) inuersam ibidem et (3) obiecto minorem imaginem repraesentare.

THEOREMA IX.

XXXVIII. *Denique in speculis cauis sphaericis nulla uidetur imago, si* (1) *res in speculi centro, uel* (2) *foco statuatur.*

Demonstr. Nam qui ueniunt e centro radii,

dii, eodem reflectuntur, (§. 9) et imago incumbit rei. si uero e foco prodierunt, post reflexionem erunt paralleli (§. 34) qui imaginem distinctam non exhibent, sed tantum colorem rei confuse referunt.

THEOREMA X.

XXXIX. *In speculis sphaericis conuexis res semper apparent (1) erectae (2) minores, (3) post speculum, inter* (F. 12. *speculum FG et eius centrum C.*

Demonstr. Elucet enim ex schemate, radios obliquos ab obiecto AB in speculum illapsos et reflexos, continuatosque ultra speculi superficiem, a radiis perpendicularibus AC, BC, post speculum secari in *a b*, ibique imaginem erectam et paruam sistere. (§. 12.) hanc autem semper inter speculum et eius centrum exhiberi, ex eo intelligitur, quia ex centro C semper radii uersus obiectum AB, ante speculum collocatum, dirigendi sunt, adeoque non alibi quam isto in spatio radii obliqui cum cathetis possunt concurrere.

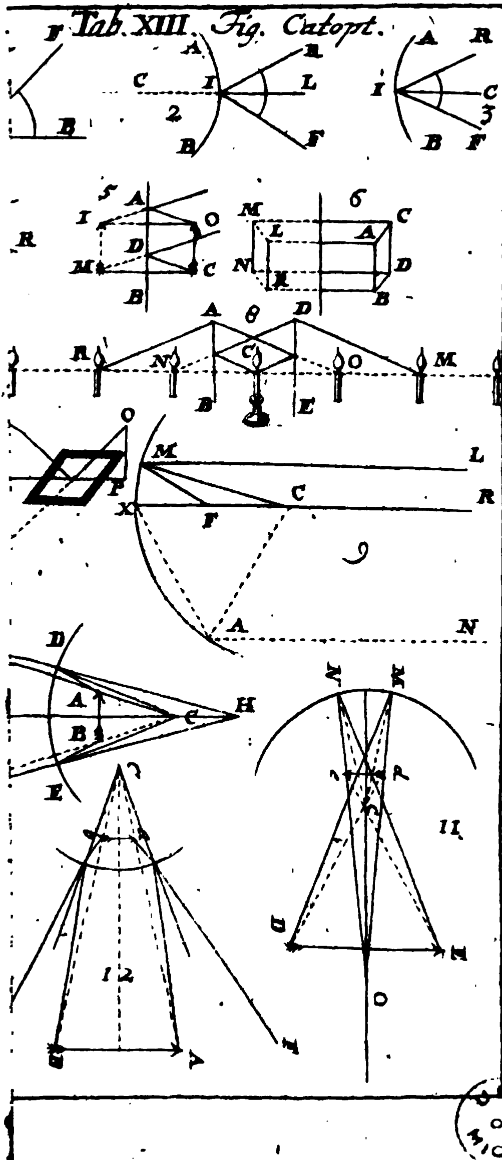
CONSECTARIVM I.

XL. Quo minor est speculi semidiameter, eo etiam minores imagines cernuntur, quemadmodum schemate dilucidius ostendi potest.

CONSECTARIVM II.

XLI. Itaque in speculis cylindricis et conicis, quae secundum longitudinem rectilinea sunt, et hactenus planorum speculorum pro-

prie-


Tab. XIII. Fig. Catopt.
2
3
5
6
8
9
11
12

prietates habent, obiectorum longitudo inuariata ſiſtitur, uerum latitudo rerum conuexa ſpeculi ſuperficie contrahitur plus minuſue, prouti arcus ampliores uel contractiores ſunt. in ſpeculis conicis ſuperiores obiecti partes in acumen uel cuſpidem coeunt, inferiores latiores ſunt, atque ita monſtroſa rerum facies oculis contuentium obuerſatur.

CONSECTARIVM III.

XLII. Viciſſim eadem ſpecula rite deformatas diffuſasque ſecundum leges reflexionis imagines iterum contrahunt, et formoſas exhibent. quod artificium mechanice et geometrice praeſtare docent KIRCHERVS Art. M. L. et V. Lib. 2. P. 2. prop. 10. et SCHOTTVS Mag. P. 1. p. 160. et IAC. LEVPOLDVS peculiares pro anamorphoſi cylindrica et conica machinas excogitauit, earumque fabricam deſcripſit in *Act. Lipſ.* A. 1712. p. 273. 367.

OPTICAE
PARS III.
DIOPTRICA.

CAPVT I.
DE LEGIBVS REFRACTIONIS.

DEFINITIO I.

I. *Dioptrica* ſiue *Anaclaſtica* eſt pars

opticae, quae de radiis refractis, et oriundis inde phaenomenis explicat.

EXPERIMENTVM I.

II. *Pati autem radios lucis refractionem siue inclinationem, dum ex uno pellucido in aliud transeunt, (§. 2. opt.) experientia quotidiana docet. Immittatur enim baculus rectilineus in aquam, et pars aquae immersa, ab ea, quae extra aquam eminet, refracta uidebitur. Vnde forsan etiam nomen radiorum refractorum ductum est.*

EXPERIMENTVM II.

III. *Porro numus in fundo patellae cera agglutinetur, et oculus a patella tantum remoueatur, ut margo patinae numum occultet. tum, immoto interim oculo, affundatur aqua, et numi imago extolletur, et in conspectum prodibit.*

CONSECTARIVM.

IV. Cum itaque neutro casu obiecti situs et locus uerus mutetur, sequitur, quod radii ex aqua pellucida in aerem progressi declinationem uel refractionem patiantur, quae efficiat, ut res altiore loco conspiciatur.

DEFINITIO II.

F. 1.) V. *Angulus inclinationis* RDE est, quem constituit radius incidens RD, cum catheto uel perpendiculo incidentiae ED.

An-

Angulus refractionis FDI eſt, quem radius refractus DF cum directo DI conſtituit. *Angulus refractus* dicitur LDF, quem radius refractus cum perpendiculo continet.

EXPERIMENTVM III.

VI. *Super aſſere AD, erigatur* (F. 2. *alius FC ad angulos rectos. poſterior FC parallelepipedo uitreo, de quo nunc dicturus ſum, altitudine par requiritur, prior autem AD aliquot digitis longior eſſe debet. Scilicet imponitur aſſeri AD parallelepipedum uitreum probe politum FL, ut AF = EB. tum opponatur uitrum radiis ſolaribus, et diligenter notetur duplex longitudo umbrae aſſeris CF, altera longior extra uitrum BN, altera breuior intra uitrum terminata BR.*

CONSECTARIVM I.

VII. Cum itaque umbra intra uitrum contrahatur, neceſſum eſt, radium illapſum XE, inclinari a uitro uerſus R, atque ita *radium refractum in ingreſſu ad perpendiculum inflecti et appropinquare.*

CONSECTARIVM II.

VIII. Viciſſim, ſi *radius ex uitro a puncto R exiiſſet*, non continuaret lineam rectam uerſus *y*, ſed *a perpendiculo* BZ *reclinaretur uerſus x.*

CONSECTARIVM III.

IX. Cum itaque ſcala ſubtiliter diuiſa menſurari poſſint lineae EB, BN, in △ rectangulo EBN inuenitur magnitudo *anguli inclinationis*, BEN, (§. 31. Trig. pl.) quia uerticales BEN et XEZ ſunt aequales. (§. 48. geom.) ſimiliter menſurata linea BR in △ EBR indagatur angulus refractus BER, eoque detracto ex angulo inclinationis BEN, remanet *angulus refractionis* REN.

CONSECTARIVM IV.

X. Hoc artificio KEPLERVS Dioptr. ax. 7. reperit, quod angulus refractionis in ingreſſu circiter ſit tertia pars anguli inclinationis, quando hic non multum excedit 30 gradus.

SCHOLION.

XI. *ZAHNIVS in oculo artificiali Fund. 2. p. 10. tabulam refractionum peculiarem ex obſeruationibus ſuis collectam dedit, ex qua aliquot numeros, qui proportionem Kepleri comprobant, excerpam.*

Ang. inclin.	angul. refract.		
Gr.	Gr.	M.	S.
10.	3.	20	44.
20.	6.	48.	25.
25.	8.	37.	9.
30.	10.	30.	
35.	12.	29.	42.
40.	14.	35.	54.

Cum autem dioptricae principia, quae hoc libello damus, inprimis refractionibus, quae in uitris fiunt, et phaenomenis, quae producunt, explanandis, accommodanda ſint, miſſa ſubtiliore et uariabili proportione, miſſis etiam differentiis, quae a diuerſa radiorum lucis refrangibilitate pendent, de quibus NEWTONVS opt. p. 20. 61. ſq. uberius diſquirit, iſtam

Ke-

Kepleri breuitatis et perspicuitatis causa retinebimus.

CONSECTARIVM V.

XII. Seruata hac proportione, sequitur, quod angulus inclinationis radii e uitro exeuntis BER sit duplus anguli refractionis XEY.

CONSECTARIVM VI.

XIII. Generaliter quoque uerum est, quod eo maior sit angulus rafractionis, quo maior est angulus inclinationis.

CONSECTARIVM VII.

XIV. Perpendicularis uero radius nullam refractionem patitur, sed irrefractus transit.

THEOREMA I.

XV. *Radius lucis ER oblique in* (F. 3. *uitrum planis superficiebus clausum AD incidens, post duplicem refractionem fit refracto FGK parallelus.*

Demonstratio. Quia LM parallela NO et RG inter eas transuersa iacet, erunt anguli alterni MRG, RGN, aequales, (§. 74. geom.) et RGN = OGI (§. 48. geom.) item IGK = $\frac{1}{2}$ OGI (§. 12.) = FGR. porro GRH = $\frac{1}{2}$ MRG, (§. 10.) sed MRG = OGI = RGN, ergo RGF = GRH, et FK parallela EH. (§. 76. geom.)

CONSECTARIVM I.

XVI. Inde colligimus, refractionem res altiore loco sistere. nam si K esset obiectum, post

duplicem refractionem radius ER dirigeretur uersus H. quamobrem non est mirum, quod baculi rectilinei pars immersa aquis, uideatur a portione extra aquam refracta, et quod numus, affusa aqua, prodeat in conspectum, qui antea uacuae patinae margine abscondebatur. (§. 2. 3.).

CONSECTARIVM II.

XVII. Praeterea liquet, refractione radiorum, per plana uitra transeuntium, magnitudinem et figuram rerum non mutari, quia post refractionem tales iterum redeunt radii, quales ante ingressum in uitrum fuerunt.

CAPVT II.
DE
REFRACTIONE RADIORVM LVCIS IN LENTIBVS CONVEXIS ET CAVIS, NEC NON IN VITRIS MVLTANGVLARIBVS.

DEFINITIO III.

XVIII. *Lentes* uel *uitra lenticularia* in dioptrica uocantur, quae una uel duabus superficiebus conuexis, aut una uel utraque caua gaudent. unde nomina lentium orta sunt, ut *conuexo planae*, *utrimque conuexae*, *concauo planae*, uel *utrimque cauae* dicantur.

DEFINITIO IV.

XIX. *Μηνισκοὶ* siue *Lunulae*, uel *Lentes lunatae*, appellantur uitra, quae altera parte conuexa, altera parte caua sunt, et propterea lunari falci assimilantur.

SCHOLION.

XX. *Quomodo uitra figura conuexa et caua instruantur, fuse docent, qui de poliendis uitris scripserunt, HEVELIVS prolegom. selenogr. p. 7. CHRISTIAN HVGENIVS de formandis poliendisque uitris ad telescopia, in opusculis posthumis p. 267. sq. ed. Lugd. B. 1703. 4. ZAHN. l. c. L. 3. p. 326. HERTEL et LEVTMANNVS tractatib. pecul. Nonnihil de hac praxi et organis praestantioribus in lectionibus dicetur.*

THEOREMA II.

XXI. *Lens uitrea conuexo plana* (F. 4. *AB radium axi parallelum LM, unit cum axe in F, ita ut distantia foci a uitro HF paulo minor sit diametro.*

Demonstratio. Perspicue haec ueritas ostenditur mechanice; nam radius LM tantum semel in egressu refrinngitur, quia in ingressu ad planam superficiem AB est perpendicularis, (§. 14.) si igitur in egressu angulus refractionis OMF fiat dimidius anguli inclinationis OMN, (§. 12.) tendit radius ad punctum axis F, et applicato circino, FH nonnihil minor diametro deprehenderur.

Porro ueritas huius theorematis ex consideratione △ CMF patescit, est nempe angulus $OMF = MFH = \frac{1}{2} OMN = \frac{1}{4} MCH$,

 siue

ſiue angulus C eſt duplus anguli F, quare etiam latus iſti oppoſitum FM duplum propemodum eſt lateris CM, (quia latera △ habent ſe ut ſinus angulorum oppoſitorum, §. 39. trig. pl. et in paruis ſinibus fere obtinet proportio arcuum, uti ex tabulis ſinuum inſpectis cognoſcitur.) et quando punctum M parum ab axe abeſt, quod in lentibus plerumque fit, linea HF perparum differt a linea MF, et propterea HF haud multo minor diametro cenſeri debet.

CONSECTARIVM.

XXII. Trigonometrice inuenitur linea FH, data ſemidiametro ſuperficiei conuexae CM, et noto arcu HM = HCM; quia ob parallelas FH, OM, eſt OMF = MFH (§. 74. geom.) omnes in △ FMC anguli, cum latere CB dantur, quaeritur ergo latus FC, (§. 42. Trig. pl.) et ſubtracto CH = CM, relinquitur diſtantia foci FH.

THEOREMA III.

F. 5.) XXIII. *Lens uitrea utrimque conuexa AB, radios parallelos, qualis eſt LM, unit cum axe in F, ut diſtantia foci a uitro FH fere par ſit ſemidiametro conuexitatis CH.*

Demonſtratio. Denuo, perſpicuitatis gratia, utar regula et circino. Si igitur in ingreſſu radius inclinetur ad perpendiculum, ut angulus refractionis ſit pars tertia anguli inclinationis,

nis, radius perueniet ad O. (§. 10) hic uero a perpendiculo CO deflectit parte dimidia anguli inclinationis, et dum pertingit ad F, erit FH fere par OC.

CONSECTARIVM.

XXIV. Si lens duarum sphaerarum diuersae amplitudinis conuexitates habeat, radii uniuntur cum axe in distantia media.

THEOREMA IV.

XXV. *Sphaera uitrea SP, unit* (F. 6. *radios parallelos cum axe, ut focus fere sit quarta pars diametri.*

Demonstratio mechanica etiam hic dilucide manifestat, post duplicem radii paralleli LM refractionem, eum tandem ad F peruenire, ut fere $FD = \frac{1}{4} DN$.

SCHOLION.

XXVI. *Pro ueritatibus nunc laudatis comprobandis libenter utor demonstrationibus mechanicis; nam, quemadmodum statim sum dicturus, in lentibus uitreis, quarum memini, instabilis est focorum distantia, adeoque, ad earundem usum intelligendum, sufficit, si interualla focorum media, eo quo dixi modo, definiantur. Praeterea in allatis propositionibus assumo radios parallelos; tum quia eorum consideratio facilior est, tum etiam, quia rerum longius dissitarum radii, in quibus tandem inclinatio fit insensibilis, pro talibus, respectu lentis, quae paruam diametrum et crassitiem habet, recte reputantur.*

CONSECTARIVM I.

XXVII. Distantiam foci a lente inconstantem esse, palam cognoscitur, si quaeratur punctum

ctum unionis pro radiis, qui diuersimode ab axe distant. nam radii paralleli axi propiores, distantiam foci paulo breuiorem habent reliquis, qui remotius ab axe in uitrum illabuntur.

CONSECTARIVM II.

XXVIII. Praeterea certum est, radios conuergentes ad axem, facilius et propius uitro cum axe congregari, quam diuergentes, quippe qui ab unione alieni non nisi longius cum axe concurrunt.

CONSECTARIVM III.

XXIX. Quo maioris sphaerae lens est, eo longius ab ipsa focus distat.

CONSECTARIVM IV.

XXX. Quando autem in foco lentis obiectum lucidum, ueluti candela, ponitur, radii post refractionem redduntur paralleli, qui ad res remotas illustrandas longius possunt propagari.

CONSECTARIVM V.

XXXI. Radii solares, qui singuli calefaciunt, lentibus et sphaeris uitreis collecti urunt, et res, quae ignem concipiunt, incendunt.

SCHOLION.

XXXII. *Hanc uitrorum conuexorum proprietatem etiam ueteres cognitam habuerunt, quemadmodum ex ARISTOPHANE in nubibus, Act. 2. Sc. 1. v. 762. sq. PLINIO H. N. L. 36. c. 26. item LACTANTIO de ira dei discimus. v. Histor. Acad. R. Sc. a. 1708. p. 137. Recentiori autem aeuo lentes causticas maiores parauit TSCHIRNHVSIVS, quarum effectus describunt Act. Er. Lips. a. 1697. M. Sept. et Hist. Acad. gall. a. 1699. p. 110.*

CON-

CONSECTARIVM VI.

XXXIII. Et cum in oculis noſtris humor cryſtallinus, lentis opticae figuram habens, occurrat, (§. 6. opt.) mirum non eſt, quod ſolem, paulo altius ſupra horizontem poſitum, oculis irretortis, absque uiſionis iactura, adſpicere non poſſimus.

CONSECTARIVM VII.

XXXIV. Ceterum uitra conuexa, quia exceptos a rebus radios ordinate iterum congregant, in foco illarum imagines diſtincte exhibent. de quo phaenomeno poſtea ſigillatim dicetur.

THEOREMA V.

XXXV. *Lentes cauo planae uel utrimque cauae, radios parallelos non uniunt, ſed diffundunt, et ab axe detorquent.* (F. 7. 8.

Demonſtratio. Caſ. 1. Si lens fuerit cauo plana, radius axi parallelus RD in egreſſu recedit a perpendiculo CD, (§. 8) uerſus M, adeoque diuergit, et unio non continget.

Caſ. 2. Si lens fuerit utrimque caua, radius axi parallelus RD in ingreſſu ad perpendiculum AD accedit; (§. 7) ideoque iam ab axe declinatur uerſus E, hic quia iterum a perpendiculo CE recedit, (§. 9.) ulterius diffunditur uerſus M.

CONSECTARIVM I.

XXXVI. Itaque neutro caſu unio ſequitur: ſed utrimque radii diffunduntur.

CON-

CONSECTARIVM II.

XXXVII. Ideoque tales lentes cauae imagines pingere nequeunt. (§. 34.)

THEOREMA VI.

XXXVIII. *In meniſcis, ſi ſemidiameter ſuperficiei conuexae ABC minor fuerit ſemidiametro ſuperficiei cauae AHC, radii paralleli cum axe, in longiore tamen diſtantia, uniuntur.* (F. 9.

Demonſtratio. Nam conuexae ſuperficiei ea eſt indoles, ut radios parallelos cum axe coniungat, (§. 21. ſq.) per cauitatem uero radii diffunduntur, (§. 35.) ſed quando conuexitas minorem ſemidiametrum habet, focus radiorum uitro propior eſt, adeoque ab eadem plus ad axem inclinantur radii, quam per ſuperficiem cauam ab axe detorquentur, ergo unio eorum, ſed in longiore a meniſco diſtantia, continget.

SCHOLION.

XXXIX. *Ubi autem punctum unionis in axe futurum ſit, tum calculo, tum ſchematiſmo mechanice poteſt definiri. conf.* DECHALES *T. III. p. 666. qui oſtendit, quod aſſumta ſemidiametro conuexitatis 6 pedum, et ſemidiametro concauitatis tripla 18 ped. diſtantia foci ſit 18 ped. et ſeruata priore conuexitatis ſemidiametro, quando ſemid. concauit. eſt 12. pedum, diſtantia foci eſt 24. adbibita ſemid. concau. 9. p. focus abeſt 36 pedibus.*

CONSECTARIVM.

XL. Uſus ergo meniſcorum eſſe poteſt, quando longior lentis focus deſideratur. v. KEPLER diopt.

diopt. prop. 131. 136. ZAHN. fund. 2. p. 70. sed cum constet, lentes maioris foci etiam plus esse aperiendas, ut obiectum satis illuminatum sistatur, si nimis acuta foret conuexitas, in eadem plus aperta radii longius ab axe illapsi non tam accurate unirentur, et sic distinctior imaginum repraesentatio impediretur. (§. 27.) quamobrem hic mediocritas tenenda, et inprimis ad experimenta diligenter attendendum est.

THEOREMA VII.

XLI. *Lentes conuexae rerum, quarum radios excipiunt, imagines inuersas post se interuallo foci depingunt.* (F. 10.

Demonstratio. Constat enim ex ante dictis, (§. 21. sq.) lentes conuexas radios acceptos certo post se interuallo unire, quo facto, tales eos reddunt, quales fuerunt, cum ab obiecto effluxerunt. siquidem quodlibet obiecti punctum, tanquam centrum sphaerae radiosae recte consideratur. (§. 24. opt.) ergo imaginem quorumuis obiecti punctorum nitide depingunt, sunt autem imagines illae inuersae, quia radii ex A illapsi recta linea in oppositam plagam *a* tendunt, et ex B emissi, recta uersus *b* diriguntur. Et distantia imaginis *ab* a lente respondet interuallo, quo lens radios cuiuscunque generis parallelos uel diuergentes unire solet.

CONSECTARIUM I.

XLII. Quamobrem si illo interuallo post lentem obuertatur charta alba, in eadem imago

rei

rei a lente situ inuerso exhibebitur. sed si extra punctum unionis charta propius uel remotius a lente opponatur, uel confusa uel nulla imaginis pictura producetur. Haec imaginum repraesentatio euadet clarior et distinctior, quando in conclaui obscurato, *cameram obscuram* uocant, radii rerum externarum per lentem refracti unitique candido pariete excipiuntur. in tenebris enim imbecillum quoque lumen melius percipitur.

CONSECTARIVM II.

XLIII. Imagines rerum remotarum, quarum radii pro parallelis ad sensum haberi queunt, (§. 26.) minus distant a lente, quam imagines rerum uicinarum, quae radios diuergentes in lentem proiiciunt, (§. 24. opt.) qui difficilius et longius a lente uniuntur. (§. 27. 28.)

CONSECTARIVM III.

XLIV. Praeterea etiam maiora sunt rerum uicinarum quam remotiorum simulacra, quia diuergentes radii sub maiore angulo, quam paralleli rerum remotarum, colliguntur.

CONSECTARIVM IV.

XLV. Si oculus post imaginem in *o* adspiciat lentem in obiectum uersam, et sit remotior a lente, quam distat ab eadem focus, apparebit parua imago rei inuersa in aere pendula.

CONSECTARIVM V.

XLVI. Ceterum ea, quae nunc de imaginibus, quas lentes conuexae exhibent, dixi, ape-

aperiunt quoque causas omnium experimentorum, quibus sub opticae initium, (§. 7. 8. sq. opt.) modum uisionis declaraui.

THEOREMA VIII.

XLVII. *Radius obliquus incidens* (F. 11. *in uerticem lentis conuexo planae, post duplicem refractionem redditur directo parallelus.*

Demonstratio. Incidat in uerticem lentis radius RC, et ducatur ad punctum illapsus tangens GH, parallela lineae AB, hoc facto apparet, eodem modo procedere radium, ac si incidisset in superficiem planam GH; sed supra docui, (§. 15.) quod eo casu radius bis refractus sit directo continuato parallelus, ergo idem in praesenti casu contingere omnino debet.

CONSECTARIVM.

XLVIII. Idem de lentibus utrimque conuexis et aliis quibuslibet compositis potest demonstrari. v. ZAHN. fund. 2. prop. 14.

THEOREMA IX.

XLIX. *In lentibus conuexis diameter obiecti AB, et diameter imaginis GF seruant rationem directam distantiarum a lente.* (F. 12.

Demonstratio. Quoniam enim radius refractus CF et CG, parallelus est directo BC, AC, (§. 47) in triangulis aequiangulis et simili-

milibus ABC et CGF ualebit analogia AB: GF = LC: CM. (§. 190. geom.)

CONSECTARIVM.

L. Quo longius igitur a lente abest imago, eo maior erit eius ad obiectum ratio. Atque adeo lentes, quo maiorum sphaerarum portiones sunt, eo etiam maiores pingunt rerum imagines. (§. 29.)

PROBLEMA I.

LI. *Cameram obscuram portatilem componere.*

Quomodo rerum externarum imagines a lente conuexa pictae, in quouis conclaui obscurato iucunde considerari queant, antea dictum fuit, §. 42. iam de recipiendis spectandisque in cista portatili iisdem simulacris explicandum restat.

Resolutio prima. 1. Paretur arcula paral- F. 13.) lelepipeda lignea AB, alta tres pedes, lata et longa pedes duos, sursum in pyramidem truncatam desinens;

2. Intra illam, e funiculis quatuor, qui circa cylindros utrimque in angulis firmatos circumuoluuntur, suspendatur tabula mobilis N MI, charta alba obducta;

3. Supra in foramine L firmetur tubulus, cui lens conuexa inserta est, quae ultra pedes duos rerum externarum imagines proiicit.

4. Et huic tubulo supra lentem applicetur speculum planum S, sic positum, ut angulus, sub quo radii in speculum illabantur, sit 45 gra-

duum

duum. ita enim eueniet, ut radius incidens a speculo ad perpendiculum in lentem camerae obscurae reflectatur. (§. 8. catopt.)

5. Unum cistae huius latus totum, uel maxima parte, relinquatur apertum in CD, per quod et inspicere imagines, et manu immissa easdem depingere et delineare liceat.

His factis, si speculum uertatur in res remotas, radii, qui ab his uenerunt RS, in lentem L reflectuntur, et ab hac debita distantia in fundo uel tabula NI uniuntur, (§. 41) atque adeo spectator per foramen CD potest has imagines et uidere et delineare.

Resolutio secunda. Sed quia in camera obscura modo descripta inuersae sistuntur rerum imagines, (§. 41) artifices aliam huius (F. 14. machinae formam talem excogitarunt, qua imagines erectae exhibentur. Nimirum in cistulae oblongae foramine A tubulus cum lente conuexa firmatur, et eidem, simili, quem ante indicaui, situ, opponitur speculum B, supra hoc firmatur uitrum planum semipellucidum CD, ita ut lineae AB + BE componant interuallum, quo lens A imagines repraesentare solet, tum oculus, pyramidi truncatae in O admotus, spectabit imagines rerum in uitro CD depictarum erectas: quippe a speculo reflexas et conuersas.

PROBLEMA II.

LII. *Oculum artificialem componere.*

F. 15.) *Resolutio.* 1. Paretur globus ligneus uel eburneus, utrimque perforatus.

2. Foramini P applicetur lens optica conuexa, cuius focus uno circiter digito ab eadem distat.

3. Foramini R tubulus mobilis inseratur, qui uitrum semipellucidum (alii chartam albam oleo inunctam praeferunt,) continet, quod ad lentem admoueri et ab eadem remoueri potest.

Demonstratio. Quoniam lens P radios in distantia foci sui unit, ibique imagines rerum pingit. (§. 41) fiet, ut in uitro semipellucido, tanquam oculi fundo istae imagines repraesententur, et ab oculo, ante uitrum R posito, spectari possint. Atque adeo hoc organon, oculi, cuius figuram refert, fabricam et usum demonstrabit, prouti supra in principio opticae (§. 8. opt.) latius edisserui. conf. ZAHN. fund. 2. c. 7.

THEOREMA X.

F. 16.) LIII. *Obiecta in foco lentis conuexae posita, oculo prope lentem posito uidentur erecta et maiora.*

Demonstratio. Radii ab obiecto paruo AB, quod in foco positum est, in lentem CD illapsi, post duplicem refractionem fiunt paralleli, (§. 30.) tales si lens oculi crystallina OL exceperit, illos uniet in retina, et imaginem pinget inuersam (§. 41.) sed tamen etiam maior

illa

illa erit, quam quae nudis oculis apparet, quia angulus CVD, ſub quo radii per lentem in oculum ueniunt, maior eſt angulo AVB, ſub quo, remota lente, ad oculum iidem tendebunt. (§. 50. opt.)

CONSECTARIVM I.

LIV. Idem eueniet, ſi obiectum propius lenti admoueatur, quam diſtat eius focus, quia tum radii nonnihil diuergentes redduntur, qui itidem magnum angulum ſubtendunt.

CONSECTARIVM II.

LV. Et quo magis ad lentem admouetur obiectum, tanto maior redditur angulus radiorum ad lentem effluentium, adeoque quo lens minoris ſphaerae portio eſt, eo magis ſpecies rerum auget.

CONSECTARIVM III.

LVI. Dum autem lentes eiusmodi augent rerum minimarum ſpecies, diſtinctius eas ob oculos ponunt, et multa producunt in conſpectum, quae nudis oculis uel omnino non, uel ſaltem non diſtincte cernebantur. Quam ob cauſam tales lentes *microſcopicae* ſunt. nam *microſcopium* uel *engyſcopium uocatur inſtrumentum, quo res minutas prope poſitas melius contemplamur.* quem in uſum nonnunquam minutiſſimae ſphaerulae uitreae, quae fuſione uitri ad candelam conglobantur, adhibentur. praeſtantiores uero ſunt, quae manu accurate poliuntur. Modos uarios, quibus talia microſcopia ſimplicia ad minutas res commodi-

us spectandas, aptiora euadunt, coram in lectionibus ostendam.

CONSECTARIVM IV.

§ LVII. Porro ex allato theoremate intelligitur, quare *senes* lentibus conuexis, siue *perspicillis* hebetudini oculorum suorum, dum res uicinas intuentur, succurrant. nam lentes illae radios rerum uicinarum diuergentes (§. 24. opt.) uertunt in parallelos (§. 30.) quales sunt radii rerum remotarum, (§. 26.) quos senum oculi commode ferre et unire possunt. (§. 46.)

THEOREMA XI.

LVIII. *Per lentes cauas obiecta quaeuis, tam remota quam propinqua erecta et minora apparent.*

F. 17.) *Demonstratio.* Spectetur per lentem cauam CD res magna AB, si lens abesset, radii ad oculum in E positum angulum magnitudinis apparentis AEB formarent, (§. 49. opt.) sed quando interponitur lens caua CD, radii ex A et B in eam illapsi, et uersus E directi, nonnihil diducuntur, et ab axe detorquentur, (§. 35.) quare radii tales longius a lente in puncto O concurrunt, et angulum multo minorem, quam est angulus ad E, formant, ideoque obiecti magnitudo apparens minuitur, et lineae FG minori aequiparatur.

CONSECTARIVM.

LIX. Etsi autem species rerum quarumuis lentibus cauis imminuatur, tamen utiles illae

sunt

ſunt luſcioſis, quia radios rerum remotarum parallelos, (§. 26.) uertere poſſunt in diuergentes (§. 35.) qui ab oculis myopum, qui uel cryſtallinum turgidiorem, uel a retina remotiorem habent, melius uniuntur. (§. 43.)

DEFINITIO V.

LX. *Vitrum polyedrum*, uel *polyoptrum*, uel *polygonum*, eſt, quod corpus multangulare imitatur, et ſuperficies planas (F.18. plures in conuexitatem diſpoſitas habet. quale eſt AD. modum talia uitra poliendi tradunt ZAHN fund. 3. p. 70. LEVTM. d. pol. uitr. c. 4. Aliquando etiam in conuexa uel plana lentis ſuperficie plures cauitates politura inducuntur, qualia uitra *polyoptra caua* nominare licet.

THEOREMA XII.

LXI. *Per uitrum polyedrum tot apparent unius rei imagines, quot uitrum habet hedras, ſiue planas ſuperficies.*

Demonſtratio. Sit ante lentem polygonam AD poſitum obiectum, ſi ab eodem radii paralleli uel diuergentes effluant, et in hedras uitri illabantur, duplici refractione ad axem inflectentur, uerſus F, quemadmodum apparet, ſi ſecundum refractionis leges (§. 10.ſq.) radiorum directio indagetur, atque ita dum oculis radii inflexi recipiuntur, et recta prorſum diriguntur, (§. 19. opt.) uertuntur illi in diuerſa loca O, L, ibidemque multiplicatas rei imagines ſiſtunt.

Newtoni sententia, strictim suo loco indicaui, (§. 47. sq. opt.) quae uero circa picturam arcus colorati in aere pluuioso, siue iridis, tam primariae, quam secundariae, singulatim notanda sunt, ea diligentius exponunt CARTESIVS *de meteoris. c.* 8. DN. HALLEY *trans. Angl. n.* 267. *p.* 714. *in Lowthorpi epit. Vol.* 2. *p.* 195. HAMBERGERVS *disp. de iride diluuii.* DECHALES *dioptr. p.* 726.

CAPVT III.

DE TELESCOPIIS, MICROSCOPII, POLEMOSCOPIO ET LATERNA MAGICA.

DEFINITIO VI.

LXVII. *Telescopium*, siue *tubus opticus*, nominatur fistula, in qua lentes opticae debito interuallo firmatae sunt, per quas obiecta longe remota et maiora et clariora apparent.

SCHOLION.

LXVIII. *De inuentore mirandi huius organi non est eadem omnium sententia.* CARTESIVS *sub init. dioptr.* JACOBVM METIVM, *Adr. fratrem laudat.* RHEITA *ocul. Enoch et Eliae p.* 337. *hunc honorem tribuit* IO. LIPPENSVM *uel* LIPPERSEIN, *Zelando. Petrus Borellus* in tr. *de uero telescopii inuentore,* ZACHRIAE JOHNSEN *Mittelburgensi, perspicillorum artifici, huius inuenti gloriam deberi contendit. quem, ait, circa annum* 1590 *casu telescopium reperisse, cum per conuexam et cauam lentem, certo interuallo distantes, res longe remotas, auctiores et clariores conspiceret.* ERYTHRAEVS *Pinacoth. p.* 279.

p. 279. pro GALILEO sententiam dixit, sed ipso Galileo repugnante, quemadmodum ex nuncii siderei p. 10. constat, ubi fatetur, quod rumore, qui ferebat, a Belga quodam perspicilla eiusmodi, quae res longe dissitas distinctius exhibent, parari, excitatus, similis organi compositionem a. 1609 prospero successu tentauerit. Etsi autem perspicilla siue telescopia sub finem demum seculi decimi sexti in Belgio reperta fuerint, certum tamen est et exploratum, JO. BAPT. PORTAM Neapolitanum, iam a. 1560. quo primum magia eiusdem naturalis euulgata est, leges fabricandi talis instrumenti cognitas habuisse. nam istius libri p. 596. compositionem telescopiorum his uerbis describit: Si concauum et conuexum et concauum uitrum rite componere noueris, et longinqua et proxima maiora et clara uidebis. non parum multis amicis auxilii praestitimus, qui et longinqua obsoleta, proxima turbida conspiciebant, ut omnia perfectissime contuerentur. *add. eiusd. Tr. de refractione Neapoli a. 1593. 4. ed. ubi p. 3. scribit:* refractionis auxilio ea quoque perspicilla concinnari possunt, quae ad miraculum usque elongent uisum. *Plura de historia telescopii habet SCHOTTVS Mag. nat. tom. I. p. 490. PASCH de inuentis nouantiquis. p. 173.*

DEFINITIO VII.

LXIX. *Lens obiectiua* telescopii uocatur anterior, quae in obiecta uertitur; *lentes oculares* dicuntur praeter obiectiuam omnes, quae prope oculum tubo inseruntur.

DEFINITIO VIII.

LXX. Telescopiorum quatuor constitui possunt genera. 1. *Belgicum* uel Galileanum, quod habet lentem obiectiuam conuexam et ocularem cauam. 2. *Astronomicum*, quod duabus lentibus conuexis constat. 3. *Terrestre*, quod praeter obiectiuam

len-

lentem conuexam, tres oculares conuexas requirit. 4. *Mixtum* uel *catoptrico dioptricum*, quo genere polemoſcopium Heuelii, et tubus catoptricus Newtoni continentur.

PROBLEMA IV.

F.21.) LXXI. *Teleſcopium Belgicum componere.*

Reſolutio. 1. Eligatur lens obiectiua conuexa uel conuexo-plana C, tanto maioris ſphaerae, quanto longius teleſcopium parare libet.

2. Poſt hanc, antequam radii a lente conuexa colligantur, collocetur lens caua D; quae radios ad unionem pronos uertet in parallelos, (§. 35.) uel nonnihil reddet diuergentes; hi in cryſtallinum oculi humorem illapſi repraeſentabunt rem 1. maiorem, quia ſub maiore angulo ad oculum ueniunt, (§. 50. opt.) 2. erectam, quia inuerſae in oculo rei imagines pinguntur, (§. 19. opt.) et denique 3. propinquam, quia lens caua radios nonnihil diuergentes oculo tradit, quales rerum uicinarum eſſe conſtat. (§. 24. opt.)

CONSECTARIVM I.

LXXII. Tale teleſcopium pro ſenibus nonnihil eſt producendum, ut radii paralleli, quales oculi ſenum accurate uniunt, euadant; et pro luſcitioſis nonnihil idem debet contrahi, quoniam his radii diuergentes ſunt accommodatiores. (§. 43. 46)

CONSECTARIVM II.

LXXIII. Sed quia caua lens radios facile ſic dif-

diffundit, ut omnes oculum non ingrediantur, et quando telescopium est longius, cuius lens obiectiua magnam imaginem pingere solet, (§. 50.) fieri nequit, ut totam per cauam lentem rite contemplemur, ideo fere nunc longioris telescopii Belgici usus exoleuit. breuiora tamen, aliquot longa pollices, adhuc parantur, ut et uili pretio uendi, et commodius gestari possint.

SCHOLION.

LXXIV. *KEPLERVS loco lentis obiectiuae etiam meniscum laudat, dioptr. prop. 136. sed de lentis lunatae imperfectionibus suo iam loco explicui. §. 40. de proportione utriusque uitri, experimentis comprobata, egit HEVELIVS prolegom. selenograph. p. 12: TRABER neru. opt. p. 188. rationem lentis cauae ad conuexae 1: 16. commendat.*

PROBLEMA V.

LXXV. *Telescopium astronomicum componere.* (F. 22.

Resolut. 1. Assumatur lens obiectiua conuexo plana, uel utrimque conuexa E, quae focum 6, 12, 16 uel pluribus pedibus a se remotum habet.

2. Huic iungatur parallelo situ lens ocularis conuexa minoris sphaerae F, a qua focus aliquot tantum digitis abest, ita ut focus utriusque lentis concurrat; et habebitur telescopium astris melius contemplandis idoneum.

Demonstratio. Nam lens obiectiua magnae sphaerae, magnam quoque pingit rei imaginem, (§. 50) sed tamen inuersam, (§. 41) ante hanc si lens admodum conuexa statuatur, ita, ut in illius

illius foco imago fit, iterum species auctior apparebit, (§. 53) atque adeo res remota longe maior, longeque clarior, et ueluti cominus collocata, uidebitur, qualis repraesentatio uotis astronomorum inprimis respondet.

CONSECTARIVM I.

LXXVI. Etsi autem per haec telescopia res inuersa appareat, tamen quia in astris inuersio imaginis nullum incommodum parit, dummodo illa clara et distincta sit, hinc ad astronomicas obseruationes hoc telescopium accommodatissimum est. nam quod claritatem attinet, praestat hoc telescopium ceteris, quae pluribus lentibus instruuntur, siquidem plerumque multiplex refractio radiorum uim obtundit.

CONSECTARIVM II.

LXXVII. Ceterum quanto longiora sunt eiusmodi telescopia, tanto quidem maiores distinctioresque astrorum species sistunt, (§. 50.) sed cum ob molem tuborum telescopia, 50, 60, imo 100 et plurium pedum, fere intractabilia et inutilia euaderent, ideo *Hugenius* reperit modum, quo remotis fistulis, solae lentes noctu ad stellas considerandas componantur, quem describit in *astroscopia compendiaria* Hagae com. 1684. 4. uid. Acta Er. ei. a. p. 563. emendationem addit HIRE Comment. Ac. R. a. 1715. p. 4. conf. Act. Erud. a. 1719. p. 350. ubi machina Cassini, pro Saturni comitibus spectandis, describitur. BLANCHINI artificium pro maioribus telescopiis tractandis, una cum reli-

reliquis perſpicue explicat DOPPELMAIE. in Contin. 2. Bionis cap. 14. HEVELII laborioſiſſimum apparatum, pro teleſcopio aſtron. 150 pedum regendo, ipſe exhibet in Machina coeleſti L. 1. c. 19. ſq. Verum ſufficit in uſus aſtrocopicos ad manus habere teleſcopia 8, 12, et 20 pedum, quorum fiſtulae, ex tenuibus laminis ferreis ſtanno obductis (intus atro colore tinctis) conformatae, modicum pondus habent. nam iſtiusmodi organis et lunae et ſolis eclipſes, et defectus ſatellitum Iouis, et coniunctiones fixarum cum planetis, inprimis cum luna, item ueneris et mercurii cum ſole, et commode et accurate conſiderantur.

CONSECTARIVM III.

LXXVIII. Ut luſcioſi per teleſcopium aſtronomicum obiecta diſtinctius cernant, tubus nonnihil contrahendus eſt, quo facto lens ocularis imagini propior eſt, et radii ex ea exeunt parum diuergentes, qui myopum oculis conueniunt. Verum pro ſenibus radii paralleli requiruntur, quales ſunt, quando in lentis ocularis foco imago poſita eſt. (§. 46)

CONSECTARIVM IV.

LXXIX. Praeterea ut pictura imaginis, quam lens obiectiua ſiſtit, ſit diſtinctior, curandum eſt, ne lens illa nimis ſit aperta, et ne radii longe nimis ab axe illabantur. Qualis autem apertura obiectis plus minusue lucidis conueniat, experimenta melius docere poterunt. v. RHEITA p. 350. ZAHN fund. 3. p. 129.

add.

add. HEVELII Selenogr. proleg. p. 37. ubi pro ſpectandis rotunda figura ſtellis fixis maioribus, item pro diſtinctius contemplandis, uenere ex mercurio et marte, foramen operculi uitri obiectiui, quod piſi maioris diametrum habeat, commendat.

SCHOLION.

LXXX. *Inuentor teleſcopii aſtronomici creditur RHEITA, qui, ſecutus Kepleri praecepta dioptrica, propoſ. 86. hoc organon compoſuit. v. p. 338. add. HAMELII Hiſt. Ac. R. p. 388. ed. Lipſ. proportiones uarias diametrorum utriusque uitri conuexi affert ZAHN fund. 3. p. 177.*

PROBLEMA VI.

LXXXI. *Tubum aſtronomicum ſolaribus maculis rite contemplandis accommodare.*

Reſolutio prima. Teleſcopium nonnihil diducatur, ut uno alteroue pollice longius euadat, (experientia huius extenſionis modum optime docet, quando notatur, qualis longitudo teleſcopii diſtincte exhibendis ſolis maculis aptiſſima ſit) ita dum lens ocularis ab imagine remouetur, radii ex lente exeunt parum conuergentes, qui longiore diſtantia uniuntur, et in oppoſita tabula alba in conclaui nonnihil obſcurato, ſolis et macularum illius imagines ſiſtunt. (§. 43.)

Reſolutio ſecunda. Vitrum planum perſpicuum, tres digitos longum, duos latum, inficiatur altera ſua ſuperficie fuligine cerei, infectoque uitro imponatur aliud ſimilis magnitudi-

tudinis, suppositis tamen in angulis exiguis cetae particulis, ne superficies utriusque uitri se contingant, et ne fuligo abstergatur. atque hoc situ utrumque uitrum, circumducto plumbeo margine, firmetur. Tum assumatur quoduis telescopium astronomicum uel terrestre, 4, 5 uel plures pedes longum, et ante lentem ocularem uitrum planum fuligine obscuratum colloceтur, ita oculus absque ullo incommodo solem et eius maculas intuebitur.

SCHOLION I.

LXXXII. *Prior modus redditur facilior, si camera obscura, ex lamina ferrea parata, telescopio, quatuor uel quinque pedum, adhaereat, et in eius fundo uitrum planum, in cuius centrum axis telescopii et lentium dirigitur, et cui charta candida tenuis oleo tincta imposita est, firmetur, in qua sol cum maculis clare exhibetur. uid. diss. de helioscopia emendata et illustrata, a. 1734. ed. Olim helioscopia ex lentibus coloratis, flaua obiectiua et caerulea oculari, interpositis quibusdam uitris planis caeruleis, componebantur, sed satius est telescopium claris lentibus instructum adhibere, et uim radiorum solarium, admoto ad oculum uitro fuligine imbuto, infringere, ne oculo spectatoris ullum possint afferre damnum uel incommodum. conf.* CHRISTOPH. SCHEINERI *rosa ursina. p. 70.* HEVEL. *l. c. p. 23.*

SCHOLION II.

LXXXIII. *Verum antea quam ad telescopii terrestris fabricam explicandam progrediar, prius de micrometro, et illius ad telescopium astronomicum applicatione, dicendum est.*

DEFINITIO IX.

LXXXIV. *Micrometrum* uocatur instrumentum, quo diametri apparentes obiectorum,

rum, per telescopia uisorum, accurate determinantur,

PROBLEMA VII.

LXXXV. *Micrometrum telescopio applicare, eodemque apparentes rerum magnitudines metiri.*

F. 24.) *Resolutio:* 1. Paretur annulus orichalcicus AB, cuius diameter fere par sit diametro fistulae telescopii, cui debet applicari; isque annulus instruatur duabus cochleis C, D, subtiliter incisis, quae ab utraque parte in centrum annuli diriguntur. Manubria autem cochlearum a latere singula cuspidem ad rectos angulos clauo innixam habeant.

2. Hic annulus firmiter applicetur fistulae telescopii eo loco, ubi imago a lente obiectiua pingitur, uel ubi focus lentis obiectiuae et ocularis concurrit, (§.75) et perforetur utrimque tubus, ut cochleae intra tubum torqueri queant.

3. Quantum uero ad usum huius instrumenti attinet, prius inuestigandum est, qualis sit proportio reuolutionum cochleae ad magnitudinem imaginis, quae spectatur, apparentem. idque sequenti modo innotescit. a) Quoniam hoc organon inprimis adhibendum est obseruationibus astronomicis, ideo prius sextante astronomico mensurari debet duarum quarundam stellarum fixarum, quae sibi admodum propinquae sunt, distantia, id quod pridem diligentissimi astronomi praestiterunt. *Heuelius* Part. 2. Machin. coelestis hoedorum distantiam definit

finit 46 min. 50 sec. distantiam alcor a media caudae ursae maioris reperit 9 min. 5 sec. ut alia exempla taceam, quae ROSTIVS man. astron. p. 357. excerpsit. b) itaque in duas eiusmodi stellas uertatur telescopium micrometro instructum, et cochleae utrimque tamdiu uersus centrum tubi contorqueantur, donec interuallum inter utramque stellam o, r, cochleis micrometri capiatur. c) eoque facto, ulterius torqueantur utrimque cochleae, donec concurrant, et diligenter numerentur reuolutiones cochleae, quae interstitio o r respondent. d) Cognito numero reuolutionum pro data distantia stellarum o r, beneficio regulae aureae quaeratur numerus reuolutionum, qui aliis minutis distantiis uel magnitudinibus apparentibus, inde ab uno minuto usque ad unum circiter gradum, competit, et haec tabula pro obseruationibus aliis eodem telescopio instituendis seruetur.

4. Nimirum, conspectis per telescopium duabus stellis, quarum distantia per telescopium apperet, si libeat illam determinare, prius cochleae micrometri tamdiu torqueantur, donec utramque stellam extremum alterutrius cochleae attingat; deinde porro torqueantur cochleae, donec concurrant, et numerus reuolutionum notetur, isti in tabula respondebit magnitudo uel distantia apparens quaesita.

SCHOLION.

LXXXVI. *Descripsi micrometrum* GODOFR. KIRCHII, *olim astronomi Berolinensis solertissimi*, *quod*

quod et paratu et usu facillimum est. v. Miscell. Berol. p. 202. suadeo, ut cuspides tanquam indices cochleis imponantur, ut nempe uoctu, ubi initium reuolutio capiat, sciatur, et ut dimidiae et quartae partes reuolutionem simul possint notari. Verum nonnulla alia huius generis organa artifices excogitarunt, quae passim describuntur. uid. THEOD. BALTHASARIS Micrometria, Erlangae 1710. 8. edita. ROST l. c. p. 353. sq. DOPPELMAYR l. c. c. 15.

PROBLEMA VIII.

F. 23.) LXXXVII. *Telescopium terrestre componere.*

Resolutio. 1. Loco lentis obiectiuae eligatur uitrum utrimque conuexum C, a quo focus tribus quatuorue pedibus uel amplius abest.

2. Ipsi opponatur lens prima ocularis D, utrimque conuexa et minoris sphaerae, eo loco, ut focus lentis obiectiuae et ocularis concurrat, uel ut imago *b a* sit in foco lentis ocularis D collocata.

3. Quoniam ex lente D exeunt radii paralleli, (§ 30.) ideo prope eam, relicto duorum circiter pollicum interuallo, ponatur lens secunda ocularis E, similis cum priore D conuexitatis, haec radios parallelos, quos accepit, uniet, et imaginem priorem iterum inuertet, et erectam *a b* sistet. (§. 41)

4. Denique ante hanc imaginem tertia lens ocularis F minoris sphaerae ponatur, ut imago *a b* in illius foco statuatur. haec, quia est instar microscopii, imaginem proximam et erectam et auctam exhibebit, (§. 53) atque adeo hoc

hoc organon, rebus in terra obuiis distinctius cernendis, poterit adhiberi.

SCHOLION I.

LXXXVIII. *Proportiones lentium explicat ZAHN. fund. 3. p. 135. sq. alii tantum duas lentes oculares cum obiectiua componunt; sed confusa redditur repraesentatio, quia tum lens D plus remouenda est ab imagine* b a, *quo fit, ut radii diuergentes uniri rite nequeant. Sed nec plures quam tres lentes oculares debent admitti, quia multiplicata refractio radiorum uim copiamque minuit. uid. ZAHN fund. 2. p. 180.*

SCHOLION II.

LXXXIX. *RHEITA tubos binoculos commendat l. c. p. 354. per quos binis oculis res adspiciantur. uerum et paratu difficiliora sunt organa perfecte similia, et saepe contingit, ut oculus uterque non similem utriusque tubi dispositionem ferat. docuitque experientia, talibus tubis duplicibus claritatem repraesentationis parum uel nihil promoueri. v. ZAHN fund. 2. p. 221. fund. 3. p. 141.*

PROBLEMA IX.

XC. *Polemoscopium, siue tubum* (F. 25. *catoptrico dioptricum, componere.*

Resolutio. 1. In extremo fistulae ponatur speculum planum S, ut speculum cum linea tubi EL angulum 45 gr. intercipiat, et ut tubus e regione speculi apertum foramen habeat.

2. e regione speculi applicetur telescopium Belgicum uel terrestre longitudinis arbitrariae.

3. Tum quando speculum in res foris positas uertitur, radii, qui ab his in speculum illabuntur AS, a speculo ad telescopium ad rectos angulos reflectuntur, (§. 8. catoptr.) atque adeo oculus in O uidet res a latere collocatas.

catas, quod, quia tempore obsidionis, quando e uallo recta per tubum absque discrimine prospicere non licet, utile esse arbitrabatur inuentor huius instrumenti HEVELIVS, cui propterea polemoscopii, siue tubi bellici, nomen imposuit. v. proleg. selenogr. p. 24. ZAHN fund. 2. p. 210.

PROBLEMA X.

XCI. *Tubum catoptrico dioptricum* (Ys. F.26.) *Newtoni componere.*

Resolutio. 1. In tubo rotundo uel polygono ligneo tripedali diam. 4 uel 5 digit. nigro colore tincto AF, firmatur altero extremo speculum metallicum cauum AB, cuius focus uno circiter pede a speculo distat, alterumque extremum EF relinquitur apertum, ut per idem radii ab obiectis possint affluere. sed ne nimia radiorum copia in cauum speculum irruat, in distantia $1\frac{1}{2}$ pollicum a speculo, ligneum diaphragma ponitur, quod tegit $\frac{3}{4}$ ex speculi superficie, et uagum lumen colligit.

2. Deinde in distantia 22 digitorum a speculo cauo, eidem oblique, in medio tubi, sub angulo 45 gr. ad axem speculi, opponitur planum exiguum speculum metallicum figura ouali C, filo recuruo ferreo uel aeneo sustentatum, ita, ut paralleli remotarum rerum radii, RA, RB, qui a speculo cauo conuergentes remittuntur, (§. 27. catoptr.) antequam uniantur, in speculum planum incidant, et inde reflexi prope punctum N colligantur, atque imaginem pingant.

3. De-

3. Denique e regione huius imaginis in tubi latere perforato firmatur lens utrimque conuexa exiguae sphaerae, per quam, tanquam microscopium, imago rei N in foco depicta, maior distinctiorque, inuersa tamen ab oculo ad lentem L admoto, conspicitur. (§. 53.)

4. Ceterum ut hoc telescopium facilius dirigi in res remotas possit, in superficie tubi aliud perspicillum astronomicum uel terrestre imponitur.

SCHOLION.

XCII. *Inuenit hoc organon uir summus a. 1666. cum, factis pro refrangibilitate lucis uariabili indaganda, experimentis, intelligeret, ab eadem telescopiorum imperfectiones oriri, quae reflexione radiorum, quam magis ordinate fieri experientia testatur, forsan emendari queant. et feliciter ipsi cessit conatus. Nam etsi adhibuisset speculum cauum exiguum, cuius radius uix 13. digitis aequalis erat, adeoque breuem admodum tubum fabricasset, tamen illius instrumenti beneficio et satellites Iouis, et quodammodo etiam falcatam ueneris figuram poterat deprehendere. LOWTHORP. Epit. transact. philos. Vol. I. p. 196. sq. postea cura studioque celeberrimi Hadleii excitati artifices peritissimi, Hauksbee, Escarlet, telescopium hoc catoptricum perficere et longius atque utilius reddere studuerunt, quos nec successus destituit. uid. Transact. philos. Angl. n. 376. 378. adde sis, quae notaui latius in explicatione iouilibii Cassiniani. p. 30. sq. id didici proprio experimento Parisiis in regia specula capto, quod per tubum reflectentem Newtonianum sesquipedalem iouis comitatus haud minus clare distincteque conspiciatur, quam per tubum, optimae notae sedecim pedum, a Campano fabricatum. et Dnn. Hadley et Pound per telescopium reflectens quinque pedum, saturni annulum et comites uiderunt,*

 ita

ita ut per telescopium Hugenii 123 pedum melius spectari haud posset.

PROBLEMA XI.

XCIII. *Microscopium ex duabus lentibus componere.* (F. 27.)

Resolutio. 1. Eligatur pro obiectiua lens minutae sphaerae C, a qua focus uix uno pollice, uel $\frac{3}{4}$ pollicis, abest. Haec, quando res parua AB a lente minus distat quam focus, radios diuergentes longius a se uniet, et imaginem magnam sed inuersam *b a* pinget. (§. 43.)

2. Huic lenti obiectiuae iungatur alia D ocularis maioris sphaerae, a qua circiter 3 digitis focus remouetur, ita ut in foco eius imago, quam lens obiectiua exhibet, collocetur; tum lens ocularis faciet officium microscopii simplicis, et imaginem *ba* adhuc maiorem, inuersam tamen, repraesentabit. (§. 53.)

SCHOLION I.

XCIV. *Solent microscopia etiam ex tribus quatuorue lentibus componi, de quibus copiose differit ZAHN fund. 2. p. 172. sq.*

SCHOLION II.

XCV. *Vtilitatem microscopiorum tam simplicium quam compositorum, in perscrutandis naturae recessibus exemplis luculentis docent ROBERT HOOKE in micrographia 1665. f. Londini ed. ANTON. A LEEVWENHOEK in arcanis naturae detectis a. 1695. sq. Delphis 4. IO. FRANC. GRIENDEL VON ACH in micrographia noua, german. ed. Norimb. 1687. 4. item PHIL. BONANNI in micrographia curiosa, Romae 1691. 4.*

DE-

DEFINITIO X.

XCVI. *Laterna megalographica* uel *magica* uocatur instrumentum catoptrico dioptricum, cuius ope imagines paruae, longe maiore forma in camera obscura exhibentur.

PROBLEMA XII.

XCVII. *Laternam magicam* (F. 28. *componere*.

Resolutio. 1. Paretur laterna ex ferreis laminis stanno obductis, et illius tum operculum tum fundum perforetur, ut aeri infra et fumo supra liber transitus relinquatur, et ut candela intra laternam ponenda eo clarius fortiusque lumen diffundat.

2. Parte posteriore laternae firmetur speculum cauum metallicum AB, a quo focus C duobus circiter digitis abest.

3. Interuallo, quo focus distat, ante speculum ponatur lampas C, duplici instructa ellychnio, cuius uasculum arcus circuli figuram habeat, ut lumen libere possit perfluere. nam dum a lampade forte lumen emittente, et in foco posita, radii dense in speculum illabuntur, inde iidem paralleli reflectuntur. (§. 34. catoptr.)

4. Quatuor a lumine C digitis inserantur in crenam in laterna factam imagines paruae D E, super uitro coloribus transparentibus depictae, quae a radiis parallelis e speculo repercussis abundanter illuminantur.

5. Haud procul ab imagine, interuallo duorum pollicum, ponatur lens magna F, lata pollices quatuor, a qua focus ſex digitis diſtat; et interuallo duorum digitorum alia lens G eiusdem magnitudinis et ſphaerae ſtatuatur. Ita eueniet, ut radii, qui ualde diuergentes a uicina imagine in lentem F inciderunt, poſt duplicem refractionem adhuc diuergant, dum in uicinam lentem G penetrant, a qua tandem in magna diſtantia 16 uel 20 pedum in pariete albo oppoſito exhibent magnum minutae picturae ſimulacrum *e d* ſitu inuerſo. (§. 43.) quapropter, ut erectae ſpecies appareant, imago D E inuerſe in crenam debet intrudi.

CONSECTARIVM I.

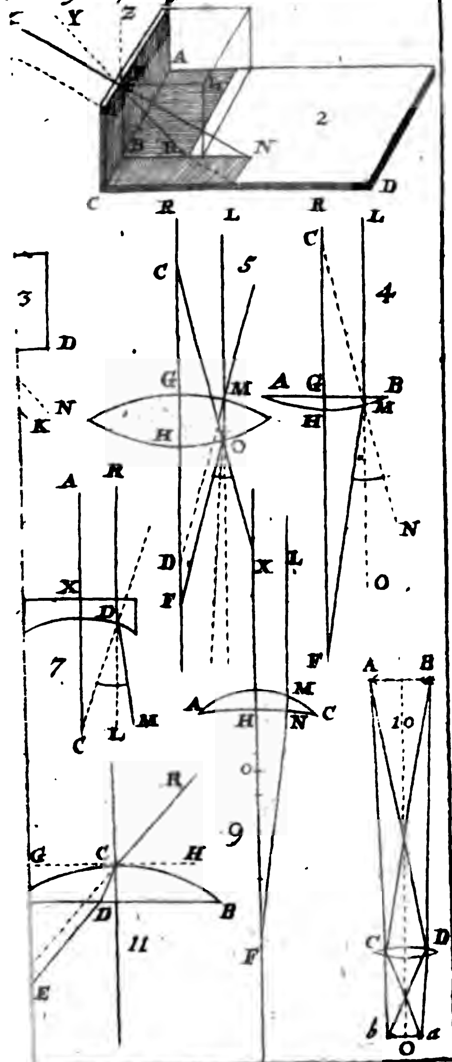
XCVIII. Quia radii candelae in foco poſitae, ex ſpeculo paralleli in lentem, (remota nempe imagine intermedia) proiiciuntur, (§. 34. catoptr.) ſi in ſuperficie ſpeculi lineae quaedam obſcurae fiant, quae lumen parallelum diſtinguunt, harum quoque repraeſentatio a lente, unitis debito loco radiis fiet. (§. 23. 34.)

CONSECTARIVM II.

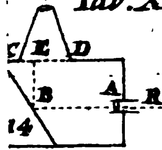
XCIX. Quare, ſi literae maiuſculae, inuerſo ſitu ſpeculo inſcribantur, uel eidem agglutinentur, ſcriptura iſtis facta, a lente recto ſitu, longoque a lente interuallo, depingetur.

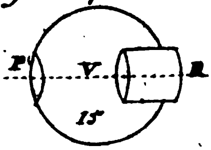
CONSECTARIVM III.

C. Similiter ſi in ſuperficie ſpeculi caui, intra laternam magicam ponendi, circa punctum me-


XIV. Fig Dioptr.
Y
Z
A
B
R
N
2
C
D
R
L
R
L
C
C
5
4
3
D
G
M
A
G
B
M
N
K
H
O
H
A
R
N
D
X
L
O
X
D
F
F
7
M
A B
M
A
C
10
H
N
C
L
M
O
R
9
G
C
H
D
B
11
F
C
D
E
b
a
O

Tab. XV. Fig. Dioptr.





medium, tanquam centrum, describantur circuli duo horarii, in spatia XII horarum diuisi, et post speculum, intra fistulam aliquam, inseratur horologium automatum portatile, cuius axiculus, indici gestando destinatus, per factum in speculo foramen prominet, ipsique axi index horarius imponatur, obtinebitur, ope laternae magicae, repraesentatio circuli horarii in albo pariete opposito, atque ita *horologium automatum nocturnum*, quod in tenebricoso conclaui *horas monstrat*, *componetur*.

TRIGONOMETRIA SPHAERICA.

DEFINITIO I.

I. *Circulus magnus* uel *maximus* (F. I. sphaerae uocatur, qui sphaeram in duo aequalia segmenta diuidit. *qualis est circulus AP BO*, *item ACB*. *Circuli minores* sunt, qui sphaeram in partes inaequales diuidunt. *e.g. DEF.*

DEFINITIO II.

II. *Polus* est punctum, unde maximus circulus integro quadrante uel 90 gradibus distat. *ueluti P est polus circuli magni ACB*.

DEFINITIO III.

III. *Mensura anguli*, inter arcus sphaerae intercepti, est arcus circuli magni, qui a puncto

puncto concursus crurum anguli 90 grad. abest. (*quo nempe loco circuli, eiusdem diametri, sese secantes maximam inuicem distantiam habent.*) *ita mensura anguli A P C est portio quadrantis A C, cuius polus est P.*

DEFINITIO IV.

IV. *Arcus perpendicularis* est, qui ita super altero consistit, ut in neutram inclinet partem et angulos utrimque efficiat aequales, (§. 34. geom.) siue est portio circuli magni, transiens per polos circuli, cui insistit. sic arcus PC est perpendicularis ad arcum AC. et angulus ACP rectus est 90 graduum. (*Cum enim recta P N O sit perpendicularis ad rectam A N B, totum planum P C O N est normale ad planum A N B C, ideoque semicirculus P C O normalis est ad semicirculum A C B.*)

DEFINITIO V.

V. *Triangulum sphaericum* est, quod in sphaerae superficie, magnorum sphaerae arcuum concursu formatur; siue est figura, cuius tria latera sunt arcus circulorum magnorum eiusdem sphaerae.

CONSECTARIVM.

VI. Quamobrem arcus trianguli sphaerici eadem semidiametro descripti intelliguntur.

DEFINITIO VI.

VII. *Trigonometria sphaerica* est ars, quae docet triangula sphaerica resoluere, siue-

siue ex datis quibusdam partibus ignotas inuenire.

CONSECTARIVM.

VIII. Sed quia in hac arte solos arcus sphaerae contemplamur, ideo hic tantum sinibus et tangentibus et eorum logarithmis utendum erit.

SCHOLION.

IX. *Vt fundamenta solutionis problematum trigonometriae sphaericae clarius intelligantur, adhibendum est in auxilium schema materiale, ex quatuor uel quinque circulis magnis compositum, cuius structuram figura 2. refert. Nam dum proiectio circulorum in plano eosdem contrahit, figurae trigonometriae sphaericae inde quodammodo obscurae euadunt. Sed haec obscuritas tollitur, si quatuor magni sphaerae circuli ex filis uel laminis orichalci, uel si libet lignei, rite, uti deinceps dicetur, coniungantur, et ob oculos ponantur. conf.* BARTHOL. PITISCI *Trigon. L. 4. p. 113.*

THEOREMA I.

X. *Si ad circuli maximi quadrantem DAC inclinetur alius EBC, ut angulus, utriusque quadrantis concursu in C factus, sit obliquus, et porro per utriusque quadrantis extrema alius DEF ducatur, iterumque quartus quadrans ABF duos priores secet, et duo postremi quadrantes DEF, ABF, transeant per polum F quadrantis DC, oriuntur duo triangula sphaerica EDC, ABC rectangula ad D et A,* (§.4.) *dico triangula rectangula* (F.2.

plana

plana EIG, BKH, ex sinibus crurum triangulorum illorum sphaericorum composita inter se esse similia.

Demonstratio. Primum quidem illud figurae contemplatione liquet, in △EIG, esse EG radium siue sinum quadrantis EBC, (§. 5. Trig. pl.) et EI esse sinum cruris ED; (§. 2. Tr. pl.) similiter in △ altero BKH, est BH sinus hypotenusae BC, et BK est sinus cruris AB, (§. 2. Tr. pl.) adeoque triangula plana EIG, BKH componuntur ex sinibus crurum triangulorum sphaericorum exceptis basibus. Sed quod haec triangula plana sint similia, sic ostendo. totus circulus ECRO inclinatus est ad circulum DCNO, ideoque lineae EG, BH sunt in plano circuli ECRO, et lineae DG, AH sunt in plano circuli DCNO, et anguli acuti ad G et H, qui istorum planorum inclinationi respondent, sunt inter se aequales; et EI, BK sunt perpendiculares ad bases, quibus innituntur, quare etiam anguli recti I, K, aequales sunt, ex quo consequitur, etiam duos reliquos angulos IEG, KBH aequales esse (§. 85. geom.) sunt igitur △△ aequiangula IEG, KBH inter se similia. (§. 93. geom.)

CONSECTARIVM I.

XI. Ergo ualet proportio laterum aequalibus angulis oppositorum

EG:EI = BH:BK uel,

EG:BH = EI:BK (§. 92. geom. 112. arith.)

CON-

CONSECTARIVM II.

XII. Sed, quia DE est mensura anguli C, (§. 3) et EG sinus totus, qui respondet angulo recto A, (§. 5. Tr. pl.) colligimus inde, quod in triangulis sphaericis rectangulis, quale est A BC, sinus laterum habeant eandem rationem, quam sinus angulorum, quibus opponuntur. siquidem EI : BK = EG : BH. siue sinus anguli C ad sinum lateris oppositi AB, habet se ut sinus totus anguli recti A, ad sinum hypotenusae BC.

PARS I.

DE RESOLVTIONE TRIANGVLORVM SPHAERICORVM RECTANGVLORVM.

SCHOLION.

XIII. *Atque ex hoc theoremate promte fluunt octo sequentium problematum solutiones, quae cum totidem sequentibus ad triangula sphaerica rectangula pertinent.*

PROBLEMA I.

XIV. *Data hypotenusa BC et angulo obliquo C inuenire crus illi oppositum AB.*

Resolutio. Ut Sin. tot. ad sinum hypotenusae BC, ita sinus anguli C, ad sinum cruris quaesiti AB. (§. 12.)

PRO-

PROBLEMA II.

XV. *Data hypotenusa BC et crure AB, inuenire angulum obliquum huic oppositum C.*

Resolutio. Ut sinus hypot. BC ad S. T. sic sinus cruris AB, ad sinum anguli quaesiti C. (§. 12.)

PROBLEMA III.

XVI. *Dato crure AB et angulo opposito C, inuenire hypotenusam BC.*

Resolutio. Ut sinus anguli dati C, ad sin. cruris AB, sic S. T. ad sin. hypotenusae BC. (§. 12.)

PROBLEMA IV.

XVII. *Datis in △ rectangulo EBF crure, EB et hypotenusa BF, inuenire crus alterum EF.*

Resolutio. Quia cum crure EB datur illius complementum ad quadrantem BC, (§. 10.) et cum hypotenusa BF innotescit complementum eiusdem AB, et quia cruris quaesiti EF complementum est DE mensura anguli C, (§. 3.) iam relicto triangulo EBF, transimus ad triangulum ABC, in quo, uti ante dictum, hypotenusa BC et crus AB innotuerunt, quaeritur angulus C, per comparationem oppositorum, (§. 12.) BC. Sin. Tot: = AB: sin. C = sin. DE, quapropter generatim inferendum est hoc casu: *ut cosinus cruris dati, ad sinum totum, sic cosinus hypotenusae, ad cosinum lateris quaesiti.*

PRO-

PROBLEMA V.

XVIII. *Datis cruribus EB, EF, inuenire hypotenusam BF.*

Resolutio. Iterum recurratur ad complementa, et manifestum fiet, ualere ratiocinium: ut Sin. tot. ad cosinum unius cruris, ita cosinus alterius cruris ad cosinum hypotenusae quaesitae.

PROBLEMA VI.

XIX. *Dato crure EF et angulo obliquo adiacente F, inuenire alterum angulum obliquum B.*

Resolutio. Denuo complementis utemur, et ex triangulo EBF, primum in oppositum uel connexum ABC, et inde porro in paruum triangulum C*de* procedemus. Producantur tres quadrantes EC, DC, AF, usque ad puncta *d*, *e*, *f*. nimirum ut C*d* ≐ DA, C*e* ≐ EB, A*f* ≐ BF, et per extrema continuatorum arcuum ex polo B ducatur quadrans *def*. In △ rectangulo C*de*, dantur angulus C, cuius mensura est DE, complementum cruris EF, deinde cognoscitur C*d* ≐ DA, mensurae dati anguli F, quaeritur angulus B, cuius mensura est *ef* complementum *de*. atque hoc modo redit solutio problematis primi, quae praesenti casui accommodata hanc analogiam subministrat: *ut Sin. tot. ad sin. anguli F, sic cosinus cruris adiacentis EF ad cosinum anguli B.*

PROBLEMA VII.

XX. *Dato crure EF et angulo obliquo*

opposito B, inuenire angulum F dato cruri adiacentem.

Resolutio. Iterum, eodem quo dixi artificio, transferatur problema ad △ *Cde*, et inferatur: ut cosinus cruris dati, ad cosinum anguli dati, ita sin. tot. ad sinum anguli quaesiti F.

PROBLEMA VIII.

XXI. *Datis angulis obliquis F et B, inuenire alterutrum crus.*

Resolutio. Si ad complementa reuocetur problema, mensura anguli F = DA = *Cd*, et mensura anguli B = *fe*, unde complementum *de* notum est, et quia *Cde* est △ rectangulum ad *e*, (§. 4.) recurrit problema 2. quare inferemus: Sin. anguli F, cruri quaesito adiacentis, ad S. T. sic cosin. anguli alterius B, ad cosinum cruris EF, quod posteriori angulo B opponitur. Et similis est illatio pro crure EB mutatis mutandis.

SCHOLION.

XXII. *Sed quia in primo theoremate (§. 10.) praetermisimus sinus basium, siue laterum AC, DC, quippe, qui per sinus rectos crurum AB, DC mutilabantur, necessum est, ut etiam illos ad soluenda quaedam alia problemata in subsidium aduocemus, id quod fiet, si in locum sinuum crurum AB, DE tangentes eorundem substituamus.*

THEOREMA II.

XXIII. *Seruatis iis omnibus, quae supra* F.2.) (§.10.) *de quadrantibus quatuor inter se iungendis diximus, si ex punctis A et*

D

D tangentes erigantur, et secantes ad M et L continuentur, iterum oriuntur duo triangula plana similia MAH, LDG.

Demonstratio non differt ab ea, quam ad theorema primum declarandum attuli. nam quia anguli ad H et G non mutantur, et anguli in A et D a tangentibus facti recti sunt, utique △MAH ∽ △LDG. (§. 93. geom.)

CONSECTARIVM.

XXIV. His igitur figuris continentur sinus arcuum AC, DC, nempe lineae rectae AH, DG, quarum posterior, quia DC quadrans est, sinui toti aequipollet. et ualent analogiae DG : DL = AH : HM, uel DG : AH = DL : HM.

SCHOLION.

XXV. *Atque hinc aliud fundamentum octo sequentium problematum petitur, quemadmodum nunc exemplis uberius confirmabo.*

PROBLEMA IX.

XXVI. *Dato crure AC et angulo adiacente C, inuenire crus alterum AB.*

Resolutio. DG : AH = DL : AM, (§. 24.) siue ut Sin. tot. ad sinum cruris dati, sic tangens anguli C, ad tangentem cruris quaesiti AB.

PROBLEMA X.

XXVII. *Dato crure AB, et angulo opposito C, inuenire crus alterum AC.*

Resolutio, DL : AM = DG : AH. Nem-

pe ut tangens anguli ad tangentem cruris dati; ita S. T. ad ſinum cruris quaeſiti.

PROBLEMA XI.

XXVIII. *Dato utroque crure AB, AC, inuenire quemlibet angulum obliquum.*

Reſolutio. AH : DG = AM : DL. Ut ſinus unius lateris angulo quaeſito adiacentis, ad S. T. ſic tangens alterius lateris, ad tangentem anguli eidem oppoſiti.

PROBLEMA XII.

XXIX. *Data hypotenuſa BF, et angulo F, inuenire crus eidem adiacens EF.*

Reſolutio. Utamur complementis eorum, quae data ſunt, in △ ABC, nempe notum eſt hypotenuſae BF complem. AB, et anguli F = DA complem. AC. et loco EF quaeratur DE = ang. C (§. 28.) *hoc modo*: ut coſinus anguli dati, ad S. T., ſic cotangens hypotenuſae ad cotangentem cruris quaeſiti.

PROBLEMA XIII.

XXX. *Dato crure EF, et angulo F, inuenire hypotenuſam BF.*

Reſolutio. Ut S. T. ad coſinum anguli (AH) ſic cotangens cruris dati (DL) ad cotangentem hypotenuſae quaeſitae. (AM) (§. 26.)

PROBLEMA XIV.

XXXI. *Data hypotenuſa BF, et crure EF, inuenire angulum obliquum adiacentem.*

Re-

Resolutio. Ut cotangens cruris dati, (DL) ad S. T. sic cotangens hypotenusae, (AM) ad cosinum anguli quaesiti. (AH) (§. 27.)

PROBLEMA XV.

XXXII. *Data hypotenusa BF, et angulo obliquo F, inuenire alterum obliquum angulum B.*

Resolutio. Ex △ EBF pergemus ad alterum *Cde.* Nam BF = A f, adeoque hypotenusa BF praebet mensuram anguli *d*, et pro DA mensura anguli F, substituemus aequalem arcum *Cd*, loco anguli B, quaerimus *ef*, complementum *de* secundum probl. 12. (§. 29.) ut *cosinus hypotenusae.* (*ang.* d.) *ad S. T. sic cotangens anguli dati* (cd) *ad tangentem anguli quaesiti.* (nempe complem. *de* quod est *ef* mensura anguli B.)

PROBLEMA XVI.

XXXIII. *Datis angulis obliquis, B, F, inuenire hypotenusam BF.*

Resolutio. Nempe loco hypotenusae quaeratur arcus eidem aequalis *Af*, siue mensura anguli *Cde* per probl. 14. (§. 31.) inferendo: *ut tangens anguli B, ad S. T., sic cotangens anguli alterius F, ad cosinum hypotenusae B F.*

SCHOLION.

XXXIV. *In nonnullis problematibus necessarium est, ut qualitas laterum uel angulorum, nempe, utrum latus aliquod sit quadrante maius uel minus, utrum angulus sit acutus uel obtusus, perspecta habeatur, sed cum plerumque id ex datis, et figurae in sphaera coe-*

lesti uel terrestri conspicuas considerationi dilucide appareat, non opus uidetur, ut pluribus de illa re hic exponatur. Quamobrem, missis rectangulis triangulis, ad obliquangulorum resolutionem progredior.

PARS II.
DE RESOLVTIONE TRIANGVLORVM SPHAERICORVM OBLIQVANGVLORVM.

THEOREMA III.

XXXV. *In triangulis sphaericis obliquangulis sinus laterum habent eandem rationem, quam sinus angulorum oppositorum.*

F. 3.) *Demonstratio.* Triangulum obliquangulum ABC, demisso perpendiculo BD, in duo rectangula resoluatur, quia de rectangulis sphaericis, quod theorema commune trigonometriae ibidem ualeat, supra monstrauimus, (§. 12.) licebit nunc inferre;

C : BD = D : BC
A : BD = D : AB

sed quia medii termini in utraque analogia iidem sunt, erit BD. D = C. BC = A. AB. (§. 110. arith.) et ualebit haec proportionalitas:

A : BC = C : AB

ob aequalitatem factorum mediorum et extremorum.

morum. atque hinc elucet ueritas theorematis, quod attulimus.

CONSECTARIVM.

XXXVI. Merito igitur in trigonometria plana §. 41. hoc *theorema commune* uocauimus, siquidem nunc constat, idem in triangulis, tam planis, quam sphaericis, cuiuscunque generis, locum habere. Cuius ueritatis quam late pateat utilitas, per se quisque intelligit.

PROBLEMA XVII.

XXXVII. *Datis duobus lateribus trianguli sphaerici obliquanguli, et angulo uni horum opposito, inuenire angulum alteri lateri oppositum.*

Resolutio. Ut sinus unius lateris B C, ad sinum anguli oppositi dati A, sic sinus alterius lateris A B, ad sinum anguli huic oppositi C.

CONSECTARIVM.

XXXVIII. Quare si tria latera cognita sint, cum uno angulo, reliqui duo anguli latere non possunt.

PROBLEMA XVIII.

XXXIX. *Dato uno latere AB, et duobus angulis, A, C, inuenire latus alteri angulo oppositum BC.*

Resolutio. Ut sinus anguli C ad latus AB oppositum, sic sinus alterius anguli A, ad latus ipsi oppositum et quaesitum BC.

CONSECTARIVM.

XL. Dato uno latere et omnibus angulis,

reliqua quoque latera eodem modo possunt inuestigari.

PROBLEMA XIX.

XLI. *Dato angulo obliquo A, et lateribus eum intercipientibus AB, AC, inuenire latus tertium BC et angulos.*

Resolutio. 1. Triangulum obliquum resoluatur in duo rectangula, demisso perpendiculo BD, ex latere, quod angulo quaesito opponitur, sic, ut perpendiculum opponatur angulo dato.

2. Inueniatur illud perpendiculum, per theor. comm. (§.38) ut S. T. anguli D, ad sinum lateris dati AB, sic sinus anguli obliqui dati A, ad perpendiculum BD.

3. Quaeratur etiam portio AD per probl. 12. (§.29) inferendo: ut cosin. ang. dati A ad S. T., sic cotang. hypoten. AB, ad cotang. cruris AD.

4. Cum itaque in altero △ BDC, innotuerint praeter angulum rectum D, crura AD, DC, reperitur hypotenusa per probl. 5. (§. 18) et anguli inueniuntur per theor. commune. (§.39)

PROBLEMA XX.

XLII. *Datis duobus angulis obliquis, B, C, cum latere interiacente BC, inuenire reliqua latera.*

Resolutio. 1. Denuo triangulum obliquangulum resoluatur in duo rectangula, demisso per-

perpendiculo B D ex dato angulo B, qui quaesito lateri A B adiacet.

2. Deinde inferatur pro perpendiculo B D, per th. comm. (§. 39) ut S. T. recti anguli D, ad B C, sic sinus ang. C, ad B D.

3. Quaeratur porro portio D C, per probl. 12. (§. 29) ut cosin. ang. C ad S. T., sic cotang. hypot. B C. ad cotang. cruris D C.

4. His datis angulus B per th. comm. (§. 37.) indagatur.

5. Denique in altero △ A B D rectangulo simili artificio et latus A D, et anguli obliqui inueniuntur.

PROBLEMA XXI.

XLIII. *Datis tribus lateribus trianguli obliquanguli inuenire angulos.*

Resol. 1. Habeatur latus maximum A C pro basi, et ex angulo B, qui basi opponitur, demittatur perpendiculum B D, quod ita semper intra triangulum cadet.

2. Inferatur: ut tangens dimidiae baseos, ad tangentem dimidiae summae crurum, ita tangens dimidiae differentiae eorundem crurum, ad tangentem dimidiae differentiae segmentorum baseos.

3. Inuenta dimidia differentia segmentorum baseos, addatur basi dimidiae, summa prodet portionem maiorem D C, uel subtrahatur eadem dimidia differentia a basi dimidia, et residuum prodet portionem minorem A D, (§. 50. Trig. pl.) Quae autem sit maior minorue por-

 tio,

tio, ex angulo opposito colliges. siquidem etiam in sphaericis triangulis lateri maiori maior angulus, et lateri minori minor angulus opponitur. (§. 35)

4. Tandem data hypotenusa et crure, quilibet angulus cognoscitur per probl. 14. (§. 31.)

Haec praecepta demonstrat *Io. Neper.* in descriptione canonis Logarith. L. 2. c. 6. p. 49.

SCHOLION I.

XLIV. *Aliam solutionem eiusdem problematis universalem affert LANSBERGIUS in geometria triangulor. Lib. 4. §. 17. p. 81. sq. cuius hae sunt leges:*

1. Ut S. T. ad sinum lateris unius angulum comprehendentis, sic sinus lateris alterius eundem angulum comprehendentis, ad quartum aliquod.

2. Ut quartum inuentum ad S. T., sic differentia sinuum uersorum lateris tertii et differentiae reliquorum, ad sinum uersum anguli quaesiti.

3. Datus sinus uersus subtrahatur a semidiametro uel sinu toto, et relinquitur sinus complementi; (§. 7. Trig. pl.) cui in tabulis sinuum opponitur sinus anguli intercepti, cum adscripta eidem anguli quantitate. *plures solutiones explicat DECHALES* Trigon. L. 6. T. I. M. M. p. 561.

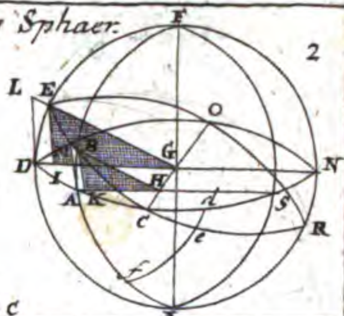
SCHOLION II.

XLV. *Quoniam trianguli sphaerici latera conuerti possunt in angulos alius trianguli sphaerici, quod est inter polos dati trianguli constitutum, quemadmodum schemate materiali luculentius potest ostendi, hinc denique deducitur resolutio ultimi problematis trigonometriae sphaericae, quod nunc subiungam.*

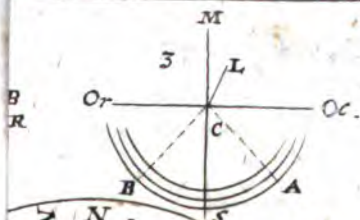
PROBLEMA XXII.

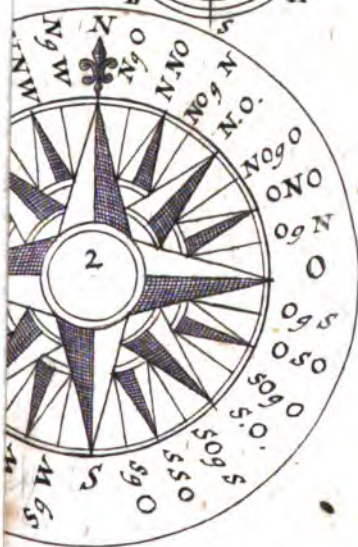
XLVI. *Datis tribus trianguli obliquanguli angulis, inuenire latera.*

Resolutio. Reputentur latera pro angulis, et



Astronomiae Part. I.







t inferatur, per §. 44. ut S. T. ad S. anguli unius quaesiti lateri adiacentis, sic sinus alterius anguli ad quartum. et ut quartum hoc ad S.T., sic differentia sinuum uersorum tertii anguli, et differentiae reliquorum, ad sinum uersum unius lateris quaesiti. quo dato reliqua non possunt ignorari. (§. 40.)

SCHOLION.

XLVII. *Exempla pro illustrandis superioribus problematibus in astronomia et geographia proferentur. nam harum in gratiam disciplinarum, trigonometriae sphaericae praecepta hic tradenda duxi, quia his adminiculis solida illarum tractatio carere nullo modo potest.*

ASTRONOMIA.

PARS EIVSDEM PRIMA SPHAERICA.

CAPVT I.

DE STELLIS GENERATIM, ET SPHAERAE COELESTIS PARTITIONE.

DEFINITIO I.

I. *Astronomia* est scientia de natura, motu, magnitudine et distantia stellarum.

CON-

et inferatur, per §. 44. ut S. T. ad S. anguli unius quaesiti lateri adiacentis, sic sinus alterius anguli ad quartum. et ut quartum hoc ad S. T., sic differentia sinuum uersorum tertii anguli, et differentiae reliquorum, ad sinum uersum unius lateris quaesiti. quo dato reliqua non possunt ignorari. (§. 40.)

SCHOLION.

XLVII. *Exempla pro illustrandis superioribus problematibus in astronomia et geographia proferentur. nam harum in gratiam disciplinarum, trigonometriae sphaericae praecepta hic tradenda duxi, quia his adminiculis solida illarum tractatio carere nullo modo potest.*

ASTRONOMIA.

PARS EIVSDEM PRIMA SPHAERICA.

CAPVT I.

DE STELLIS GENERATIM, ET SPHAERAE COELESTIS PARTITIONE.

DEFINITIO I.

I. *Astronomia* est scientia de natura, motu, magnitudine et distantia stellarum.

CON-

CONSECTARIVM.

II. Quoniam igitur in hac disciplina explicandae sunt causae phaenomenorum, quae in astris, longissime a terra dissitis, memorabilia inprimis occurrunt, per se quisque intelligit, non alia uia ad cognitionem principiorum astronomiae nos peruenire posse, quam diligenti obseruationum rite factarum collectione et comparatione. ideoque, praeter ueritates matheseos purae et opticae, tales obseruationes subinde hic laudandae sunt.

SCHOLION.

III. *Historia huius artis antiquissimae succincte in lectionibus enarrabitur. conf. VOSSII* tr. de scient. mathem. c. 28. sq. *RICCIOLI* praef. almagesti noui. *DOMIN. CASSINI* tr. de origine et progr. astron. *cuius uersio germ. est sub init. ROSTII manual. astron. Scriptores quoque praecipui, qui operibus suis astronomiam illustrarunt, in ipsa tractatione opportunius suis locis laudabuntur.*

OBSERVATIO I.

IV. *Si quis ad astrorum motum diligentius attendat, dupliciter eundem oculis nostris apparere deprehendet. Primum enim omnes in uniuersum stellae, ab ortu uersus occasum promoueri, et intra uiginti quatuor horarum spatium, ad locum, unde discesserunt, redire uidentur, unica tantum, quae est in extremo caudae ursae minoris, eodem semper ad sensum loco consistit.*

OBSERVATIO II.

V. *Deinde notabit solers coeli spectator, quas*

quasdam ſtellas mutare locum ſitumque, tam quoad reliquas, quam inter ſe, ita ut ad ſtellas longius uerſus ortum poſitas ſenſim paulatimque accedant, donec totum coeli ambitum pererrauerint. quemadmodum luna prope ſtellam aliquam ueſperi uiſa, ſequente ueſpera eademque hora rurſus obſeruata, deprehenditur tredecim et paulo plus gradibus, a ſtellis, prope quas heri haerebat, uerſus ortum receſſiſſe. Talem motum, etſi diuerſo uelocitatis gradu, etiam ſol, mars, iupiter et ſaturnus habent. de ſingulari autem ueneris et mercurii, qui ſolem perpetuo comitantur, et circa illum orbes ſuos deſcribunt, progreſſione, infra pluribus dicetur.

DEFINITIO II.

VI. Motus prior, qui aſtris omnibus tribuitur, *communis*, alter, qui ſingularis eſt ſtellis, *proprius*, circulus autem ſphaerae mundanae, qui omni motu proprio deſtitutus, ſoloque motu communi circumactus fingitur, *primum mobile* appellatur.

DEFINITIO III.

VII. Atque his duobus motibus accommodantur etiam duae aſtronomiae partes. ſcilicet prior *ſphaerica* de motu ſiderum communi, altera *theorica* de motu ſiderum proprio, et phaenomenis eorum ſingularibus, agit.

DE-

DEFINITIO IV.

VIII. *Stellas* uocamus quaeuis huius uniuerſi corpora, quae in coelo propria uel mutuatitia luce exſplendeſcunt.

DEFINITIO V.

IX. Ex his illae, quae locum inter ſe uarie mutant, *planetae* ſiue *errones* nominantur. et olim ſeptem tales numerabantur, *luna*, *ſol*, *mercurius*, *uenus*, *mars*, *iupiter*, *ſaturnus*, qui his ſignis ☽ · ☉ · ☿ · ♀ · ♂ · ♃ · ♄ · notantur. Verum in locum ſolis pridem Philolaus *terram*, quae circa ſolem immotum reuoluatur, ſubſtituit. praeterea *quatuor* erraticae ſtellae *circa iouem*, *quinque circa ſaturnum*, teleſcopiorum beneficio repertae ſunt.

DEFINITIO VI.

X. Reliquae, quae ſitum eundem inter ſe ſeruant, *fixae* dicuntur. et quae inter has maxime ſpecioſae et illuſtres ſunt, *ſtellae magnitudinis primae* nuncupantur, quales ſunt *ſirius*, *lyra*, *regel*, *aldebaran*, *capella*, *arcturus* etc. quae uero pauciore lumine gaudent, et minores nobis apparent, in alias ordine claſſes, magnitudinis nempe ſecundae, tertiae, quartae, quintae, et ſextae, referuntur. Denique ſunt quaedam *nebuloſae* ſiue obſcurae, ueluti *praeſepe cancri*, quae diſtincte non lucent, ſed nubeculam lucidam imitantur, quam a minutiſſimarum ſtellarum, ualde ſibi uicinarum, luce confuſa oriri, teleſcopia monſtrant. ſimiliter etiam *galaxia*, ſiue *lactea*,

quae uocatur, *uia*, agmen ſtellarum paruarum denſiſſimum (tubo optico teſte) habet. quod DEMOCRITVS iam olim conieciſſe fertur. uid. PLVTARCHVS de plac. phil. l. 3. c. 1.

DEFINITIO VII.

XI. Ut autem ingens ſtellarum fixarum multitudo diſtinctius conſiderari poſſet, ueteres, multis ante aeram Chriſtianam ſeculis, easdem in figuras aliquas uel imagines redegerunt, quas *aſteriſmos* artifices uocant. IO. BEYERVS in uranometria, qua coeli imagines tabulis maioribus perſpicue exhibuit, ſingulisque ſtellis literas, tanquam nomina appoſuit, Aug. Vind. 1609. et Ulmae 1661. fol. ſequenti ordine aſteriſmos digeſſit. 1. *urſa minor*. 2. *urſa maior*. 3. *draco*. 4. *cepheus*. 5. *bootes*. 6. *corona ſeptentrionalis*. 7. *hercules*. 8. *lyra*. 9. *cygnus*. 10. *caſſiopea*. 11. *perſeus*. 12. *auriga*. 13. *ſerpentarius*. 14. *anguis*. 15. *ſagitta*. 16. *aquila cum ganymede*. 17. *delphinus*. 18. *equus minor*. 19. *pegaſus*. 20. *andromeda*. 21. *triangulum*. 22. *aries*. 23. *taurus*. 24. *gemini*. 25. *cancer*. 26. *leo*. 27. *uirgo*. 28. *libra*. 29. *ſcorpius*. 30. *ſagittarius*. 31. *capricornus*. 32. *aquarius*. 33. *piſces*. 34. *cetus*. 35. *orion*. 36. *eridanus*. 37. *lepus*. 38. *canis maior*. 39. *canis minor*, *ſ. procyon*. 40. *nauis argonautica*. 41. *centaurus*. 42. *crater*. 43. *coruus*. 44. *hydra*. 45. *lupus*. 46. *ara*. 47. *corona meridionalis*. 48. *piſcis notius*. His accedunt

ſtel-

stellarum circa polum meridionalem positarum figurae XII. *Pauo*, *indus*, *apis*, *grus*, *toucan*, *phoenix*, *hydrus*, *triangulum australe*, *musca*, *chamaeleon*, *piscis uolans*, *dorado* siue *xiphias*. Reliquae fixae extra has imagines, siue in interstitiis earum positae, *sporades* item *informes* ideo uocantur.

SCHOLION I.

XII. *Nouas et emendatiores constellationum harum picturas IOANNES HEVELIVS* sub titulo firmamenti Sobiesciani, siue Vranographiae, *uulgauit Gedani. a.* 1690. *f. sed desidero ibidem literas, quas Beyerus stellis melius distinguendis adscripserat. idem Heuelius ex informibus quibusdam noua passim sidera composuit*, leonem minorem, lyncem, canes uenaticos, lacertam, sextantem, scutum sobiescianum, uulpeculam cum ansere, triangulum minus, cerberum, montem maenalum. *Asterismis* 48. *PTOLEMAEVS stellas* 1026 *assignat. PLINIVS in signis* 72 *a peritis stellas* 1600. *annotatas esse refert. H. N. L.* 2. *c.* 41. *BEYERVS* 1709. *HEVELIVS denique* 1888 stellas, (*additis nempe* 373. *australibus ab HALLEIO, astronomorum hodie principe, in insula S. Helenae a.* 1677. *obseruatis*) *omnes nudis oculis conspicuas; simulacris suis complexi sunt. De nominum autem origine, et fabulis eo spectantibus, copiosius agunt RICCIOLVS* P. 1. p. 397. *STRAVCHIVS* in astrognosia. add. *IOS. SCALIGERI* notae ad Manilii astronomicon.

SCHOLION II.

XIII. *Reperti etiam sunt, qui alias in ueterum locum imagines substituere non dubitarunt, IVL. SCHILLERVS, WILHELM. SCHIKARDVS, HARSDORFERVS, ex sacris literis, partim alias figuras, partim diuersa saltem nomina arcessiuerunt. ERH. WEIGELIVS insignia principum europaeorum in coelos intulit. Sed satius uisum est astronomis,*

mis, retinere nomina antiqua, quibus in lectione ueterum scriptorum carere nequaquam possumus. conf. HEVEL. introd. ad uranogr. p. 12. sq.

DEFINITIO VIII.

XIV. Hoc uniuersi systema, quo tellus et astra omnia continentur, *sphaera mundi* uel *coelestis* dicitur, quia, quantum oculorum probatione innotescit, in orbem globatur, et quia motus, quos in stellis notamus, secundum circuli uel sphaerae ambitum fieri uidentur.

CONSECTARIVM I.

XV. Huius sphaerae contemplatio ut ordine fiat, termini quidam uel limites certis punctis et lineis constitui debent, ad quos stellae deinceps referantur.

CONSECTARIVM II.

XVI. Et cum coelum ex terra adspicientibus, sidera omnia aeque undique a spectatore remota uideantur, ideo in sphaerica parte astronomiae licet terram tanquam in centro sphaerae coelestis positam assumere, et sphaeram coelestem tellùri concentricam putare.

HYPOTHESIS.

XVII. *Ipsam uero terram, tanquam globum, qualis reuera est, in media sphaera coelesti suspensam putamus, et illius diametrum 1720. milliariis germanicis definitam, uel semidiametrum 860 milliar. germ. (singula 4000. passuum, siue 20000. pedum) pro*

mensura distantiae siderum in posterum adhibebimus. quorum omnium ueritas suo loco in geographia monstrabitur. (§. 14. geogr.)

DEFINITIO IX.

XVIII. Puncta sphaerae coelestis immobilia, circa quae totum coelum gyrari putatur, dicuntur a circumactione *poli.* alter P *ἀρκτικὸς*, ab ursae minoris propinquo sidere, et *septentrionalis*, alter M *ἀνταρκτικὸς* et *meridionalis*, priori e diametro oppositus. et linea P M polos connectens *axis mundi* uocatur. (F. I.)

DEFINITIO X.

XIX. *Punctum* Z, quod imminet puncto cuidam telluris E, quodque recta ex terrae centro in coelum per E ducta monstrat, *Zenith* uel *uerticale* dicitur. cui e diametro opponitur N, *Nadir* siue *punctum pedale.* diameter ZN, quae puncta illa iungit, *linea directionis* nominatur.

CONSECTARIVM.

XX. Tot igitur sunt puncta zenith et nadir, quoties loca in terra, ex quibus coelum spectetur, possunt mutari. sufficit tamen, si ob immensam sphaerae coelestis amplitudinem, uni alicui urbi zenith suum accommodetur.

DEFINITIO XI.

XXI. *Aequator est* circulus magnus (§. 1. Trig. sphaer.) sphaerae coelestis A Q, qui

a polis

a polis utrimque aequaliter, siue 90. gradibus, distat, sphaeramque in duo segmenta aequalia uel hemisphaeria diuidit; hemisphaerium A P Q, quod uersus polum septentrionalem flectitur, *septentrionale*, alterum priori oppositum A M Q *meridionale* nominatur.

CONSECTARIVM.

XXII. Aequator praebet mensuram motus siderum communis, siquidem circa axem et polos, secundum ductum aequatoris sidera intra 24 horas singulas reuolui creduntur.

DEFINITIO XII.

XXIII. *Horizon*, siue *Finitor*, est circulus magnus sphaerae coelestis H R, qui a punctis zenith et nadir aequaliter, h. e. 90. utrimque gradibus, distat. finitor dicitur, quia spectatoris in terrae planitie constituti uisum terminat, et *hemisphaerium exstans* H E R siue conspicuum, a *latente* H N R siue inconspicuo seiungit.

CONSECTARIVM I.

XXIV. Variatur horizon cum ipso zenith, siue cum statione spectatoris in terra.

CONSECTARIVM II.

XXV. Differt etiam *horizon uerus* et *rationalis* H C R, qui per terrae centrum ducitur, ab horizonte *apparente* uel *sensibili* D E B, qui superficiei terrae incumbit; siquidem alter ab altero tota semidiametro telluris distat. Inte-

rim experientia confirmat, utriusque huius horizontis discrimen, tantum in planetis, et ne his quidem omnibus, notabile esse, quoad fixas uero idem prorsus euanescere.

SCHOLION.

XXVI. *Horizontis uocabulum accipitur quoque de portione superficiei terrestris, quae oculis alicuius spectatoris in terra undiquaque patet. et pro huius superficiei diuersitate, uel LIBER et PLANVS, uel IMPEDITVS, isque DECLIVIS uel ACCLIVIS nominatur.*

DEFINITIO XIII.

XXVII. *Circuli uerticales* sunt circuli magni, qui per loci alicuius zenith et nadir ducuntur. ex his praecipuus est *meridianus* HZRN, qui et per zenith et nadir, et simul per sphaerae coelestis polos describitur.

CONSECTARIVM I.

XXVIII. Quamobrem meridianus toties, quoties zenith et nadir, mutatur. et sphaera materialis intra meridianum mobilis paranda fuit, ut cuiuis zenith meridianus respondens posset accommodari.

CONSECTARIVM II.

XXIX. Unus uero idemque meridianus, loci alicuius uertici incumbens, ratione motus siderum communis, pro immoto habetur, per quem coelum cum stellis motu diurno reuoluatur.

CONSECTARIVM III.

XXX. Et quia zenith et nadir centro horizontis

zontis imminent, sequitur, quod hemisphaerium extans semicirculo meridiani in duas inaequales portiones, quarum altera ortum, altera occasum respicit, dirimatur. et quod quaeuis stella dum ad meridianum loci alicuius accedit, maximam supra illum horizontem eo die altitudinem, uel infra eum maximam depressionem et profunditatem, habeat.

CONSECTARIVM IV.

XXXI. Sol uero in meridiano positus, diem noctemue, quippe quae mora solis supra uel infra horizontem mensurantur, in duas aequales partes secat, et meridiem diei uel noctis definit. atque inde etiam meridianus nomen suum traxit.

CONSECTARIVM V.

XXXII. Differunt ergo inter se diuersorum locorum meridies, et accessus siderum ad meridianos diuersos, prouti ipsi meridiani inter se discriminantur. scilicet quanto locus aliquis in terra ab altero plus minusue in ortum uel occasum remouetur, tanto etiam meridiani eorundem magis minusue inuicem distant. Et meridies orientalioribus contingit maturius, occidentalioribus tardius. qui uero in terra eodem meridiano utuntur, illis quoque eodem tempore meridies contingit.

CONSECTARIVM VI.

XXXIII. Ipsa meridianorum distantia, tum gradibus aequatoris, qui inter duos meridianos intercipiuntur, tum etiam tempore, quo me-

ridies alter alterum praecedit, uel sequitur; determinari commode potest (§. 23). et solent tabularum astronomicarum auctores, hanc temporis a meridie loci, cui numeri motuum aptati sunt, differentiam, peculiari latercula diligenter annotare. v. *Tab. Ludouician. p. 3. conf. inst. astron. theoricae §. 44.*

DEFINITIO XIV.

XXXIV. *Plagae mundi* sunt puncta horizontis, in quibus lineae ex loco, in quo spectator siderum consistit, tanquam ex horizontis centro, uersus illius peripheriam eductae terminantur.

DEFINITIO XV.

XXXV. Distinguuntur plagae in *cardinales* quatuor, *septentrionis*, *meridiei*, *ortus* et *occasus*; et intermedias 16 uel 32, quarum nomina germanica, initialibus literis signata, *rosae nauticae* adscripta sunt. F. 2.)

SCHOLION.

XXXVI. *Latina quoque nomina ad imitationem germanicorum aptissime componuntur. Veluti si principales plagae uel uenti nominentur* NORD, *aquilo*, SVD, *auster*, OST, *oriens*, WEST, *occidens*, *mediae erunt* NO. *AQVILORIENS.* NW. *AQVILOCCIDENS.* SO. *AVSTRORIENS.* SW. *AVSTROCCIDENS.* rursus NNO. *AQVILAQVILORIENS.* NNW. *AQVILAQVILOCCIDENS.* SSO. *AVSTRAVSTRORIENS.* SSW. *AVSTRAVSTROCCIDENS.* ONO. *ORIENS AQVILORIENS.* OSO. *ORIENS AVSTRORIENS.* WNW. *OCCIDENS ACQVILOCCIDENS.* WSW. *OCCIDENS AVSTROCCIDENS.*

DENS. uid. *VARENII Geogr. general.* L. I. c. 20. *Nam uetera Romanorum nomina, quae SENECA qu. nat. L. 5. c. 16. enarrat, spectant ad diuisionem horizontis dissimilem in XII partes. Ceterum cum plagae intermediae ex duabus cardinalibus septentrionis et meridiei cognitis reperiantur, hae quomodo innotescant, explicandum nunc uenit.*

DEFINITIO XVI.

XXXVII. *Linea meridiana* uocatur recta, quae a cardine septentrionis in meridiem, in horizontali plano, dirigitur.

PROBLEMA I.

XXXVIII. *Lineam meridianam* (F. 3. *ducere.*

Resolutio. 1. Super plano ad horizontem diligenter librato, uersus regionem septentrionalem, tres pluresue arcus fere semicirculares concentrici, circino, ex puncto C, tanquam centro describantur. Semidiameter autem horum arcuum adhibeatur eius longitudinis, ut umbra stili perpendiculariter in C ponendi, ad solem circa horam 9 matutinam proiecta, extremum circulum non attingat solum, sed etiam paululum superet.

2. In centro C erigatur stylus perpendicularis CL tres circiter digitos longus, (alii conum metallicum praeferunt) et die aliquo sereno, circa solstitium aestiuum, (quo quippe tempore nec solis declinatio notabiliter intra aliquot horas mutatur, nec refractio altitudinem maiorem incertam nimis reddere solet.) mane inter horam 9 et 10, uel 10 et 11,

obſeruetur, quando extremum umbrae ſtyli punctum duos treſue circulos concentricos attingit, punctaque illa circulorum diligenter ſubtili ſtylo notantur.

3. Poſt meridiem eiusdem diei, inter horam 1 et 2, uel 2 et 3 iterum attendatur ad eiusdem ſtyli umbram, et ſignentur puneta eorundem circulorum, in quibus umbrae extremum definit.

4. Quia conſtat ex principiis opticae, (§. 39. opt.) umbram rectam eiusdem longitudinis deſignare eandem lucis altitudinem, ſequitur, quod ſol eo tempore, quo ſtylus umbram aeque longam proiecit, aequalem ante et poſt meridiem altitudinem, et propterea etiam eandem a meridiano diſtantiam habeat. (§. 31.) Quamobrem ſi arcus AB, inter duo eiusdem circuli puneta, quae umbra attigit, interiectus, in duas partes ſecetur, (§. 67. geom.) et linea diuiſionis recta per centrum continuetur, haec MS ſubiacet meridiano, et cardinem ſeptentrionis et meridiei (§. 35.) reſpicit, ſiue eſt linea meridiana quaeſita.

CONSECTARIVM I.

XXXIX. Quod ſi tres uel plures arcus, in quibus facta fuit umbrae obſeruatio, ſimiliter per rectam bifariam ſecentur, et ſectiones in eandem lineam MS accurate incidant, ſimul habetur indicium, meridianam rite eſſe inuentam, quia plurium obſeruationum conſenſu confirmatur.

CON-

CONSECTARIVM II.

XL. Quando autem forsan adhuc dubia uidetur obseruatio; quae quidem suspicio oriri potest, si coelum, quod ante meridiem serenum fuit, post meridiem nubibus ibidem sparsis distinguatur, quo tempore solet solis altitudo per refractionem nonnihil mutari, tum correctio lineae meridianae denuo fieri debet.

CONSECTARIVM III.

XLI. Et quia difficilis est extremi umbrae puncti notatio; (§. 35. opt.) alii malunt laminam in plano horizontali perpendiculariter erectam, exiguoque foramine instructam adhibere, ut nempe, uersa in solem, ante et post meridiem, lamina, lumen solis per foramen paruum traiectum, in circulis obseruationis, aequalem umbrae, laminae foramini subiectae, longitudinem, clarius demonstret. uid. HEVELII Mach. coel. L. 1. c. 16.

SCHOLION.

XLII. *Est etiam alius modus in promtu, unica obseruatione meridianam lineam inueniendi, si die aequinoctii, (auctumnale autem uerno praefertur, quia tum aer defecatior est.) quo tempore sol in aequatorem motum communem absoluit, et diem nocti aequat, atque adeo recta a cardine ortus in cardinem occasus tendit, stylus unus uel plures in plano horizonti parallelo erigantur, et aliquoties puncta extrema umbrarum, quas styli proiiciunt, notentur, nam linea recta per haec puncta deducta, dirigitur ab ortu in occasum, et huic perpendicularis erit linea meridiana. v. TRABERI Neru. opt. p. 214.*

CONSECTARIVM IV.

XLIII. Si linea Or. Occ. ad meridianam per-

pendicularis ducatur, illa in cardinem ortus et occasus dirigitur. circumscriptoque ex C circa meridianam tanquam diametrum circulo, bisectione arcuum omnes plagae intermediae inueniuntur.

CONSECTARIVM V.

XLIV. Eo momento, quo umbra styli perpendicularis, in meridiana positi, et a sole collustrati, in meridianam cadit, sol est in meridiano, et ipsum *tempus meridiei* indicatur.

CONSECTARIVM VI.

XLV. Quin etiam, si per dioptras in plano meridiano mobiles, uel post latera trianguli rectanguli, ex filis super meridiana extensis compositi, (de cuius usu differit ROSTIVS manual. astron. P. III. c. 4.) obseruetur stella opposita, huius transitus per meridianum cognoscitur.

CONSECTARIVM VII.

XLVI. Denique, cum constet, acum magnete tactam, uique magnetica imbutam, cardines quidem septentrionis et meridiei monstrare, sed cum aliqua declinatione, haec declinatio quoque mensurari potest, quando acus super meridiana, intra circulum in gradus suos diuisum, collocata, positisque in meridiana semicirculi extremis punctis 0 et 180, obseruatur, quot gradus, a septentrione in occasum uel ortum acus deflectat. *Hic Vitembergae proximis annis fuit declinatio acus 12 gr. 50. m. in occasum. Verum talis obseruatio eodem in loco saepe repeti debet, quia declinatio magnetis mutatio-*

tationibus quibusdam est obnoxia. v. Comment. Acad. R. Paris. A. 1708. p. 224. A. 1710. p. 469. de difficultatibus huiusmodi experimentorum v. d. Comment. a. 1705. p. 111. et a. 1717. conf. G. GILBERTI Philosophia de magnete. A. KIRCHERI Ars magnetica. et VINC. LEOTAVDI magnetologia. theoria uariationis pyxidis magnet. Halleiana inserta est Actis Erud. L. A. 1684. p. 387. de inuentione uersoriae acus uarias sententias collegit FABRICIVS in Bibliograph. antiquaria c. 22. §. 12.

SCHOLION I.

XLVII. *Disputatum etiam fuit, de meridianae lineae mutabilitate, quia cum a.* 1671. *PICARDVS, in insula Huenna, situm meridianae a Tychone ductae exploraret, eam a uera plus quam octodecim minutis differre deprehenderat. v. Iter ei. Vraniburg. et HAMEL.* Hist. Acad. R. *p.* 111. *Verum incertum est, utrum obseruationes Tychonis, quas Picardus fundamenti loco posuit, debita diligentia captae fuerint. et CASSINI ostendit, lineam meridianam, a se Bononiae a.* 1655: *ductam, intra annos* 40, *nempe usque ad a.* 1695, *nihil fuisse mutatam. u. HAMEL p.* 388. *WALLIS ap. Lowthorpium. epit. trans. angl. Vol. I. p.* 265. *quin constat ex obseruationibus CHAZELLII, quas a.* 1693. *in aegypto fecit, latera maximae, quae ibi superest, pyramidis, praecise in quatuor mundi plagas directa esse. ex quo intelligitur, lineam meridianam, cui situm pyramidum aegyptii astronomi accommodarunt, inde a* 3000. *annis inuariatam perstitisse. conf. HAMEL. p.* 420. *FONTENELLE* Hist. Acad. R. a. 1710. p. 194.

SCHOLION II.

XLVIII. *Termini technici, quos hucusque attuli, ad motum communem spectant, sequitur ut nonnullos, qui ad motum proprium saltem solis, a quo in sphaerica*

rica astronomiae parte abstinere penitus non licet, referuntur, subiungam.

OBSERVATIO III.

XLIX. *Circa motum solis proprium, praeter illam ab occasu uersus ortum retrocessionem, quae intra annum finitur; notandus quoque est ascensus solis supra aequatorem et descensus infra eundem, quo fit, ut quotidie circuli motus diurni distantiam suam ab aequatore, uersus polum superiorem et inferiorem mutent, donec ad terminum maximae digressionis sol peruenit, a quo rursus ad aequatorem regreditur.*

DEFINITIO XVII.

L. *Ecliptica* ECL est circulus magnus sphaerae coelestis, qui obliquo situ ad aequatorem AQ, maximae solis ab aequatore digressionis limites copulat. (F. 4.

CONSECTARIVM.

LI. Quare ecliptica uiam solis annuam, uel tractum, quo omnes circuli solis diurni per totum annum continentur, definit.

DEFINITIO XVIII.

LII. Angulus ECQ, quo ecliptica oblique secat aequatorem, *obliquitas eclipticae* dicitur. capit autem 23 gr. et 29 uel 30 minuta.

CONSECTARIVM.

LIII. Poli autem eclipticae a polis aequatoris itidem $23\frac{1}{2}$ gr. distant.

DE-

DEFINITIO XIX.

LIV. Memorabilia in ecliptica sunt quatuor *puncta*, quae *cardinalia* uocantur, *duo aequinoctialia*, in quibus secat ecliptica aequatorem, atque in his dum uersatur sol, motus eius communis in aequatore uidetur fieri, et dies nocti adaequatur in uniuerso terrarum orbe, et *duo puncta solstitialia* E et L in quibus sol remotissimus utrimque est ab aequatore, et solstitium celebrat, quia tum altitudines eiusdem meridianae aliquot diebus nihil fere crescunt uel decrescunt.

DEFINITIO XX.

LV. Praeterea diuiditur ecliptica in (F. 5. duodecim partes, quae *dodecatemoria* uel *signa* nominantur, et ab asterismis, olim circa illa loca positis, denominationem acceperunt. comprehenduntur his uersiculis:

Sunt *aries*, *taurus*, *gemini*, *cancer*, *leo*, *uirgo*,
Libraque, *scorpius* arcitenens, (*sagittarius*) caper (*capricornus*), amphora (*aquarius*) *pisces*.

et talibus characteribus uel notis indicantur.

♈ ♉ ♊ ♋ ♌ ♍
♎ ♏ ♐ ♑ ♒ ♓

ab his signis ecliptica *signifer circulus* dicitur.

CONSECTARIUM.

LVI. Signum quodlibet absoluitur 30 gradibus. (§. 21. geom.)

DEFINITIO XXI.

LVII. Signa diuiduntur 1. in *septentrionalia*,

nalia, et *meridionalia*, illa in ſemicirculo eclipticae uerſus ſeptentrionem, et ſupra aequatorem, haec in ſemicirculo oppoſito infra aequatorem, uerſus meridiem, collocantur. 2. in *cardinalia*, quae cardines ante laudatos auſpicantur, *et intermedia*. (§. 53) 3. in *aſcendentia*, in quibus ſol nobis ſupra aequatorem aſcendit, et *deſcendentia*, in quibus ad aequatorem uel infra eundem ſol deſcendit. 4. denique in *uerna*, *aeſtiua*, *autumnalia* et *hiemalia*, a tempeſtatibus anniuerſariis, quibus competunt, diſtinguuntur.

DEFINITIO XXII.

LVIII. *Coluri* ſunt duo circuli magni, qui per puncta eclipticae cardinalia et polos mundi deſcribuntur. horum alter *colurus aequinoctiorum*, alter *ſolſtitiorum* dicitur.

DEFINITIO XXIII.

LIX. *Gradus eclipticae nonageſimus* eſt, qui a puncto eclipticae oriente integro quadrante ſiue 90 gr. diſtat. *huius, ſupra horizontem altitudo, menſura eſt anguli, quem ecliptica cum horizonte in puncto interſectionis intercipit*. (§. 3. Trig. ſph.)

DEFINITIO XXIV.

F. 4.) LX. Inter circulos minores, qui ad motum ſolis proprium referuntur, ſunt 1) *tropici*, qui per puncta ſolſtitiorum aequatori paralleli, ducuntur, ET, I.R. ſuperior *tropicus cancri* uel ſeptentrionalis, inferior

ferior *tropicus capricorni* uel meridionalis dicitur. 2.) Deinde *Polares*, quos poli eclipticae, circa polos aequatoris motu diurno circumacti, describunt.

CONSECTARIVM.

LXI. Tropici ab aequatore $23\frac{1}{2}$ gr. et polares a polis aequatoris tantundem distant. (§. 52. 53.)

DEFINITIO XXV.

LXII. Denique *circuli diurni* sunt circuli minores, aequatori paralleli, quos sol et reliqua sidera motu diurno describunt.

DEFINITIO XXVI.

LXIII. *Zona* est tractus sphaerae coelestis latior, duobus circulis parallelis comprehensus. talis est *Zodiacus* ZS, qui continetur circulis parallelis, ab ecliptica utrimque 10 gr. remotis, intra quod spatium fit motus planetarum, qui modo supra eclipticam assurgunt, modo infra eam demittuntur. limites zodiaci, *circuli excursuum* uocantur, et zodiacus eodem modo quo ecliptica in XII. signa diuiditur.

SCHOLION I.

LXIV. *Illud forsan superfluum uidetur commemorare, quod circulum astronomi, similiter ac geometrae in 360. gradus, gradum in 60 scrupula prima, primum in 60. secunda partiantur.* (§. 21. *geom.*) *pro motibus autem siderum propriis mensurandis, circulus in XII. signa, signum in XXX. gradus, et gradus singuli in 60. minuta diuiduntur.*

SCHO-

SCHOLION II.

LXV. *Praeterea in uulgus notum est, eandem proportionem partium sexagecuplam, etiam horis partiendis inseruire. ut hora 60. minuta temporis prima, primum 60 secunda, secundum 60 scrupula tertia contineat.*

SCHOLION III.

LXVI. *Omitto terminos, quos astrologi in sphaera coelesti constituerunt. quae enim illi de circulis positionum, quibus itidem duodecimas sphaerae coelestis partes, tanquam totidem planetarum domos, concludunt, fabulantur, arbitraria et commentitia sunt, omnique fundamento prorsus destituuntur, et hodie ab astronomis peritioribus [ad] unum omnibus merito damnantur, ut non consultum sit, his percensendis aut confutandis operam perdere. Sed nec illa fidem merentur, quae de uirtutibus signorum zodiaci et planetarum singularibus astrologi narrant. censentur nempe ♈. ♌. ♐. signa ignea uel calida; ♉ ♍ ♑ terrea et sicca, ♊ ♎ ♒ aerea, ♋ ♏ ♓ aquea. ♄ frigidus est et siccus, ♃ temperate humidus et calidus, uentos ciens in signis aereis; ♂ calidus, producens tonitrua, imbres, procellas, inprimis cum aspicit planetas calidos in signis calidis; ☉ calidus et siccus; ♀ frigida et humida, subinde promouet niues, pluuias et grandines; ☿ aereus et uentosus; ☽ humida, cui uis tribuitur, tactum ceterorum planetarum, quibus cum singulis mensibus adspectus omnis generis celebrat, uarie immutandi. Taceo lubens reliqua, quae de planetarum singulorum domibus, detrimento, exaltatione, casu, in astris eclipticae, fabulantur. conf.* SEXTVS EMPIRICVS *adu. Mathem. Lib. V.* LVCIANI *Lib. de astrologia Tom. I. oper. p. 983. et ex recentioribus prae ceteris* IO. PICVS MIRANDVLANVS, *et* SIXTVS HEMMINGA *de astrologia ratione et exper. confutata.* STVRMIVS *in diss. de siderum influxu. philos. eclect. Tom. I. p. 618. Interim astrorum etiam minorum uim in tempestatum*

muta-

mutationibus efficiendis adhuc defendunt, et experimentis confirmare student IO. GOAD in astrometeorologia sana. Londini. 1690. 4. et WILLIAM COCK in meteorologia. ex anglico germ. ed. Hamburgi. 1691. 8.

CAPVT II.
DE STELLIS AD COELESTIS SPHAERAE LIMITES RELATIS.

DEFINITIO XXVII.

LXVII. *Altitudo* stellae uocatur (F. 6.) arcus circuli uerticalis AH, inter horizontem et stellam supra horizontem positam interceptus. *Profunditas* uero dicitur arcus circuli uerticalis PR, qui distantiam stellae infra horizontem conditae ab eodem metitur.

CONSECTARIVM.

LXVIII. Quare distantia sideris a uertice AZ est complementum altitudinis eiusdem ad quadrantem. et distantia stellae a puncto nadir PN, est complementum profunditatis PR ad quadrantem. (§. 22.)

PROBLEMA II.

LXIX. *Stellae cuiusdam altitudinem metiri.*

Resolutio. 1. Paratur quadrans astronomicus, radii trium circiter pedum, ex laminis

ferreis robuſtioribus, et margini eiusdem imponitur lamina aenea bene laeuigata, in qua primum nonaginta gradus deſignantur, deinceps ſinguli gradus ope undecim circulorum concentricorum aeque diſtantium, et ope ſex rectarum transuerſalium in 60 minuta diuiduntur. radio uero quadrantis CD teleſcopium aſtronomicum affigitur, et praeterea ex centro C regula ferrea EL pendula ſuſpenditur, perforata ea regione, qua marginem quadrantis attingit, filoque tenui, quod gradus et minuta reſecet, inſtructa: et ipſe quadrans idoneo fulcro imponitur.

2. Quando igitur metienda eſt ſtellae altitudo, dioptrae teleſcopicae in ſtellam uertuntur, et ſimulac illa in axe tubi comparuerit, notatur gradus et minutum, quod filum regulae CL indicat, ita arcus EL dabit menſuram anguli altitudinis ſtellae HCS (§. 40. geom.)

CONSECTARIVM.

LXX. Hoc modo etiam ſtellarum et ſolis altitudines meridianae obſeruantur, ſi quadrans in plano meridiani ſtatuatur, et quando ſtella uel ſol in eodem haeret, teleſcopicae dioptrae eo conuertantur.

SCHOLION.

LXXI. *Quadrantes, ſextantes et alia huius generis organa aſtronomica accuratius fabricata, primus adhibuit TYCHO BRAHE, de quibus in aſtronomiae inſtauratae mechanica exponit. ed. Wandesburgi* 1598. *f. Tychonis ſolertiam uicit* IO. HEVELIVS, *quemadmodum Machinae coeleſtis Pars I. Gedani.* 1673. *f. edita,*

edita, in qua instrumenta sua descripsit, testatur. clarissimus astronomus PHIL. DE LA HIRE *loco dioptrarum, uudarum, telescopium quadranti applicuit, quo quidem artificio praxis astronomica mirifice amplicata fuit. uid. usum tab. Ludouic. p. 56. sq. et* BION *de instrum. mathem. Lib. 6. c. 1. add.* LOWTHORP *epit. transact. Angl. Vol. I. p. 220. et* ROSTII *manual. astron. Part III. Ceterum altitudo stellarum uisa corrigenda est propter refractionem et parallaxin, de qua nunc generatim dicendum uenit, specialia monita in theorica astronomiae parte sequentur.*

OBSERVATIO IV.

LXXII. *Cum nautae Hollandi a. 1597. cogerentur prope nouam Zemblam bibernare, sol, qui infra illum horizontem occiderat die IV Nouembris, quique, secundum illius loci situm, ante diem XXX Januarii recurrere non poterat, uisus tamen est oriri die XXIV Januarii. v.* GERH. DE VERA *historia nauigationis in arcton. p. 25. 26. Porro solis, sub horizonte adhuc latentis, species uisa est Tornae Lapporum ab ipso Rege Sueciae Carolo XI. a. 1694. v. Tr. de refractione solis inoccidui. add. Act. Erud. Lips. 1697. p. 91. simile phaenomenon in uenere notauit Norimbergae Waltherus. conf.* KEPLERI *astron. opt. p. 138. Idem epit. astron. p. 61. commemorat obseruationem Tychonis, qui cum alias caudae leonis et spicae uirginis, quoties culminant, distantiam instrumentis reperisset 35°. 2'. tamen*

in orientali coeli parte notauit, quod, cum cauda leonis acquirit altitudinem 34°. 30'. spica uirginis iam uideri incipit in eodem fere perpendiculo, quasi oriretur, quae tamen reuera adhuc infra horizontem plus quam dimidio gradu condi debebat.

CONSECTARIVM.

LXXIII. Fieri ergo poteſt, ut ſolis et ſtellae ſpecies ſupra horizontem conſpiciatur, dum corpus illius adhuc infra lineam horizontis conditur. Cuius ſpectaculi rationem dioptrica aperit, quippe in qua aliis experimentis comprobatur, radium lucis, dum ex pellucido rariore in denſius oblique ingreditur, inflecti nonnihil et inclinari ad perpendiculum. (§. 7. dioptr.) quare, cum radiis ſtellarum, per tenuiſſimum aethera progreſſis, atmoſphaerae noſtrae materia occurrat, idem eueniet, iidemque ſub ingreſſum in auram terreſtrem quodammodo ad perpendiculum inclinabuntur, F.8.) Veluti cum radius ex ſtella S ueniens aerem in F attingit, deprimetur ad perpendiculum LT, uerſus O, et ſtella infra horizontem exiſtens, ab oculo ſpectatoris O non in S, ſed in horizonte G uidebitur.

DEFINITIO XXVIII.

LXXIV. Itaque *refractio* eſt inclinatio radiorum alicuius ſtellae, quae fit, dum illi ex libero et tenui aethere aerem telluri circumfuſum oblique ingrediuntur.

CON-

CONSECTARIVM I.

LXXV. Sed quia angulus refractionis crescit et decrescit cum angulo inclinationis, (§. 13. dioptr.) ideo maior erit refractio prope horizontem, quam ubi sidus altius supra eum collocatur, eademque sensim usque ad uerticem imminuitur, ubi radius perpendicularis ZO omnino nulli refractioni est obnoxius. (§. 14. dioptr.)

CONSECTARIVM II.

LXXVI. Docet tamen experientia, quod ultra gradum altitudinis quinquagesimum refractio fere insensibilis euadat.

CONSECTARIVM III.

LXXVII. Interim refractio semper locum sideris attollit, quemadmodum ex figurae adspectu intelligitur.

CONSECTARIVM IV.

LXXVIII. Communis quoque est et similis refractio omnium siderum, quippe ex eadem semper causa oriunda. quamuis aliter olim uisum fuerit TYCHONI progymn. astron. Tom. I. p. 79. 124. 280.

CONSECTARIVM V.

LXXIX. Illud uero tam rationi quam experimentis consentaneum est, refractionem non esse in omnibus orbis terrae locis similem, quin constat, eodem in loco eam subinde uariari. quoniam nempe prouti aer rarior uel densior est, ita etiam minus magisue radii stellarum in eodem inclinantur. conf. Historia Acad. R.

Paris. 1706. p. 127. 1707. p. 111. 1708. p. 129. 1710. p. 143. add. RICCIOLI Almag. L. I. c. 36. L. III. c. 9. celeb. HORREBOW atrium astronomiae. cap. 2.

SCHOLION.

LXXX. *Veteres quoque refractionis vim minime ignorarunt, quemadmodum elucet ex* SEXTI EMPIR. *adu. mathem. Lib. V. p. 122. interim astronomi ante Tychonem eam neglexerunt, forsan quia tales minutias organis suis minus accuratis detegere haud potuerunt. Tabulam refractionum ex obseruationibus Parisinis collectam habet* DE LA HIRE *in tab. Ludou. p. 6. cuius illam epitomen dabo.*

Alt.	rêfiact.		alt.	refract.		alt.	refract.	
Gr.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
0	32	0	13	4	25	26	2	12
1	26	35	14	4	7	27	2	7
2	20	43	15	3	51	28	2	3
3	15	44	16	3	36	29	1	59
4	12	26	17	3	23	30	1	55
5	10	26	18	3	12	33	1	43
6	9	8	19	3	1	36	1	33
7	8	2	20	2	51	40	1	22
8	7	1	21	2	44	43	1	15
9	6	17	22	2	38	46	1	9
10	5	41	23	2	31	50	1	2
11	5	11	24	2	24	60	0	42
12	4	46	25	2	18	70	0	26
						80	0	12

aliam composuit DN. HALLEIVS *in transact. Phil. Angl. a. 1721. n. 368. art. 2. p. 172. de modo refractiones ope obseruationum inueniendi infra dicetur.* §. 145.

CONSECTARIVM VI.

LXXXI. Quando igitur altitudo quaedam

fide-

sideris obseruata fuit, haec detractione particulae refractionis ex tali tabula desumtae corrigenda est.

DEFINITIO XXIX.

LXXXII. Altera caussa, quae locum sideris ex terra uisum potest uariare, est (F. 9. *Parallaxis*; scilicet cum stella S. cernitur ex terrae superficie O, apparet in M, si uero eadem posset ex centro terrae T uideri, deberet referri ad Y. locus M uocatur *uisus* uel *apparens*, locus Y dicitur *uerus*, et differentia loci utriusque apparentis et ueri *parallaxis*, siue commutatio loci optica nominatur.

CONSECTARIVM.

LXXXIII. Sed cum constet, altitudinem sideris esse complementum eiusdem ad distantiam a uertice; (§. 68) inde liquet, parallaxin esse etiam differentiam distantiae sideris a uertice uerae, quae e centro terrae apparet, ueluti YZ, et apparentis MZ, quae e terrae superficie spectatur.

THEOREMA I.

LXXXIV. *Haec autem differentia uerae et apparentis distantiae a uertice aequalis est angulo TSO, qui intersectione linearum, ex centro terrae et eius superficie per eiusdem stellae centrum ductarum, nascitur.*

Demonstratio. Nam distantiae uerae a uer-

tice opponitur angulus YTZ; distantiae apparenti a uertice MZ respondet angulus MOZ, et ducta QO parallela lineae YT, erit angulus QOZ = YTZ, (§. 74. geom.) sed QOM = TSO alterno, (§. 74. geom.) ergo MOZ − QOZ = QOM = TSO, Q. E. D.

CONSECTARIVM I.

LXXXV. Ideoque angulus parallacticus TSO semper respondet illi, sub quo semidiameter terrae TO ex stella S spectatur.

CONSECTARIVM II.

LXXXVI. Et cum haec diameter eo maior appareat, quo magis directa adspicitur, at ex contraria parte, cum eo minor eadem uideatur, quo magis oblique cernitur, (§. 58. opt.) debet parallaxis maior esse, quando sidus est horizonti propius, minor, cum sidus supra horizontem magis attollitur, maxima uero, quando in ipso horizonte sistitur, et minima, quando uerticem attingit.

CONSECTARIVM III.

LXXXVII. Porro uariatur parallaxis cum ipsa stellarum distantia. siquidem stella propior in N maiorem habet parallaxin, quam remotior in E. angulus enim externus TNO, maior est interno TEO. (§. 86. geom.) *sunt uero sinus parallaxium duarum stellarum N et E, quarum distantiae a terra differunt, quando utriusque aequalis est distantia apparens a uertice, reciproce ut distantiae a centro terrae.* nam in Δ ENT ualet analogia; Sin. E : NT = sin. N:

N:TE, (§. 39. Trig. pl.) uerum sinus anguli obtusi ENT conuenit cum sinu anguli acuti contigui TNO, (§. 4. Tr. p.) qui est parallaxis stellae N, ergo sin. TEN : sin. TNO = NT : ET. (§. 112. arith.)

CONSECTARIVM IV.

LXXXVIII. Si notus fuerit angulus parallaxis horizontalis N, cum aliunde innotescat quantitas semidiametri terrestris TO, et in triangulo rectangulo TNO reliqui anguli cogniti sint, poterit distantia sideris a centro terrae TN inueniri. (§. 42. Trig. pl.) Vicissim, distantia sideris et semidiametro terrae cognitis, parallaxis horizontalis inuenitur.

CONSECTARIVM V.

LXXXIX. Data autem stellae distantia a terra, quaeuis parallaxis, datae altitudini respondens, quaeritur. quia in △ TSO nota sunt latera TS et TO, cum angulo intercepto STO, qui uerae sideris distantiae a uertice (altitudinis uerae complemento) opponitur, unde angulus TSO innotescit. (§. 51. Trig. pl.) Vel, assumta distantia a uertice uisa, cui opponitur angulus SOZ, complementum anguli SOT, ualet analogia; Sin. SOT. siue SOZ (§. 4. Trig. pl.) ad distantiam stellae ST, habet se, ut sinus parallaxis S ad semidiametrum terrae. (§. 42. Trig. pl.) uel ST : TO = sin. SOZ : sin. TSO. nempe *sinus distantiae sideris a uertice uisae, ad sinum parallaxis, habet rationem distantiae sideris a terra, ad semidiametrum*

telluris. ergo data parallaxi pro aliqua a uertice distantia uisa, cognoscetur parallaxis pro quauis alia a uertice distantia.

SCHOLION.

XC. *Verum de magnitudine parallaxis, quam diuersa habent astra, suis locis infra dicetur. in praesenti saltem illud notandum est, stellas fixas, parallaxi, ad semidiametrum terrae relata, quam diurnam uocant, omnino carere; nam si stellae fixae in aequatore haerentis, uel prope eum positae, ortus et occasus obseruetur, deprehendetur, eam horis 12 supra et aliis horis 12 infra horizontem moueri, et obseruationem e superficie terrae sic fieri, ac si e centro terrae, uel e centro circuli fixarum, stella eiusmodi fuisset conspecta.*

CONSECTARIVM VI.

XCI. Denique fluit ex dictis, parallaxin efficere, ut stella S ex superficie terrae O humiliore loco in M appareat, quam si uideri ex centro terrae potuisset, nam ex T referri debuisset ad Y. quare altitudini uisae addenda est parallaxis, ut habeatur altitudo uera. prorsusque adeo contrarius est parallaxis et refractionis, ad mutandum stellarum locum opticum, effectus. quoad magnitudinem uero altera ab altera multum differt.

PROBLEMA III.

XCII. *Altitudinem uel eleuationem poli inuenire.*

F.10.) *Resolutio.* 1. Hiberno tempore, cum nox horis 12 longior est, uesperi circa horam 6, mensuretur altitudo stellae alicuius circumpolaris

laris S, quando illa in inferiore meridiani parte haeret SH, quem in finem planum quadrantis super linea meridiana est ponendum (§. 70) Deinde praeterlapsis horis 12, iterum circa horam 6 matutinam inueniatur altitudo eiusdem stellae MH, in superiore meridiani semicirculo conspectae: utraque autem altitudo detracta refractione corrigatur. (§. 81)

2. Minor altitudo SH, subtrahatur a maiore MH, differentia dabit arcum SM. sed quia stella circa polum motum suum describit, (§. 18) erit in medio arcus SM punctum poli situm.

3. Quare dimidium arcus SM, nempe SP, addatur ad altitudinem minorem SH, summa dabit HP arcum eleuationis poli quaesitum.

SCHOLION.

XCIII. *Opus est tali praxi, quia ipsum poli punctum stella conspicua non distinguitur. Vltima enim caudae ursae minoris stella, quae polaris et cynosura dicitur, duobus et amplius gradibus a polo distat. v.* RICCIOLI *Alm. p. 405. Variatio autem altitudinis poli, quae diuerso tempore iisdem in locis fuit obseruationibus deprehensa, sine dubio erroribus obseruationum uel instrumentorum est tribuenda. v.* RICCIOL. *p. 404.* HEVEL. *prodr. astron. p. 60.* I. PHIL. WVRZELBAV *Uranies noricae c. 1.*

CONSECTARIVM.

XCIV. Una cum eleuatione poli innotescit eleuatio aequatoris supra horizontem QR = HA: nam PA = 90, (§. 21.) et subducto PH arcu eleuationis poli, a quadrante PA, superest HA = QR eleuatio aequatoris supra datum horizontem, uel profunditas infra eundem.

dem. item ZP distantia zenith a polo aequalis est eleuationi aequatoris QR. (§. 23)

SCHOLION.

XCV. *Sed quia in posterum problemata astronomiae sphaericae, globi coelestis materialis auxilio declaranda sunt, ideo de situ sphaerae coelestis uario ad horizontem pauca hic commemorare operae pretium uidetur. de ipso uero globi materialis usu ex instituto agit GVIL. BLAEV in institutione astronomica. Amstel. 1655. 8. ed. add. ROBERTVS HVES de usu globi coelestis et terrestris et BION Vsages des globes.*

DEFINITIO XXX.

XCVI. *Sphaera recta* dicitur eiusmodi situs globi terraquei respectu coelestis, quan-
F. 11.) do aequator AQ secat horizontem HR ad angulos rectos. *obliqua*, si aequator
F. 12.) secet *horizontem* ad angulos obliquos. *parallela*, ubi aequator est horizonti
F. 13.) parallelus.

CONSECTARIVM I.

XCVII. In *sphaera* igitur *recta* poli incumbunt horizonti, et axis mundi iacet in diametro horizontis. in *obliqua* polus obliquo angulo ad horizontem est inclinatus. in *parallela* uterque polus ab horizonte et aequatore nonaginta gradibus distat.

CONSECTARIVM II.

XCVIII. Porro in *sphaera recta* sidera rectis ad horizontem angulis ascendunt et descendunt. in *obliqua* sidera oriuntur et occidunt oblique. in *parallela* sidera fixa neque oriuntur, neque occidunt, sed motu communi mouentur, seruato situ ad horizontem parallelo.

CON-

CONSECTARIUM III.

XCIX. In *recta* omnia astra oriuntur et occidunt, in *obliqua* aliqua oriuntur et occidunt, aliqua nunquam oriuntur, aliqua nunquam occidunt. In *parallela*, uti dictum, fixa neque oriuntur neque occidunt.

PROBLEMA IV.

C. *Globum materialem sic praeparare, ut totius coeli figuram uel positum pro dato horizonte et tempore exhibeat.*

Resolutio. 1. Supra cardinem horizontis boreum, eleuetur polus tantum, quantum loci nota altitudo poli requirit.

2. Gradus loci solis dato tempori respondens quaeratur in calendario horizonti inscripto, uel in ephemeridibus astronomicis.

3. Idem gradus quaeratur etiam in circulo eclipticae, qui in globo delineatus est, et ducatur ad latus meridiani orientale, in quo graduum diuisio occurrit: et circuli horarii polum ambientis index horae XII imponatur. ita habetur situs globi pro momento meridiei diei dati.

4. Si igitur desideretur situs globi ad horam ante meridianam uel postmeridianam, uoluatur idem sinistrorsum uel dextrorsum, (oculo nempe et globi polo uersus boream directo) donec index horarius tempus quaesitum monstret.

5. Quod si iam lineae meridianae globus sic imponatur, ut planum meridiani lineae meri-

dianae

dianae immineat, et eo situ firmetur, ostendet idem optatam coeli pro loco et tempore dato figuram.

CONSECTARIVM.

CI. Sed cum ita globus tantum situm fixarum pro dato loco et tempore referat, si quis etiam planetas exhibere una uoluerit, debet eorum situm ex ephemeridibus astronomicis excerpere, et debitis illos locis creta inscribere. Quo facto talis globi dispositio *[illegible]ma, coeli* solet appellari.

DEFINITIO XXXI.

CII. *Almucantharat* sunt circuli minores sphaerae mundanae, horizonti paralleli, qui ducti finguntur per stellas supra horizontem extantes.

CONSECTARIVM.

CIII. Horum ergo circulorum distantiam ab horizonte arcus altitudinis stellae metitur.

DEFINITIO XXXII.

CIV. *Azimuthum* est arcus horizontis inter cardinem mercidiei et septentrionis, et uerticalem cirulum, qui per stellam aliquam transit, interceptus. diuiditur in *orientale* et *occidentale*, illud in horizonte ortiuo, hoc in occiduo determinatur.

DEFINITIO XXXIII.

CV. *Amplitudo ortiua* uel *occidua* est arcus horizontis inter cardinem orientis uel occidentis, et inter punctum horizontis, ubi

sidus

sidus oritur uel occidit, interiectus, est uel *borealis* uel *australis*.

CONSECTARIUM.

CVI. Fixae, quarum distantia ab aequatore ad sensum plures intra annos non mutatur, eandem supra eundem horizontem amplitudinem ortiuam et occiduam (nam alteri altera aequalis est) diu retinent. Verum planetae subinde uti locum in ecliptica, ita etiam amplitudinem uariant. sed tamen uno eodemque die quanta est amplitudo ortiua, tanta etiam quam proxime est occidua.

DEFINITIO XXXIV.

CVII. *Declinatio* puncti coelestis uocatur illius distantia ab aequatore, men- (F.14. surata arcu circuli magni, per polum et illud coeli punctum ducti, inter hoc punctum et aequatorem interiecto. est uel *borealis* AS, uel *australis* AB, prout stella uersus boream uel austrum ab aequatore distat.

CONSECTARIUM.

CVIII. Meridianus fungitur officio circuli declinationis, si stella eundem attingat. (§. 27)

PROBLEMA V.

CIX. *Solis et reliquarum stellarum declinationem obseruatione deprehendere.*

Resolutio. 1. Obseruetur solis uel stellae altitudo, dum in meridiano haeret. (§. 70) eademque detracta refractione corrigatur. (§. 81)

2. Haec altitudo comparetur cum eleuatione

ne aequatoris supra illum horizontem, antea iam nota. si enim altitudo HS maior fuerit eleuatione aequatoris AH, haec ab illa subtrahatur, et relinquitur declinatio borealis AS. uel, si illa hac minor fuerit, auferatur altitudo HB ab eleuatione aequatoris maiore HA, residuum dabit declinationem AB australem. (§.108)

CONSECTARIVM I.

CX. Eodem artificio maxima solis declinatio, et una magnitudo obliquitatis eclipticae (§. 52) indagatur, dum circa solstitium aestiuum maxima solis altitudo meridiana obseruatur, et ab eadem eleuatio aequatoris demitur, quo facto distantia tropici ab aequatore relinquitur. Veteres quidam et recentiores eundem in finem gnomones, siue praealta perpendicula e. g. muri cuiusdam adhibuerunt, et ex altitudine gnomonis, et umbra minima, tempore solstitii aestiui, angulum altitudinis maximae solis accuratius inuestigarunt. quemadmodum late explicat RICCIOLVS astron. reform. c. 5. et 6.

SCHOLION.

CXI. *De ipsa uero obliquitatis eclipticae mutabilitate inter astronomos non conuenit. nonnulli mutari eandem crediderunt, idque comparatis ueterum et recentiorum obseruationibus, quae 20 et amplius minutorum differentiam produnt, comprobari arbitrantur. v. RICCIOL. Alm. p. 162. conf. historia obseruationum antiquarum scripta ab ED. BERNARDO in Lowth. Epit. T. A. Vol. I. p. 260. attamen tum ipse Bernardus p. 263. tum HEVELIVS Prodr. astron. p. 42. et alii. v. GREGORII astron. p. 157. ed. Oxon. discri-*

discrimen erroribus obseruationum rectius tribui contendunt.

CONSECTARIVM II.

CXII. In globo coelesti, quia gradus meridiani ab aequatore versus polum signati et numerati sunt, si stella ad meridianum admoueatur, immittens eiusdem gradus statim indicabit declinationis magnitudinem.

PROBLEMA VI.

CXIII. *Cognita eclipticae obliquitate, inuenire declinationem singulorum eclipticae graduum.*

Resolutio. 1. Sit AQ aequator, ECL (F. 15.) ecliptica, PSB quadrans declinationis ex polo aequatoris ductus. Quia in △ sphaerico CDS rectangulo ad D, (§. 4. Trig. sph.) praeter angulum rectum D, notus est obliquus C, aequalis obliquitati eclipticae, (§. 52. et 110.) et datur arcus eclipticae CS, inferatur pro declinatione SD; sin. D : CS = sin. C : SD: (§. 39. Trig. sph.)

2. Quod si hoc modo pro primo eclipticae quadrante, respondentes singulis gradibus declinationes inuentae fuerint, etiam pro reliquis tribus quadrantibus, qui similem ad aequatorem inclinationem habent, declinationes innotescunt. quemadmodum figura 5. clare docet: *atque ita componitur tabula declinationum sub finem opusculi allata.*

CONSECTARIVM I.

CXIV. Quare si detur gradus quidam ecli-

pticae uel locus ſolis, cùm declinatione eiusdem, cognoſcitur quoque altitudo ſolis meridia-
F.14.) na ſuper horizonte dato. nempe ad declinationem borealem A S additur eleuatio aequatoris A H, uel declinatio auſtralis B A demitur ab eleuatione aequatoris A H, utroque caſu altitudo ſolis meridiana prodit.

CONSECTARIVM II.

CXV. Nota autem altitudine ſolis meridiana H S uel H B, una cum declinatione, quae loco ſolis in ecliptica dato reſpondet, inde colligitur eleuatio aequatoris A H illi loco reſpondens, una cum complemento, ſiue eleuatione poli (§. 94) nempe declinatio auſtralis B A additur ad altitudinem meridianam H B, ſumma dabit eleuationem aequatoris H B + B A = H A. declinatio uero ſeptentrionalis A S detracta ab altitudine meridiana H S, relinquit itidem eleuationem aequatoris H A.

CONSECTARIVM III.

CXVI. Quod ſi ſtellarum fixarum quarundam declinatio nota ſit, et unius ex eiusmodi ſtellis altitudo meridiana obſeruetur, huius quoque adminiculo tam aequatoris quam poli altitudo ſupra quemcunque horizontem determinatur. conf. Tab. IX. inter Ludouicianas et Tab. 99. aſtron. reform. Riccioli.

PROBLEMA VII.

CXVII. *Data altitudine ſolis meridiana, et eleuatione aequatoris, inuenire locum*
F.15.) *ſolis in ecliptica.* Re-

Resolutio. Quoniam ex altitudine solis meridiana et eleuatione aequatoris, cognoscitur solis declinatio SD, (§. 109) hinc in △ rectangulo CDS, notis angulis D et C, (§. 94) cum latere SD, quaeritur hypotenusa CS, (§. 16. Trig. sph.) quae indicat distantiam solis a proximo puncto aequinoctiali. quare cum cognitus sit quadrans eclipticae, in quo sol uersatur, etiam gradus loci solis inde intelligitur.

Idem problema soluitur etiam ope tabulae declinationum graduum eclipticae, quam antea (§. 113) componere docui. siquidem in eadem datae declinationi locus solis in ecliptica adscriptus est.

DEFINITIO XXXV.

CXVIII. *Ortus et occasus astronomicus*, siue *ascensio et descensio stellae* uocatur, quando stellae motus ad horizontem et aequatorem refertur. *Ascensio* nempe est gradus aequatoris, qui cum puncto aliquo coeli simul oritur; *descensio* est gradus aequatoris, qui cum puncto coelesti occidit. Speciatim *ascensio* et *descensio recta* est gradus aequatoris, qui cum stella oritur uel occidit in sphaera recta, uel, quod idem est, (§. 97) qui cum stella per meridianum transit. *ascensio* uero et *descensio obliqua* est gradus aequatoris, qui cum stella in horizonte sistitur in sphaera obliqua. *Differentia ascensionalis* uel *descensionalis* est arcus aequatoris, qui inter punctum ascensionis uel descensionis rectae et

obliquae interiacet, siue est differentia ascensionis uel descensionis rectae et obliquae. Porro *ascensio* uel *descensio* uocatur *longa*, quando arcus aequatoris ascendens uel descendens maior est arcu eclipticae, cuius extremum cum extremo prioris simul ascendit uel descendit: *breuis*, quando arcus aequatoris ascendens uel descendens minor est arcu eclipticae. dum utriusque magnitudo a principio eclipticae aestimatur.

PROBLEMA VIII.

CXIX. *Data obliquitate eclipticae, inuenire cuiuslibet gradus eclipticae ascen-*
F. 15.) *sionem rectam.*

Resolutio. In △ rectangulo CSD datur angulus rectus D, et obliquus C, (§. 52.) una cum hypotenusa CS, siue arcu eclipticae, quaeritur CD, siue arcus aequatoris, cuius extremum D est ascensio recta gradui eclipticae S respondens. (§. 29. Trig. sph.) inferendo, ut Cosin. ang. C ad S. T. sic cotang. CS, ad cotang. cruris CD.

Quo artificio composita est tabula ascensionum rectarum pro singulis eclipticae gradibus, qualis in fine inter astronomicas secundo loco affertur.

CONSECTARIVM.

CXX. Sed quoniam cum arcu eclipticae, declinatio gradus dati nota est, (§. 113) hinc in △ CSD, per theorema commune etiam angulus

gulus S, quem meridianus eclipticam secans intercipit, inuenitur. (§. 37. Tr. sph.)

PROBLEMA IX.

CXXI. *Data eleuatione poli, cum declinatione et ascensione recta graduum eclipticae, inuenire cuiusuis gradus eclipticae ascensionem obliquam.*

Resolutio. 1. *Quando sol haeret in signo boreali.* (F. 16. M est ascensio recta, O obliqua, OM differentia ascensionalis. Quia in △ OSM, rectangulo ad M, praeter angulum O, (§. 94.) nota est declinatio MS, (§. 113). quaeritur OM, (§. 27. Trig. sph.) hac analogia: tang. O : tang. SM = S. T : sin. OM. haec differentia ascensionalis subtrahitur ab ascensione recta CM, et relinquitur CO arcus ascensionis obliquae.

2. *Quando sol est in signo australi.* ascensio recta est N, obliqua M, differentia asc. (F. 17. NM. iterum in △ rectang. ONM, iisdem, quae ante a memoraui, datis, simili analogia quaeritur NM (§. 27. Tr. sph.) et additur ad CN. asc. recta ut prodeat obliqua CM.

Quo artificio ab astronomis componuntur tabulae ascensionum obliquarum, pro diuersis poli eleuationibus, qualem pro Vitembergensi 51. gr. 52. m. in fine tertio loco dedi. plures huius generis affert STRAVCHIVS in Tabulis per uniuers. mathes. p. 330. sq. RICCIOLVS astr. reform. Tab. 32.

SCHOLION I.

CXXII. *Nihil memoro de descensione, quia recta descensio prorsus conuenit cum ascensione recta. descensio uero obliqua ex ascensione recta et differentia ascensionali colligitur. Siquidem in signis borealibus differentia ascensionalis additur ad ascensionem rectam, in signis meridionalibus illa ab hac subtrahitur, et utrobique descensio obliqua prodit, quemadmodum in globo coelesti clare potest commonstrari.*

SCHOLION II.

CXXIII. *Vsus ascensionum rectarum et obliquarum inprimis eo pertinet, ut tempus ortus et occasus, et morae sideris supra horizontem inde colligatur. quapropter, postquam de ascensionibus graduum eclipticae actum est, sequitur, ut, qua ratione eaedem, ad inueniendum tempus ortus et occasus solis, et ad definiendam diei et noctis longitudinem, adhibeantur, exponam. Verum hic nonnulla de tempore cum arcubus aequatoris comparando praemonenda sunt.*

PROBLEMA X.

CXXIV. *Partes aequatoris in horas et minuta diei primi mobilis, uel haec in illas conuertere.*

Resolutio. Si circulus primi mobilis (§. 6) omni motu proprio destitutus, intra 24 horas secundum ductum aequatoris circumactus fingatur, sequitur, quod illis 24 horis primi mobilis respondeat motus 360 graduum aequatoris. et hora una illius respondet 15 gr. huius. Vel uice uersa, si motus 15 graduum aequatoris aequiparatur uni horae primi mobilis, uel 60 minutis, 1 gradus aequipollet 4 minutis temporis. Hisque cognitis partes aequatoris cum tempore primi mobilis, uel hoc cum illis sequentem in modum componuntur. Tab.

Tab. I. Conu. Part. aequ. in tempus Pr. M.		
G M S	H I II	I II III
1	0	4
2	0	8
3	0	12
4	0	16
5	0	20
10	0	40
15	1	0
20	1	20
30	2	0
40	2	40
50	3	20
60	4	0
90	6	0
180	12	0
360	24	0

Tab. II. Conu. temporis Pr. Mob in Partes aequatoris.				
H	G	M S T	G I II	I II III
1	15	1	0	15
2	30	2	0	30
3	45	3	0	45
4	60	4	1	0
5	75	5	1	15
6	90	6	1	30
7	105	7	1	45
8	120	8	2	0
9	135	9	2	15
10	150	10	2	30
12	180	20	5	0
15	225	30	7	30
18	270	40	10	0
21	315	50	12	30
24	360	60	15	0

PROBLEMA XI.

CXXV. *Gradus et ſcrupula aequato in tempus diei ſolaris, et hoc in illos c uertere.*

Reſolutio. Notandum hic eſt ex doctr de motu ſolis proprio, quod ſol quolibet 59. m. 8. ſ. 20. t. et hora una 2. m. 28. ſ. ab o ſu in ortum promoueri uideatur. Quare ſi ſol motu communi uel diurno reuolutus, eodem momento ad meridianum, unde 24 horas cum puncto quodam primi mo

digressus fuit, redire possit, quo illud punctum primi mobilis ad meridianum appellit, quia, ob retrocessionem propriam per 59′. 8″ factam, hunc arcum, quo eo tempore, dum punctum primi mobilis post absolutam diurnam circumactionem ad meridianum reuertitur, sol a meridiano uersus ortum distat, adhuc debet percurrere, donec meridianum, in quo heri haeserat, iterum assequatur. Et cum haec solis retrocessio propria efficiat, ut horis singulis sol a puncto primi mobilis, cum quo a meridiano discesserat, 2′. 28″ recedat, et ex praecedente problemate constet, 15 gradus aequatoris respondere uni horae primi mobilis liquet 15°. 2′. 28″ aequatoris, uni horae solari aequipollere. si igitur inferatur;

$$15^{\circ}.\ 2'.\ 28'' : 1 = 1^{\circ} : 3'.\ 59''.\ 20'''\text{ Hor},$$

reperietur tempus solare, quod uni gradui aequatoris competit, eoque cognito, comparatio etiam reliquorum circuli aequinoctialis graduum et minutorum cum tempore solari, et uicissim huius cum illis, fieri poterit, prouti duae tabulae iam digestae uberius declarant.

Tab. III.

Tab. III.

Conu. temp. diei ☉ in partes aequ.

H	G	M	S
1	15	2	28
2	30	4	56
3	45	7	24
4	60	9	52
5	75	12	20
10	150	24	39
12	180	29	35
20	300	49	18
24	360	59	10

M S	G I	I II	II III	III IV
1	0	15	2	28
2	0	30	4	56
3	0	45	7	24
4	1	0	9	52
5	1	15	12	20
10	2	30	24	40
20	5	0	49	20
40	10	1	38	40
60	15	2	28	0

Tab. IV.

Conuert. part. aequ. in tempus d. ☉.

G M	H I II	M II III	S III IV	T IV V
1	0	3	59	20
2	0	7	58	40
3	0	11	58	1
4	0	15	57	21
5	0	19	56	41
6	0	23	56	1
7	0	27	55	21
8	0	30	54	41
9	0	35	54	2
10	0	39	53	22
15	0	59	50	3
20	1	9	46	44
30	1	59	40	6
60	3	59	20	12
90	5	59	0	18
180	11	58	0	36
360	23	56	1	12

PROBLEMA XII.

CXXVI. *Nota eleuatione poli et loco solis, huius arcum semidiurnum, uel longitudinem diei pro dato tempore inuenire.*

Resolutio. Casus 1. dum sol uersatur in signo septentrionali. Sit illo die solis diurnus circulus parallelus DLM. solis punctum oriens L, cui respondet ascensio recta N, et (F. 18.

 obli-

obliqua O, hae quaerantur in tabulis, et sumantur earum differentia ascensionalis ON, quae addita ad quadrantem AO, dabit AN, arcum aequatoris, qui semidiurno solis DL opponitur. (§. 30) Iste conuertatur in tempus diei solaris, ope Tab. IV. probl. praec. et cognoscetur longitudo diei dimidia. Duplum eius erit tota diei longitudo.

Casus 2. quando sol uersatur in signo australi. Sit punctum oriens G. arcus semidiurnus solis est TG, cui respondet arcus aequatoris AS. hic inuenitur, si sumatur ascensionis rectae S, et obliquae O, differentia SO, hae enim subducta ex quadrante AO, relinquitur AS. eodemque, uti ante factum fuit, in tempus solare conuerso, dimidia diei longitudo cognoscitur. duplum est longitudo diei tota, quae quaerebatur.

CONSECTARIUM.

CXXVII. Demta diei longitudine a 24 horis, superest *longitudo noctis.* praeterea dimidia diei longitudo indicat momentum *occasus solis*, et dimidia longitudo noctis, *tempus ortus solis* prodit. Eodem modo reperitur longitudo diei maximi et minimi, cum sol in superiore uel inferiore tropico, tanquam in circulo diurno, uersatur.

PROBLEMA XIII.

CXXVIII. *Obseruata solis altitudine extra meridianum, datisque insuper, eleuatione poli et loco solis in ecliptica, inuenire,*

re, quota hora diei, quotumque eius minutum fluat.

Resolutio. Caſ. 1. quando ſol eſt in aequatore. (F. 19. In △ AEZ rectangulo dantur (1) AZ complementum eleu. aequatoris, (2) EZ compl. altitudinis obſeruatae EC, et (3) angulus rectus ad A, quaeritur AE diſtantia ſolis a meridiano, inferendo; (§. 17. Trig. ſph.) Coſin. cruris AZ : S. T = Coſin. hypot. EZ: Coſin. AE. Hic arcus uerſus in tempus ſolare (§. 125.) oſtendit interuallum temporis, quo momentum obſeruationis a meridie diſtat, quare poſt meridiem notabit ipſam horam diei europaeam et eius minutum; ante meridiem uero tempus arcui AE reſpondens detrahitur ex horis 12, et ſupereſt hora antemeridiana, cum minutis, ſi qua adhaerent. Utrum autem antemeridianum uel poſtmeridianum tempus labatur, ſtatim ex incremento uel decremento altitudinis ſolis cognoſcitur. illud tantum ante meridiem, hoc poſt meridiem locum habere poteſt.

Caſus 2. quando ſol in ſigno boreali uerſatur. (F. 20. Soluendum eſt triangulum obliquum ZPS. in quo dantur (1) ZP diſtantia poli a zenith (2) PS compl. decl. DS, (§. 113) (3) ZS compl. altitudinis, quaeritur angulus P uel arcus AD, qui eſt eius menſura. ſolutionis leges ſuo loco (§. 43. Tr. ſph.) laudatae ſunt, commodo exemplo in lectionibus uberius illuſtrandae.

Caſus 3. ſi ſol in ſigno auſtrali in S uerſe- (F. 21. *tur.*

tur. Tum proceditur ad soluendum △ SMN, in quo dantur (1) SN summa altitudinis SL et quadrantis LN. quia N notat punctum nadir, (2) MN distantia nadir a polo meridionali = ZP, (3) SM complementum declinationis SK. quaeritur angulus SMN, uel eius complementum AMK, (§. 43. Tr. S.) eius mensura est arcus AK, qui distantiam solis a meridiano manifestat.

CONSECTARIVM.

CXXIX. Simili prorsus modo ex tempore dato potest solis supra horizontem altitudo determinari.

PROBLEMA XIV.

CXXX. *Tempus pro usu obseruationum astronomicarum accurate dimetiri.*

Resolutio. 1. Parandum est horologium oscillatorium, quod, praeter horas, minuta quoque prima et secunda horaria monstrat.

2. huius autem motus diligenter sic est corrigendus, donec horologium tempus solis medium rite indicet, quod fit, si aliquoties obseruetur transitus alicuius fixae per meridianum ope trianguli filaris (§. 45) uel, quod melius est, ope telescopii, in plano meridiani mobilis, ubi in foco lentis ocularis fila decussatim extensa axis punctum ostendunt. Cum enim constet, fixas supra motum medium diurnum solis, quotidie 3 m. 55 s. 54 t. accessum ad meridianum accelerare, si tantundem motus horologii, supra circumactiones fixarum obseruatas singulas

las retardetur, (uel si, absoluta una fixae circumactione diurna, horologium monstret 23 h. 56 m. 4 s.) tum bene medio solis motui est accommodatum, sin minus, tamdiu eleuatione uel depressione ponderis penduli (acceleratur enim motus horologii, pondere nonnihil eleuato, retardatur, eodem parum demisso) motus horologii est emendandus, donec cum motu solis medio consentiat. quomodo uero motus hic horologii medius ad inueniendum uerum solis motum et tempus possit inseruire, infra in theoria solis explicabitur. (§. 41. sq. theor.)

SCHOLION.

CXXXI. *De perfectionibus et imperfectionibus, et cautionibus circa horologii oscillatorii usum adhibendis copiosius agunt, CHRISTIANVS HVGENIVS, eius inuentor, in tr. de horologio oscillatorio, siue in demonstrationibus geometricis de motu pendulorum ad horologia aptato. Paris. 1673. f. DE LA HIRE Comment. Ac. R. Par. 1700. p. 207. 1703. p. 344. et de usu tab. Ludou. p. 73. 102. ANON. ANGLVS in tr. der kunstreiche Uhrmacher. ed. cum gnomonica Welperi. LEVTMANN. Tr. de horologiis. De pendulo solitario, et eius usu pro scrupulis secundis horariis metiendis, uid. GALIL. Syst. Cosm. p. 220. RICCIOL. Alm. II. 20. HEVEL. machin. coel. P. I. p. 363.*

PROBLEMA XV.

CXXXII. *Ascensionem rectam stellarum inuenire.*

Resolutio. 1. Obseruetur solis altitudo meridiana, (§. 70) et inde eruatur eius declinatio, (§. 109) et ascensio recta. (§. 119)

2. Eo

2. Eo momento, quo solis centrum in meridiano conspicitur, index horologii oscillatorii dirigatur ad monstrandum meridiem: uel annotetur saltem differentia a meridie.

3. Proxima uespera obseruetur etiam stella, cuius ascensio R. quaeritur, in meridiano. (§. 70.) et notetur tempus ab horologio indicatum. (habita tamen ratione notata antea differentiae a meridie, addendae ad tempus postea obseruatum, uel subtrahendae, prouti differentia praecessit meridiem uel secuta est.)

4. Tempus illud solare conuertatur in partes aequatoris, (§. 125) et ad ascensionem rectam solis addatur, summa minor 360 gr. ascensionem R. stellae prodet. si uero summa maior est 360 gr. excessus supra integrum circulum pro asc. R. seruetur. id quod globi coelestis adminiculo ad oculum potest ostendi.

PROBLEMA XVI.

CXXXIII. *Data unius stellae ascensione recta, inuenire asc. R. aliarum stellarum, quarum distantia et declinatio nota est.*

F.22.) *Resolutio.* 1. Inquiratur in stellarum, quarum differentia ascensionis rectae quaeritur, declinationes. (§. 109)

2. Deinde ope quadrantis uel sextantis obseruetur stellae L, cuius asc. R. quaeritur, distantia, ab illa S, cuius asc. R. iam nota est. quo facto cognoscitur arcus S L.

3. Quia

3. Quia notae sunt declinationes SA, LE, earum complementa ad quadrantem SP, LP, ignorari nequeunt. quare in △ obliquo SPL notis tribus lateribus, quaeritur angulus P. (§. 43. Tr. S.) cuius mensura est arcus aequatoris AE, qui differentiam ascensionum rectarum indicat. Arcus nempe AE additur ad asc. R. stellae S, si L plus distat a principio arietis, quam S, subtrahitur in casu contrario, (§. 118) et utrobique asc. R. stellae L prodibit.

CONSECTARIUM.

CXXXIV. Si stella fuerit in aequatore in E, uel infra eundem in O, soluenda sunt △△ SPE, SPO.

DEFINITIO XXXVI.

CXXXV. *Culminatio* stellae uocatur accessus eiusdem ad partem meridiani superiorem. *Mediatio*, item *medium*, uel *culmen coeli* dicitur gradus eclipticae, qui stellam culminantem per meridianum comitatur. quod si datum punctum coeleste sit in ipsa ecliptica, tum punctum aequatoris una meridianum transiens, siue ascensio recta, est eiusdem culmen coeli.

DEFINITIO XXXVII.

CXXXVI. *Elongatio* a meridiano est distantia stellae ab eodem, mensurata arcu aequatoris, qui interea, dum stella a meridiano digreditur, per eundem fuit promotus.

CONSECTARIUM.

CXXXVII. Elongatio solis a meridiano in-

notescit cum tempore, quod a proximo meridie est elapsum, uel quo sol ab instante meridie distat. illud enim conuersum in arcum aequatoris (§. 125) distantiam a meridiano prodit.

PROBLEMA XVII.

CXXXVIII. *Data altitudine stellae, cuius nota est declinatio, et ascensio R., dataque eleuatione poli et asc. R. solis, inuenire stellae elongationem a meridiano, et horam noctis.* (F. 20.)

Resolutio. 1. Obseruetur stellae extra notabilis refractionis periculum positae, (§. 76) altitudo SL. hac cognita in △ SPZ dantur (1) SZ compl. altitudinis, (2) SP. compl. declinationis. (3) PZ distantia zenith a polo (§. 94) ex his quaeritur angulus P, (§. 43. Tr. S.) cuius mensura AD est stellae *elongatio* a meridiano.

2. Arcus elongationis AD, subducatur ex asc. R. stellae, si haec fuerit in hemisphaerio orientali, uel addatur eidem in casu contrario et utroque casu cognoscitur asc. R. medii coeli. (s. puncti eclipticae, quod eo tempore est sub meridiano)

3. Ab asc. R. medii coeli subtrahatur ascensio R. solis, additis 360 gr. si opus fuerit, residuum conuertatur in tempus solare, (§. 125) et innotescet tempus a praecedente meridie praeterlapsum.

CONSECTARIVM.

CXXXIX. Vicissim pro dato tempore inuenitur

nitur stellae altitudo, datur enim tum elongatio a meridiano, siue arcus AD, et oppositus eidem angulus P, notisque lateribus intercipientibus ZP, SP, quaeritur ZS compl. altitudinis SL. (§. 41. Tr. sp.).

PROBLEMA XVIII.

CXL. *Inuenire tempus, quo stella fixa, cuius ascensio R. nota est, culminat supra horizontem datum.*

Resolutio. 1. Quaeratur asc. R. solis pro illo die, quo stellae culminatio desideratur. (§. 119)

2. Haec a data ascensione R. stellae culminaturae subtrahatur, additis ad eam, si opus sit, 360 gr. residuum est elongatio solis a meridiano, pro tempore culminationis stellae.

3. qua conuersa in tempus solare (§. 125), innotescunt horae et minuta, quae a meridie proxime praeterito effluxerunt. ex quibus, qua hora stella interdiu uel noctu culminatura uel in meridiano futura sit, elucescet.

PROBLEMA XIX.

CXLI. *Data eleuatione poli et declinatione stellae, inuenire huius differentiam ascensionalem.* (F. 23.

Resolutio. In △ OSL rectangulo ad L, datur declinatio SL, cum angulis L et O, quaeritur OL. (§. 27. Tr. S.)

CONSECTARIVM

CXLII. Si nota fuerit eiusdem stellae ascensio recta, (§. 132) et stella habeat declinationem

ſeptentrionalem, differentia aſcenſ. ex aſc. R. ſubtrahitur, ſi uero decl. ſit auſtralis, eidem additur, et *aſcenſio obliqua ſtellae* cognoſcitur.

PROBLEMA XX.

CXLIII. *Inuenire arcum ſemidiurnum et tempus morae dimidiae ſtellae ſupra horizontem.*

Reſolutio. 1. Si declinatio ſtellae ſit borealis, differ. aſcenſionalis O L, additur ad quadrantem aequatoris A O; ſi uero declinatio ſit auſtralis E M, differ. aſcenſ. E O ſubtrahitur a quadrante A O, et utroque caſu innoteſcet arcus aequatoris A L, uel A E, reſpondens arcui ſemidiurno ſtellae D S uel I M.

2. Hic arcus conuerſus in tempus ſolare, (§. 125) ipſum tempus morae dimidiae ſtellae ſupra horizontem indicabit.

CONSECTARIVM.

CXLIV. Si ad tempus culminationis addatur dimidia mora ſtellae ſupra horizontem, tempus occaſus a ſumma ſignificatur. Si uero a momento occaſus, XII horis aucto, mora tota ſtellae ſupra horizontem ſubtrahatur, ſupererit momentum ortus.

PROBLEMA XXI.

CXLV. *Inuenire quantitatem refractionis ſtellarum, pro quacunque ſtellarum altitudine.*

Reſolutio. 1. Eligatur ſtella, quae, dum culminat, haud procul a uertice abeſt.

2. In-

2. Inquiratur in ueram eius altitudinem humiliorem, quae eandem refractioni notabili reddit obnoxiam, pro tempore assumto. (§. 139.) assumitur autem tempus momento ortus uel occasus stellae uicinum. (§. 144)

3. Inuento tempore, obseruetur stellae altitudo uisa, quae maior est uera ob refractionem. (§. 77.)

4. Itaque altitudo uera dematur a uisa, et differentia indicabit refractionis magnitudinem.

DEFINITIO XXXVIII.

CXLVI. *Longitudo* uel *locus astronomicus* stellae, uocatur arcus eclipticae, inter principium arietis, et quadrantem, qui ex polo eclipticae per stellam usque ad eclipticam ducitur, intermedius. (F. 24.) C G est longitudo stellae S. uel saltem indicatur gradus eclipticae G, quem quadrans I S G attingit, qui gradus *longitudo discreta* nominatur.

DEFINITIO XXXIX.

CXLVII. *Latitudo* est distantia stellae ab ecliptica, uersus boream uel uersus austrum positae, S G, s g, mensurata portione quadrantis, ex polo eclipticae per stellam ad eclipticam usque ducti, qui *quadrans latitudinis* solet uocari. diuiditur latitudo in *borealem* S G et *australem* s g, prout uel in boreali uel australi respectu eclipticae hemisphaerio stella deprehenditur.

PROBLEMA XXII.

CXLVIII. *Datis, declinatione et ascen-*

ſione recta ſtellae, nèc non obliquitate eclipticae, inuenire illius latitudinem et longitudinem.

F.25.) *Reſolutio. Pro latitudine DS.*

1. In △ HGC dantur (1) rectus angulus H, (2) ang. C. obliqu. ecl. (3) HC compl. aſcens. R. ad ſemicirculum, quaeritur crus HG (§. 26. Tr. S.)

2. quia HS eſt nota ſtellae declinatio, ſubtrahatur inde HG, reſtat SG.

3. quaeratur hypot. GC. (§. 16. Tr. S.) et angulus G. (§. 12 et 39. Tr. S.) cui opponitur uerticalis aequalis.

4. Porro in △ DSG rectangulo ad D, comparatione oppoſitorum, D : SG = G : DS inueniatur *latitudo DS.*

Pro Longitudine.

1. In eodem △ DSG quaeratur portio DG. (§. 27. Tr. S.)

2. haec addatur noto arcui GC, et producetur DC complementum longitudinis ad ſemicirculum, unde ipſa *longitudo* continua uel diſcreta innoteſcit.

Reliqui caſus ex hoc facile diiudicantur, modo ſphaera coeleſtis ante oculos ſiſtatur, ut datorum et quaeſitorum mutua poſitio diſtinctius repraeſentetur.

SCHOLION.

CXLIX. *Tali artificio aſtronomi admiranda ſolertia catalogum ſtellarum praecipuarum digeſſerunt. quo labore primus perfunctus eſt HIPPARCHVS, qui ſtellis* 1022 *latitudinem et longitudinem adſcripſit,*

quibus

quibus PTOLEMAEVS, qui Hipparchi catalogum posteris seruauit, quatuor insuper stellarum loca adiecit. ULVGBEIGH Tartarus, magni Tamerlanis nepos, 1017 stellas propriis obseruationibus in indicem ad a. Chr. 1437. redegit. TYCHO, astronomiae instaurator, accuratiorem catalogum fixarum mille composuit, quem KEPLER sub finem Rudolphinar. p. 105. affert. HEVELIVS, uti supra dixi (§. 12) stellas 1888. in catalogo suo enumerat, assumtis uempe australibus ab Halleio primum obseruatis. Denique IO. FLAMSTEDIVS omnium antecessorum industriam superare annisus est, condito catalogo Britannico 3000 fixarum, in quibus tamen plurimae telescopiis tantum conspicuae notantur. v. Pars III. Historiae coelestis Britann. ed. Londini 1725. f. plura de hac re tradunt HEVEL. Prodr. astron. GREGORIVS astron. phys. et geom. p. 166. et KEIL introd. in ueram astron. p. 54.

CONSECTARIVM.

CL. Si sphaera materialis paretur, et in eadem aequator et ecliptica, cum polis suis, situ debito signentur, et singuli in 360 gradus diuidantur, posset beneficio latitudinis et longitudinis cuiuis stellae locus competens in illa sphaera tribui. Enimuero solent loca stellarum astronomica in chartaceis retibus exhiberi, ut his in sphaera agglutinatis ipsa coeli facies compendiosius ob oculos ponatur. conf. *Doppelmaieri* contin. 3. officinae mathem. Bionis. c. 1. quare cum tales sphaerae aequo ubique pretio uenales extent, de compositione earum latius agere superuacaneum duco.

SCHOLION I.

CLI. *Sed tamen cum sphaerae, in quarum superficie ecliptica et aequator inscribuntur, temporis progressu uitium contrahant, siquidem, ob praecessionem*

punctorum aequinoctialium, fixarum situs intra 70 fere annos uno gradu in consequentia promouetur, ut suo loco dicemus, et sint etiam alia, quae in illis iure desiderantur, ideo ERHARDVS WEIGELIVS laudabili instituto sphaeras coelestes ex metallicis laminis fieri, et stellarum puncta, pro diuersa magnitudine apparente, foraminibus pertusis repraesentari, eclipticam uero mobilem applicari curauit, et astrodicticum pro stellis discernendis meridiano imposuit, globosque coelestes ita emendatiores reddidit, de quibus ipse auctor tum peculiari schediasmate germ. tum in descriptione globor. Heraldicor. sphaericae Euclideae praemissa fusius edisseruit.

SCHOLION II.

CLII. *Postquam hucusque de punctis coelestibus, ad horizontem,* (§. 67-106) *aequatorem,* (§. 107-117) *horizontem et aequatorem simul,* (§. 118-134) *ad meridianum,* (§. 135-144) *nec non ad eclipticam* (§. 146-151) *relatis, actum fuit, superest, ut sigillatim, de relatione stellarum ad solem horiz*[illegible]*i uicinum, exponam; qua quippe olim poetae et rei rusticae scriptores ueteres tempora anniuersaria haud inepte distinguere consueuerunt.*

DEFINITIO XL.

CLIII. Scilicet *ortus* et *occasus poeticus* est, quando stella ad solem et horizontem refertur. est autem triplex. 1. *Ortus cosmicus*, quando stella oritur simul cum sole oriente. *occasus cosmicus*, quando stella occidit, sole e regione oriente. et generatim hic *ortus et occasus* dicitur *matutinus*. 2. Huic opponitur *Ortus* et *occasus acronychus*, siue *uespertinus*, nempe *ortus acronychus* est, quando punctum coeleste sub principium noctis, sole opposito descendente, oritur. *occasus acronychus*, quan-

quando punctum coeli una cum sole infra horizontem conditur. 3. Denique his accedit *ortus* et *occasus stellarum improprie sic dictus*, quando stella non ad horizontem, sed ad radios solares, e quibus emergit, uel in quos immergitur, refertur. Vocatur enim *occasus heliacus*, quando stella hactenus in coelo noctu uisa, iam solis uicini splendore occultatur. et *ortus heliacus* est, cum stella, quae hactenus intra uicini solis radios latuit, iam iterum ex illis emergit et apparet.

CONSECTARIVM I.

CLIV. Etiam horum ortuum et occasuum momenta accuratius trigonometrice possunt inuestigari, uerum cum id laboriosa ambage praestare operae pretium non uideatur, sufficit, si globi coelestis adminiculo haec comparatio instituatur. Itaque adducto loco solis ad horizontem ortiuum, stellae, quae una ibi haerent, habent ortum cosmicum, aliae autem e regione cosmice occidunt. similiter, si locus solis in occasu statuatur, stellae, quae una occidunt, acronychum occasum, quae in opposita meridiani parte oriuntur, acronychum ortum habent. Atque sic quidem pro dato anni tempore ortus et occasus matutini et uespertini quaeruntur. Vicissim, si stella assumatur, et tempus, quo illa matutinum uel uespertinum ortum et occasum celebratura sit, indagetur, non alia re opus est, quam ut, stella ad horizontem adducta, notetur gradus eclipticae, uel una

oriens, uel ex oppoſito occidens, et huic competens dies e calendario horizontis aſſignetur.

CONSECTARIVM II.

CLV. Quantum attinet ad ortum et occaſum heliacum, ille non omnibus ſideribus eadem ratione contingit. quae enim copioſiore luce praedita ſunt, illa non niſi a ſole uiciniore occultari poſſunt. reliqua minus illuſtria etiam ſolis remotioris fulgore obumbrantur. experientia aſtronomi didicere, tales requiri ſolis profunditates, ut ſidus iuxta horizontem poſitum a radiis ſolis liberetur, et heliace oriatur, nempe ♀ 5 gr. ♃ et ☿ 10 gr. ♄ 11 gr. ♂ 11½ gr. fixae primae magnitudinis 12 gr. ſecundae 13. tertiae 14 gr. etc. profunditatem ſolis (quam *arcum fulſionis* uel *apparitionis* uocare ſolent.) poſtulant, ut prope horizontem, infra quem ſol latet, conſpici queant. His profunditatis gradibus ſi ſphaera coeleſtis accommodetur, monſtrabit ſtellas, quae heliace oriuntur uel occidunt. Latius tractat hoc argumentum, et poetarum aliorumque ſcriptorum ueterum loca, quae huc pertinent, illuſtrat RICCIOLVS Almag. P. I. p. 468.

DEFINITIO XLI.

CLVI. *Crepuſculum* uocatur prima lux, quae ante ortum ſolis, et ultima, quae poſt eius occaſum prope horizontem apparet.

OBSERVATIO V.

CLVII. *Docet autem experientia, crepuſcu-*

pusculorum durationem admodum esse uariabilem. nam diuturniora sunt uespertina matutinis, et aestiua hibernis. quin aestate, cum sol prope solstitialia puncta uersatur, in sphaera obliqua, ubi eleuatio poli maior est, circiter quadraginta octo gradibus, crepusculum per totam noctem cernitur, et ubi sphaerae situs ad parallelam appropinquat, ibi per duos pluresue menses claritas aeris prope horizontem noctu resplendescit.

CONSECTARIVM.

CLVIII. Cum itaque manifestum sit, lucem illam crepuscularem a sole infra horizontem condito ad nos peruenire, unde directos mittere ultra finitorem radios nequit, (§. 22. opt.) sequitur, radios solis directos SB a particulis atmosphaerae B, tam reflexione quam refractione inclinatos ad spectatoris A oculum propagari. ex quo intelligitur, cur diutius duret crepusculum uesperi et aestate, quia nempe tum expansa a solis calore atmosphaera attollitur, ut citius lucem illius intercipere et inflectere possit. F.26.

SCHOLION I.

CLIX. *Quod dixi de refractione, eiusque potestate, ad mutandam uiam radiorum, a sole infra horizontem posito, recta in atmosphaeram nostram emissorum, hodie quidem omni dubitatione caret. at enim uero ueteres quidam illa neglecta, cum putarent, radium SB, qui primus a sole in aerem supra horizontem potest penetrare, inde ex B tanquam a speculo caso reflecti uersus A, ut anguli ABC et CBH*

sint aequales, (§. 7. 8. *Catoptr.*) *hac opinione occupati, spem conceperunt, inueniendae ex duratione crepusculorum altitudinis aeris terram ambientis. nam posito angulo* RBS = 18 *gr. pro profunditate solis, cum incipit crepusculum uel desinit, contiguus* ABH *foret* = 180 − 18 = 162 (§. 45. *geom.*) *et* CBH = 81, *assumtaque semid. terr.* CH 860. *mill. Germ. aliunde nota*, (§. 17) *reperiretur linea* CB *circiter* 871. *Mill.* G. (§. 42. *Tr. pl.*) *et* GB = 11 *Mill.* G. *uerum quia multiplici reflexioni et refractioni obnoxius est radius, antequam ad* B *pertingat, apparet, solutionis postulata laudatae neqnaquam esse talia, ut absque haesitatione admitti queant. conf.* VARENII *Geogr. gener. c.* 19. *prop.* 37. WEIGELIVS *ex duratione crepusculi altitudinem aeris* 4. *Mill.* G. *colligit. Sphaer. euclid. p.* 100.

SCHOLION II.

CLX. KEPLERVS *epit. astron. copern. L.* 1. *p.* 73. *sq. adhuc aliam crepusculorum causam coelestem, pro explicandis illorum phaenomenis, admittendam censet, nempe auram aethereram soli proxime circumfusam, ad amplitudinem aliquot graduum splendentem ob solis uiciniam, alias magis alias minus, quae tempus aliquod occupat oriendo, donec tandem sol ipse oriatur, uel occidendo, postquam sol ante iam horizontem subiit. Vt hac posita causa ostendi possit; cur lux crepusculina in arcum diffundatur, et sensim paulatimque crescat uel minuatur. Postea summus astronomus* CASSINI *obseruationibus plurimis comprobauit, utique solem ab utroque latere lumen aliquod, secundum eclipticam fere diffusum, lentiformi figura, prope horizontem* 30 *uel plures gradus latum, et in extremam cuspidem contractum, comitari, cuius claritas uiae lacteae haud est absimilis, quodque mane inprimis post aequinoctium auctumnale, mense octobri, et uesperi exeunte Februario, nocte serena sed illuni distinctius apparet, et ueteribus quoque philosophis haud ignotum fuit. v.* SENECAE *qu. nat. L.* 7. *c.* 5. ARISTOT. *meteor. L.* 1. *c.* 6. *quemadmodum latius de eodem disserit in tr., cui tit. decouverte de la lumiere celeste qui paroit dans le zodiaque. ed. a.* 1685.

Paris.

Paris. f. v. Recueil d' observations. n. 6. add. Act. Erud. L. a. 1683. p. 274. et nuper demum ingeniosissimus uir DN. DE MAIRAN dans le traité physique et historique de l' aurore boreale. Paris 1733. 4. non solum luminis zodiacalis et atmosphaerae solaris phaenomena plenius et luculentius descripsit, sed etiam illius in excitanda producendaque aurora boreali uim uberius, magnoque reconditae eruditionis physicae et mathematicae apparatu declarare annisus est.

PROBLEMA XXIII.

CLXI. *Inuenire profunditatem solis infra horizontem, quae crepusculi matutini initio, uel uespertini fini respondet.*

Resolutio. 1. Eo tempore, quo lux (F. 27) crepera in horizonte mane primum apparet, uel uesperi ultimo euanescit, capiatur altitudo stellae cuiusdam, (§. 69) cuius nota est declinatio et ascensio recta, et inde colligatur hora noctis. (§. 138)

2. Loco quoque solis noto, quaeratur tempus ortus ejusdem et semidiurnum. (§. 126. 127)

3. Datis loco solis, et eius declinatione SD, innotuerunt (1) PS complementum declinationis, (2) ZP distantia zenith et poli. (§. 94) (3) arcus horarius SE conuersus in gradus, (§. 125) additus arcui semidiurno ME (§. 126) manifestat arcum aequatoris AD, qui est mensura anguli P. quaeritur SY portio circuli uerticalis, quae depressionem solis infra horizontem metitur. Sed quia in △ ZPS, arcus ignotus ZS quadrante maior est, loco illius resoluatur △ SGF, ubi dantur (1) angulus G compl. ang. P. (2) GF distantia nadir et poli

(2)

(3) GDS compositus arcus ex GD = 90 gr. et DS declin. solis. quaeritur FS complem. profunditatis solis. (§. 41. Tr. S.)

SCHOLION.

CLXII. *Hoc modo uariis obseruationibus compertum fuit, crepusculum incipere uel desinere, quando sol habet profunditatem* 16. 17. 18. *imo* 20 *graduum. v. RICCIOL Alm. P. I. p.* 39.

PROBLEMA XXIV.

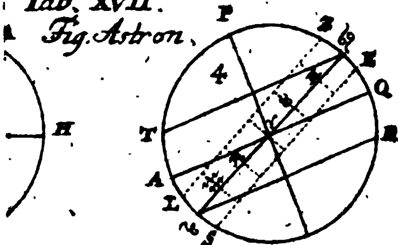
CLXIII. *Data eleuatione aequatoris et poli, inuenire tempus, quo crepusculum perpetuum tota nocte durat.*

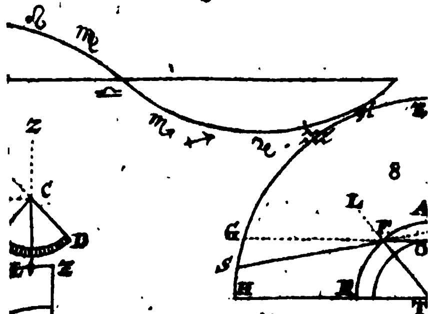
Resolutio. A profunditate aequatoris (§. 94) subducantur 18 gradus, et relinquitur declinatio borealis, cui aequalem uel illa maiorem dum sol signa septentrionalia peragrans, habet, crepusculum tota nocte durat. quaesita ergo declinatio in tabulis indicabit gradus eclipticae a puncto solstitiali aestiuo utrimque aequaliter remotos, in quibus dum sol uersatur, crepusculum perpetuum incipit uel desinit. His gradibus in ephemeridibus dies calendarii adscripti sunt, in quibus initium uel finis crepusculi perpetui contingit, quibus cognitis, una tempus intermedium, quo crepusculum pernox cernitur, innotescit.

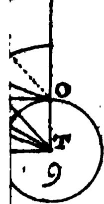
SCHOLION.

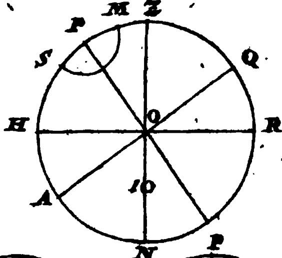
CLXIV. *Enarrata hactenus astronomiae sphaericae problemata auxilio sphaerae coelestis compendiose, etsi minus accurate, soluuntur. Modus autem tractandi hoc instrumentum, ut punctorum coelestium situm ad suos limites relatum, ob oculos ponat, tum ex definitio-*

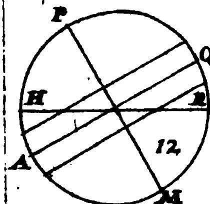
Tab. XVII.
Fig. Astron.

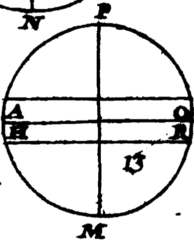




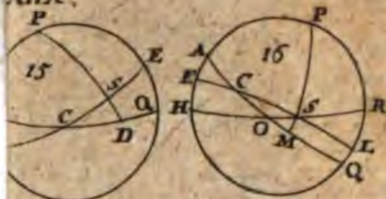




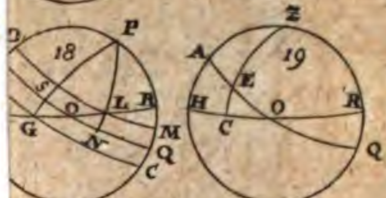




XIIX.



P
15
E
S
C
Q
D
A
16
P
E
C
H
S
R
O
M
L
Q



18
P
S
O
L
R
G
N
M
Q
C
Z
A
19
E
H
O
R
C
Q



Z
P
21
K
R
L
Q
X
N
P
L
22
A
E
Q
O
M



L
C
G
Q
24
P
E
I
D
A
Q
H
25
L



B
Z
M
P
A
H
O
E
V
R
N
D
Q
27
G
F

finitionibus, quae suis locis explicatae sunt, tum etiam ex generali de themate coeli propositione, (§. 100.) *luculenter satis intelligitur, insuperque in lectionibus exemplis amplius monstrari potest, ut iam de eo plura uerba facere, opus haud uideatur.*

ASTRONOMIAE
PARS II.
THEORICA.

CAPVT I.
DE
SYSTEMATE MVNDI ET ADSPECTIBVS PLANETARVM.

DEFINITIO I.

I. *Systema mundi* est hypothesis astronomorum, de ordine, siue loco, situque mutuo corporum mundanorum, maxime planetarum.

CONSECTARIVM.

II. Talis opinio, de coelorum orbibus ordinandis, non solum solerti et multiplici obseruationum comparatione, primum hominibus innotuit, sed etiam ad earundem fidem perpetuo exigi et emendari debet: et quamdiu de uera uniuersi dispositione nobis non constat, illud systema iure reliquis praefertur, quo posito,

oriens, uel ex opposito occidens, et huic competens dies e calendario horizontis assignetur.

CONSECTARIVM II.

CLV. Quantum attinet ad ortum et occasum heliacum, ille non omnibus sideribus eadem ratione contingit. quae enim copiosiore luce praedita sunt, illa non nisi a sole uiciniore occultari possunt. reliqua minus illustria etiam solis remotioris fulgore obumbrantur. experientia astronomi didicere, tales requiri solis profunditates, ut sidus iuxta horizontem positum a radiis solis liberetur, et heliace oriatur, nempe ♀ 5 gr. ♃ et ☿ 10 gr. ♄ 11 gr. ♂ $11\frac{1}{2}$ gr. fixae primae magnitudinis 12 gr. secundae 13. tertiae 14 gr. etc. profunditatem solis (quam *arcum fulsionis* uel *apparitionis* uocare solent.) postulant, ut prope horizontem, infra quem sol latet, conspici queant. His profunditatis gradibus si sphaera coelestis accommodetur, monstrabit stellas, quae heliace oriuntur uel occidunt. Latius tractat hoc argumentum, et poetarum aliorumque scriptorum ueterum loca, quae huc pertinent, illustrat RICCIOLVS Almag. P. I. p. 468.

DEFINITIO XLI.

CLVI. *Crepusculum* uocatur prima lux, quae ante ortum solis, et ultima, quae post eius occasum prope horizontem apparet.

OBSERVATIO V.

CLVII. *Docet autem experientia, crepuscu-*

pusculorum durationem admodum esse uariabilem. nam diuturuiora sunt uespertina matutinis, et aestiua hibernis. quin aestate, cum sol prope solstitialia puncta uersatur, in sphaera obliqua, ubi eleuatio poli maior est, circiter quadraginta octo gradibus, crepusculum per totam noctem cernitur, et ubi sphaerae situs ad parallelam appropinquat, ibi per duos pluresue menses claritas aeris prope horizontem noctu resplendescit.

CONSECTARIVM.

CLVIII. Cum itaque manifestum sit, lucem illam crepuscularem a sole infra horizontem condito ad nos peruenire, unde directos mittere ultra finitorem radios nequit, (§. 22. opt.) sequitur, radios solis directos SB a particulis atmosphaerae B, tam reflexione quam refractione inclinatos ad spectatoris A oculum propagari. ex quo intelligitur, cur diutius duret crepusculum uesperi et aestate, quia nempe tum expansa a solis calore atmosphaera attollitur, ut citius lucem illius intercipere et inflectere possit. F.26.

SCHOLION I.

CLIX. *Quod dixi de refractione, eiusque potestate, ad mutandam uiam radiorum, a sole infra horizontem posito, recta in atmosphaeram nostram emissorum, hodie quidem omni dubitatione caret. at enim uero ueteres quidam illa neglecta, cum putarent, radium SB, qui primus a sole in aerem supra horizontem potest penetrare, inde ex B tanquam a speculo cauo reflecti uersus A, ut anguli ABC et CBH*

 fint

sint aequales, (§.7.8. *Catoptr.*) *hac opinione occupati, spem conceperunt, inueniendae ex duratione crepusculorum altitudinis aeris terram ambientis. nam posito angulo RBS* = 18 *gr. pro profunditate solis, cum incipit crepusculum uel desinit, contiguus ABH foret* = 180 — 18 = 162 (§. 45. *geom.*) *et CBH* = 81, *assumtaque semid. terr. CH* 860. *mill. Germ. aliunde nota*, (§.17) *reperiretur linea CB circiter* 871. *Mill.* G. (§.42. *Tr. pl.*) *et GB* = 11 *Mill. G. uerum quia multiplici reflexioni et refractioni obnoxius est radius, antequam ad B pertingat, apparet, solutionis postulata laudatae neqvaquam esse talia, ut absque haesitatione admitti queant. conf.* VARENII *Geogr. gener. c.* 19. *prop.* 37. WEIGELIVS *ex duratione crepusculi altitudinem aeris* 4. *Mill. G. colligit. Sphaer. euclid. p.* 100.

SCHOLION II.

CLX. KEPLERVS *epit. astron. copern. L.* 1. *p.* 73. *sq. adhuc aliam crepusculorum causam coelestem, pro explicandis illorum phaenomenis, admittendam censet, nempe auram aetheream soli proxime circumfusam, ad amplitudinem aliquot graduum splendentem ob solis uiciniam, alias magis alias minus, quae tempus aliquod occupat oriendo, donec tandem sol ipse oriatur, uel occidendo, postquam sol ante iam horizontem subiit. Vt hac posita causa ostendi possit; cur lux crepusculina in arcum diffundatur, et sensim paulatimque crescat uel minuatur. Postea summus astronomus* CASSINI *obseruationibus plurimis comprobauit, utique solem ab utroque latere lumen aliquod, secundum eclipticam fere diffusum, lentiformi figura, prope horizontem* 30 *uel plures gradus latum, et in extremam cuspidem contractum, comitari, cuius claritas uiae lacteae haud est absimilis, quodque mane inprimis post aequinoctium auctumnale, mense octobri, et uesperi exeunte Februario, nocte serena sed illuni distinctius apparet, et ueteribus quoque philosophis haud ignotum fuit. v.* SENECAE *qu. nat. L.* 7. *c.* 5. ARISTOT. *meteor. L.* 1. *c.* 6. *quemadmodum latius de eodem differit in tr., cui tit. decouverte de la lumiere celeste qui paroit dans le zodiaque. ed. a.* 1685.

Paris.

Paris. f. v. Recueil d' observations. n. 6: add. Act. Erud. L. a, 1683. p. 274. et nuper demum ingeniosissimus uir DN. DE MAIRAN dans le traité physique et historique de l' aurore boreale. Paris 1733. 4. non solum luminis zodiacalis et atmosphaerae solaris phaenomena plenius et luculentius descripsit, sed etiam illius in excitanda producendaque aurora boreali nimis uberius, magnoque reconditae eruditionis physicae et mathematicae apparatu declarare annisus est.

PROBLEMA XXIII.

CLXI. *Inuenire profunditatem solis infra horizontem, quae crepusculi matutini initio, uel uespertini fini respondet.*

Resolutio. 1. Eo tempore, quo lux (F. 27.) crepera in horizonte mane primum apparet, uel uesperi ultimo euanescit, capiatur altitudo stellae cuiusdam, (§. 69) cuius nota est declinatio et ascensio recta, et inde colligatur hora noctis. (§. 138)

2. Loco quoque solis noto, quaeratur tempus ortus eiusdem et semidiurnum. (§. 126. 127)

3. Datis loco solis, et eius declinatione SD, innotuerunt (1) PS complementum declinationis, (2) ZP distantia zenith et poli. (§. 94) (3) arcus horarius SE conuersus in gradus, (§. 125) additus arcui semidiurno ME (§. 126) manifestat arcum aequatoris AD, qui est mensura anguli P. quaeritur SY portio circuli uerticalis, quae depressionem solis infra horizontem metitur. Sed quia in △ ZPS, arcus ignotus ZS quadrante maior est, loco illius resoluatur △ SGF, ubi dantur (1) angulus G compl. ang. P. (2) GF distantia nadir et poli

(2)

(3) GDS compoſitus arcus ex GD = 90 gr. et DS declin. ſolis. quaeritur FS complem. profunditatis ſolis. (§. 41. Tr. S.)

SCHOLION.

CLXII. *Hoc modo uariis obſeruationibus compertum fuit, crepuſculum incipere uel deſinere, quando ſol habet profunditatem* 16. 17. 18. *imo* 20 *graduum. v. RICCIOL Alm. P. I. p.* 39.

PROBLEMA XXIV.

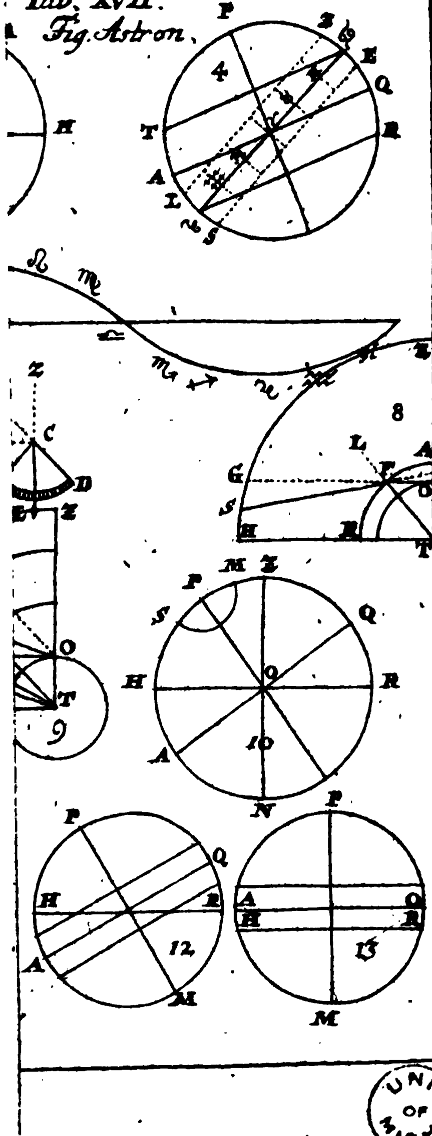
CLXIII. *Data eleuatione aequatoris et poli, inuenire tempus, quo crepuſculum perpetuum tota nocte durat.*

Reſolutio. A profunditate aequatoris (§. 94) ſubducantur 18 gradus, et relinquitur declinatio borealis, cui aequalem uel illa maiorem dum ſol ſigna ſeptentrionalia peragrans, habet, crepuſculum tota nocte durat. quaeſita ergo declinatio in tabulis indicabit gradus eclipticae a puncto ſolſtitiali aeſtiuo utrimque aequaliter remotos, in quibus dum ſol uerſatur, crepuſculum perpetuum incipit uel deſinit. His gradibus in ephemeridibus dies calendarii adſcripti ſunt, in quibus initium uel finis crepuſculi perpetui contingit, quibus cognitis, una tempus intermedium, quo crepuſculum pernox cernitur, innoteſcit.

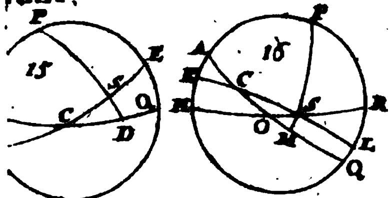
SCHOLION.

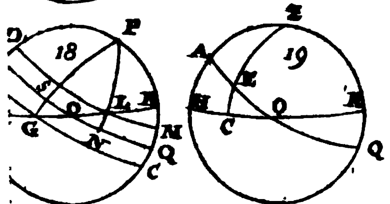
CLXIV. *Enarrata hactenus aſtronomiae ſphaericae problemata auxilio ſphaerae coeleſtis compendioſe, etſi minus accurate, ſoluuntur. Modus autem tractandi hoc inſtrumentum, ut punctorum coeleſtium ſitum, ad ſuos limites relatum, ob oculos ponat, tum ex de-*

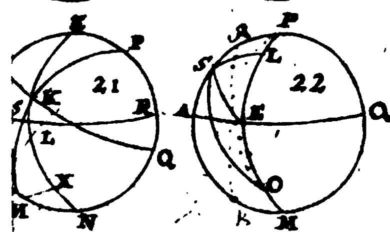
finitio-

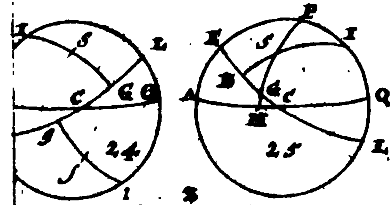

Tab. XVII.
Fig. Astron.
4
8
9
10
12
13

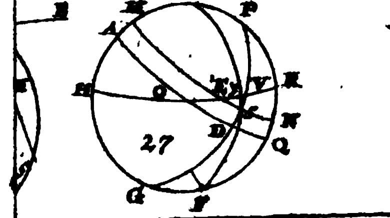
XIIX.











tum systema planetarium lux et calor diffunditur. *de illius natura plures collegit sententias HVGO SEMPILIVS de mathem. disciplinis L. X. c. VI. p. 213. add. EIMMARTI ichnographia noua contemplationum de sole. norimb. 1701. f. ex ueteribus conf. PLVTARCH. d. plac. phil. II. 20. sq.*

OBSERVATIONES MACVLARVM SOLARIVM.

XVI. 1. *Nonnunquam in solis disco apparent spatiola nigricantia, rotunda, uel ouali, uel irregulari figura, nuclea praedita obscuro, cuius peripheria rubro coeruleoque colore tingitur, quae* maculae *uocari solent.* 2. *Dixi nonnunquam tales maculas uideri, nam saepe intra plures dies, uel menses, quin etiam intra plures annos nullae conspiciuntur, quemadmodum sub finem seculi superioris astronomi Parisini annotarunt. v. PICARDI iter uranib. p. 2.* 3. *Numerus earum, quae simul in sole sunt, uariat. modo enim unica ibi reperitur, modo 10. 20. 30. uel plures apparent. SCHEINERVS semel 50 maculas in sole uidit.* 4. *Magnitudo quoque apparens diuersa est. earum diameter, solaris diametri pars est centesima, quinquagesima, tricesima, uigesima et adbuc maior.* 5. *Ordinarie primum in conspectum prodeunt prope marginem*

ginem solis orientalem, inde oblique procedunt ad marginem occidentalem, ibique euanescunt. linea motus recta est circa solstitia, alias curuam sequuntur. 6. *Mouentur prope utrumque marginem tardius, in medio solis disco celerius progrediuntur.* 7. *Iuxta marginem uisae minores, in medio disco maiores apparent.* 8. *Quandoque una macula in plures discerpta abit, et uicissim plures in unam coire putantur.* 9. *Visae etiam sunt, quae in medio sole primum prodierunt, uel ibidem oculis sese subduxerunt.* 10. *Motus macularum in conuerso ad terram solis hemisphaerio propemodum.* 14. *diebus durauit, et simili spatio in hemisphaerio posteriore haeserunt, et periodum circiter 27 diebus absoluerunt. HAMEL Hist. Ac. R. 1686. p. 261. nam redierunt aliquae semel iterumque. pleraeque tamen non reuertuntur, sed in opposito hemisphaerio euanescunt.* 11. *Maculae in locis terrae longo interuallo dissitis simul obseruatae, in idem solaris disci punctum relatae fuerunt.* Comment. Ac. R. *1701. p. 345.* 12. *Denique Scheinerus, Heuelius et alii faculas quoque, siue plagas orbis solaris clariores, umbris tamen nonnullis distinctas conspexerunt.*

CONSECTARIVM I.

XVII. Ex his experimentis colligitur, maculas esse moles opacas, quas radii solares penetrare nequeunt, sed quae ante solem positae, eius lumen, eo loco, ubi haerent, a nobis auertunt. Colores autem peripheriae adhaerentes, inflexione radiorum solis iuxta opacum maculae marginem facta, nascuntur. *v. diss. de coloribus macular. solarium. a. 1729. ed.*

CONSECTARIVM II.

XVIII. Quoniam maculae quaedam regulariter tamdiu ante solem, quamdiu post eundem mouentur, oportet eas aut disco solari inhaerere, aut ualde saltem eidem uicinas esse, ut inter arcum periodi apparentem et latentem notabile non sit discrimen. quod etiam defectus parallaxis num. XI. innuit. Ideoque plerique astronomi recentiores, maculas pro nubibus uel obscuris exhalationibus e sole exspiratis, et in atmosphaera eiusdem suspensis, habere non uerentur. praetereaque ex macularum motu, solis reuolutionem circa axem menstruam deducunt, faculas uero oriri putant, collectione luminis solis, per atmosphaeras macularum transmissi.

CONSECTARIVM III.

XIX. Quod maculae tardo prope margines uelocius medium per orbem incedant, item quod ibi minores, hic maiores, et quandoque plures cernantur, opticis causis, et conspectui modo obliquiori, modo rectiori acceptum ferendum est. (§. 58. opt.)

CON-

SCHOLION.

XX. *Maculas primi conspexere a. 1611. IO. FABRICIVS hic Vitembergae, v. narratio ei. de maculis in ☉ obseruatis eod. anno idib. Iun. edita, CHRISTOPHORVS SCHEINERVS, Ingolstadii, et GALILEVS in Italia. diligentissime postea pluribus annis eas speculatus est Scheinerus, quas obseruationes descripsit in rosa ursina, a. 1630. Bracciani. f. ed. add obseru. heliacae HEVELII in selenogr. append. p. 500. de modo obseruandi dictum est supra* §. 81. *dioptr. et in diss. de helioscopia emendata et illustrata.*

PROBLEMA II.

XXI. *Diametrum solis apparentem metiri.*

Resolutio. 1. Super linea meridiana fulcro stabili impositum telescopium astronomicum, in cuius foco filum tenue secundum diametrum tubi perpendiculariter ad horizontem, extensum est, uertatur in solem, quando meridiei momentum imminet; et notetur accessus marginis solis ad filum uerticaliter erectum, iubeaturque socius minutum temporis secundum horologii, quod tum fluit, annotare.

2. Dein, immoto interim telescopio, expectetur, donec margo orientalis uideatur ad filum appellere iterumque respiciatur scrupulum horarium respondens;

3. Numerus scrupulorum horariorum primorum et secundorum, qui durante transitu solis per meridianum elapsi sunt, conuertatur in partes aequatoris, (§. 125. sphaer.) hae patefacient arcum aequatoris, qui magnitudinem solis apparentem metitur. (§. 51. opt.)

Ob-

Obseruationibus RICCIOLI reperta est diam ☉ apparens minima 30'. 50". maxima 33'. 8". media 31'. 56". DELAHIRE inuenit diam. ☉ app. max. 32. 44. minim. 31. 38.

SCHOLION.

XXII. *Dum de solis magnitudine apparente expono, non praetermittenda est mentio phaenomeni notissimi, quod sol et luna, prope horizontem, maiorem, quam quando altius sese extulerunt, orbem nobis exhibere uideantur. cum tamen experientia doceat, diametrum apparentem utriusque sideris, accuratius mensuratam, utrobique eiusdem ad sensum magnitudinis esse. VITELLO L. X. opt. pr. 54. accusat hic uisus fallaciam. nam cum sciamus, eorum obiectorum, quae sub aequali angulo conspiciuntur, maius esse id, quod est remotius, minus uero, quod est propinquius, (§. 52. opt.) putat ideo solis discum horizonti uicinum maiorem uideri, quia tractus terrae, inter oculum et solem interiectus, aliquatenus uisum de immani distantia edocet, (§. 64. opt.) ut sol tum remotior existimetur, quam ubi altior apparet, quo casu interuallum, ex quo illius distantia aestimetur, in oculos non incurrit. consentiunt KEPLER astr. opt. p. 133. epit. p. 82. WALLIS ap. Lowthorp. Vol. 1. p. 226. et alii. ibidem p. 221. à Molyneusio Gassendi et Hobbesii opiniones refelluntur. Veruntamen forsan nihil uetat, quo minus quis contrario modo ratiocinetur. solem nempe putari propiorem iuxta horizontem, ubi mediocre semidiametri horizontis sensibilis interuallum inter solem et spectatorem interiacet, ideo tum quoque maiorem eundem apparere; sed postquam altitudo solis creuit, ut distantia a spectatore nullo spatio medio possit mensurari, eundem haberi pro remotiore, et disci magnitudinem apparentem minui (§. 57. opt.) De figura elliptica uel ouali solis prope horizontem, quae oritur, dum inferior margo plus refractione attollitur, quam superior, pecul. tr. ed. SCHEINERUS Aug. Vind. 1615. 4.*

PRO-

PROBLEMA III.

XXIII. *Nota distantia lunae a terra* (F.6. *TL*, *inuenire distantiam solis a terra* *T S*.

Resolutio. Vesperi ante primam quadraturam, aut mane post secundam, obseruetur tempus, quo luna splendet dichotoma siue bisecta, nempe, quando linea recta dirimit partem lucidam ab obscura, eoque momento mensuretur elongatio centri lunae a centro solis, siue arcus MS, qui est mensura anguli LTS. et quia eo tempore recta LS est perpendicularis ad lineam TL, angulus L erit rectus, et ex duobus notis, cognoscitur etiam tertius S. (§. 84. geom.) quo facto, quia notum assumitur latus TL, inuenitur TS. (§. 42. Trig. pl.)

SCHOLION I.

XXIV. *Inuentor pulchrae huius solutionis est ARISTARCHVS SAMIVS, teste PAPPO collect. mathem. pr. 38. qui tantam in illa fiduciam posuit, ut assereret, proportionem distantiae solis a luna, ad distantiam lunae a terra, maiorem habere rationem octodecupla, sed minorem uigecupla. u. PLVTARCH. fragm. de facie in orbe lunae. p. m. 358. Part. 3. oper. Verum experientia docuit, difficillimam esse notationem temporis, quo lunae pars lucida ab umbrosa linea recta distinguitur, siquidem in ipsa quadratura, et ultra eam, mutatio lineae rectae in curuam, per telescopium notae melioris, non potest accurate deprehendi. u. RICCIOL. T. I. Alm. p. 734. differentia igitur temporis superat horam integram. interim Ricciolus, assumto tempore medio, inter tempus quo lunae phasis est dubia, et momentum quadraturae, reperit angulum S. 30 uel 31 scrupul. prim. unde distantiam solis*

ſolis a terra 7575. S. Terr. produxit. u. p. 108. Sed rectius feciſſet, ſi aſſumſiſſet tempus medium inter phaſin dubiam, cum luna primo caua uideri deſiit, et inter tempus, antequam conuexa apparere incipit, quod quidem tempus contingit poſt quadraturam, quo facto maiorem reperturus fuiſſet ſolis a terra diſtantiam. u. KEILL. introd. ad aſtron. p. 344.

SCHOLION II.

XXV. *Cum itaque ante laudata methodus ambigua ſit, recentiores aſtronomi alias excogitarunt, inter quas notanda inprimis eſt illa, ubi ingenioſiſſimus CASSINIUS ope parallaxis martis, diſtantiam huius planetae, et inde etiam ſolis, tum diſtantiam tum parallaxin, indagauit. u. Recueil d' obſeruations n. 5. p. 35. Act. erud. 1685. p. 470. Ita detecta eſt diſtantia ſolis 22062. Sem. Terr. reſpondens parallaxi horizontali eiusdem 10 ſec. (§. 88. Sphaer.) DE LA HIRIO placet parallaxis ☉ 6 ſec. et diſtantia 34377. S. T. HEVEL. prodr. aſtron. p. 40. parallaxin 40 ſ. et diſtantiam mediam 5157. S. T. TYCHO parall. 3 min. diſtantiam 1150. S. T. probat.*

CONSECTARIVM.

XXVI. Poſſe autem data ſemid. terr. TX et aſſumta ſolis diſtantia TS, inueniri huic (F. 6. reſpondentem parallaxin ſolis diurnam TSX, ſatis liquet ex iis, quae in aſtron. ſphaer. §. 88. de parallaxi dicta ſunt.

PROBLEMA IV.

XXVII. *Cognita diſtantia ſolis, SO, (F. 7. et ſemidiametro apparente, ſiue angulo O, inuenire ſemidiametrum ueram SL.*

Reſolutio. Quia angulus L, factus a tangente et radio eſt rectus, (§. 26. opt.) inueniatur SL per theor. comm. trig. pl. §. 42.

TT-

TYCHO S L reperit quinque ſemidiametris terrae parem, RICCIOLVS eandem eſſe 33 S. T. contendit. ſecundum illius ſententiam ſol 140, ſecundum Ricciolum 38600 globos terrae capere poteſt. (§. 269. geom.)

SCHOLION.

XXVIII. *Satis, pro inſtituti ratione, de ſolis globo generaliter dictum eſt, ſequitur, ut motus eiusdem explicetur. utar autem hic theoria eccentrici, quippe quae facilior et captui tironum accommodatior eſt.*

OBSERVATIONES DE PRAECIPVIS PHAENOMENIS MOTVS SOLIS.

XXIX. *Docuit experientia, 1) ſolis diametrum apparentem ſemel quouis anno eſſe maximam, ſemel minimam.* (§. 21.) *2) Deinde dum ſol annuo motu eclipticam percurrit, in ſignis borealibus 186 dieb. 14. h. 53. m. in auſtralibus 178. d. 14. h. 56. m. moratur, adeoque 7. dieb. 23. h. 57. m. diutius et tardius uoluitur in ſemicirculo zodiaci ſuperiore quam in inferiore. RICCIOL. aſtron. reform. p. 22. et 3) haec inaequalitas in intermediis quoque ſpatiis minoribus notabilis eſt, ut, licet diuiſo in ſingulos anni dies motu ſolis aequabili, diurnus arcus ſit 59. m. 8. ſ. tamen aliquando cum ſolis diſcus nobis apparet minimus, per diem tantum 57. minutis progredi, et ex aduerſo, quando eius diſcus apparet maximus, gradum unum cum minuto uno intra horas XXIV. conficere uideatur.*

DE-

DEFINITIO VII.

XXX. Haec phaenomena ut declarent astronomi, sequentem orbitae solaris (F. 8. ad terram (uel orbitae terrae ad solem) positionem assumunt.

1. Circulus ALPR notat *eclipticam* in cuius centro C terra (Copern: *sol*) residet.

2. Circulus minor GNKQ indicat orbitam solis, (Copern. *terrae*) cuius centrum E sursum a terra remouetur, ideoque hic circulus uocatur *eccentricus*.

3. Distantia centrorum utriusque circuli EC dicitur *eccentricitas*.

4. Diameter eclipticae per duo illa centra transiens AP, est *linea apsidum*.

5. Punctum G, (cui respondet in ecliptica punctum A) ubi sol maxime distat a terra, *apogaeum*, oppositum K, (in eclipt. P.) ubi sol proximus terrae est, *perigaeum*. (Copern. dicitur *aphelium* et *perihelium*)

6. Et quia motus solis oculo in E posito aequalis deberet apparere, ideo linea ESM, per punctum solis in eclipticam educta, nominatur *linea motus aequalis uel medii*; sed quia inaequalitas, quae in motu solis deprehenditur, contingere putatur ob situm terrae C, extra oubitam solis, ideo linea ex C per punctum solis in eclipticam educta, CSV appellatur *linea motus inaequalis uel ueri*.

7. Differentia loci utriusque MV, aequalis mensurae anguli CSE (§. 84. sphaer.) dicitur *aequatio*.

8. Ar-

8. Arcus distantiae solis ab apogaeo est *anomalia; uera* quidem et *coaequata* AV, quando distantia loci ueri, *media* AM, quando distantia loci medii ab apogaeo respicitur.

CONSECTARIVM I.

XXXI. Quod hoc modo ratio reddi possit eorum, quae in solis motu fuerunt obseruata, (§. 29.) palam est. nam sol remotior a nobis in G diametrum apparentem minorem, et uicinior terrae in K, diametrum apparentem maiorem habere uidebitur. (§. 57. opt.)

CONSECTARIVM II.

XXXII. Idem sol percurrens sex signa eclipticae borealia, arcum sui circuli QGN peragrat, qui maior est arcu reliquo NKQ, in quo uersatur per sex signa eclipticae meridionalia, ergo in illo diutius quam in hoc detinetur. et ibi tardius, hic celerius moueri uidetur.

CONSECTARIVM III.

XXXIII. Sigillatim elucet ex hoc schemate, quod in primo anomaliae semicirculo GNK, dum sol ab apogaeo ad perigaeum tendit, linea motus medii ESM, praecurrat lineam motus ueri ESV; et quod in secundo anomaliae semicirculo KQG, cum sol a perigaeo ad apogaeum progreditur, contrarium fiat, siue quod linea motus mdii EOI, sequatur lineam motus ueri COD. quamobrem etiam *aequa-*

tio MV, uel DI, (quam tantisper pro mensura anguli S uel O habere liceat, §. 30. n. 7.) *ibi est subtrahenda, hic addenda, ut utroque casu ex loco medio producatur uerus. et contrarium faciendum est, si dato loco uero quaeratur medius.* ideo ueteres aequationem nominarunt *prosthaphaeresin*, quasi additionem et subtractionem, siquidem utraque nonnunquam est adhibenda. Sed pergendum est, ad inueniendam solis periodum, ut deinceps quoque illius partitionem, et partium aequationem suscipere queamus.

PROBLEMA V.

XXXIV. *Aequinoctii momentum obseruare.*

Resolutio. 1. In ipso meridie diei, quem aequinoctio autumnali (quod, quia tum aer defecatior esse solet, uerno praefertur.) ephemerides assignant, obseruetur altitudo centri solis meridiana, ope gnomonis, si fieri potest, (§. 109. 110. sphaer.) eademque subtracta refractione corrigatur. (§. 81. ib.) (addita etiam si libet parallaxi. §. 25.)

2. Quia antea iam nota est eleuatio aequatoris, (§. 94. sphaer.) si illa altitudini centri solis meridianae aequalis est, in momento meridiei sol aequatorem est ingressus, si uero fuerit maior altitudo aequatoris altitudine solis, sol post meridiem in aequatore erit, si minor, ante meridiem aequinoctium contigit, et tot quidem horis sequetur uel antecedet miridiem, quot mi-

minutis altitudo aequatoris differt ab altitudine solis. siquidem tabulae declinationum solis (§. 113. sphaer.) docent, differentiam declinationum solis diurnam esse 24 minutorum primorum, quando sol iuxta aequatorem haeret.

CONSECTARIVM.

XXXV. Sequi hinc quidem uidetur, quod, obseruatis duobus uel pluribus aequinoctiis auctumnalibus, inueniri possit interuallum temporis, quo sol totam eclipticam percurrit, annuamque periodum absoluit: attamen, cum in altitudine poli et aequatoris, nec non in altitudine meridiana solis die aequinoctii, facile error unius uel semiminuti committi possit, quo facto pluribus minutis, uel integra hora, anni quantitas a uera differret; et intersit astronomiae et chronologiae, ut anni solaris magnitudo, non horis tantum integris, sed primis quoque, et quantum licet, secundis scrupulis definita habeatur, hinc aliam et tutiorem sibi uiam astronomi ineundam existimarunt, electis obseruationibus aequinoctiorum, inter quas aliquot seculorum spatium interpositum est, ut error, quo obseruationes aequinoctiorum laborant, in plures annos intermedios diuisus, minuatur, et in uno anno euadat minus sensibilis. supponitur autem in tali correctione *annus Iulianus 365 dier. 6. horar.* quem Sosigenes Aegyptius Iulio Caesari persuasisse fertur. PLIN. H. N. XVIII. 25.

PROBLEMA VI.

XXXVI. *Anni solaris quantitatem Iuliana emendatiorem inuenire.*

Resolutio. 1. Eligantur duae aequinoctiorum obseruationes, pluribus inter se seculis distinctae, et ad eundem meridianum reductae.

2. Differentia dierum, horarum et scrupulorum, qua utriusque aequinoctii termini separantur, in minuta secunda horaria conuertatur, et per numerum annorum Iulianorum interim praeterlapsorum diuidatur, quotus a quantitate anni Iuliani subtrahatur, et supererit magnitudo anni solaris emendatior.

Hipparchus teste Ptol. III. 2. Alexandriae aequinoctium obseruauit, ann. ante C. N. 158. d. 27. Sept. in merid. stil. uet. Ricciolus uero aequinoctium auctumnale Bononiae reperit a C. 1643. 12. Sept. h. 21. m. 25. stil. uet. sed Alexandria Bononia Italiae orientalior est h. 1. m. 33. (inf. §. 44.) quare, cum Hipparchus solem in aequatore uidit, Bononiae fluebat d. 26. Sept. h. 22. m. 17. (§. 32. sphaer.) et limites aequinoctiorum distant 14 dieb. 0 h. 52. m. siue 1212720 sec. quo interuallo, ob excessum magnitudinis anni Iuliani, posterius aequinoctium citius contigit priore. itaque diuisa illa differentia per numerum annorum Iulianorum 1800 interim elapsorum, prodit error anni unius Iuliani 673 sec. siue 11'. 13". quo demto ab anno Iuliano 365 d. 6 h. superest quantitas anni emendatior 365. d. 5 h. 48'. 47". Heuelius collata sua obseruatione cum Hipparchica reperit. 365 d. 5 h. 48'. 49", prodr. astron. p. 46.

CON-

CONSECTARIVM.

XXXVII. Iam cognita periodo motus solis integra, ope regulae aureae illius quoque determinatae partes, quae cuiuis dato tempori respondent, inueniuntur; quousque nempe sol motu medio peruenerit, intra annum communem 365, uel intercalarem 366 dierum, item quousque intra unum mensem 28. 29. 30, 31. dierum, intra unum diem, unamue horam, procedat. e. g. infero:

d	h				Gr.	d.	d.
365.	5.	48′.	46″	—	360 —	365 uel	366 etc.

calculus rite tractatus prodit

motum anni comm.	11. S.	29°.	45′.	40″.	
intercal.			44.	48.	

NB. abiiciuntur enim integri circuli 12 signor. ut saltem innotescat, quo loco orbitae suae sol uersetur.

mens.	28. dier.	0. S.	27.	35.	1
	29. d.	0.	28.	35.	1
	30. d.	0.	29.	34.	10
	31. d.	1.	0.	33.	18
Diei	1.			59.	8
Hor.	1.			2.	28
Min.	1.				2. 28‴.

Et ex his numeris sola additione componuntur tabulae mediorum motuum solarium, quas hoc loco ex Riccioli astronomia reformata contractas proferam, ut deinceps reperundis solis locis inseruiant. De motu autem apogaei; cuius hic quoque fit mentio, mox sum dicturus.

Tab. I.
Mot. med. ☉ pro hor. et min.

Hor.	G.	M.	S.
Min.	M.	S.	T.
1		2	27
2		4	55
3		7	23
4		9	51
5		12	19
6		14	47
7		17	14
8		19	42
9		22	10
10		24	38
12		29	34
24		59	8
30	1	13	55
50	2	3	12
60	2	27	50

Tab. II.
mot. med. ☉ pro dieb.

Dies	G.	M.	S.
1		59	8
2	1	58	16
3	2	57	24
4	3	56	33
5	4	55	41
6	5	54	49
7	6	53	58
8	7	53	6
9	8	52	14
10	9	51	23
12	11	49	39
16	15	46	13
20	19	42	46
24	23	39	19
30	29	34	10

Tab. III.

Mot. ☉ med. pro mensibus.

Mens.	Ann. Communis				Ann. Bissextilis.			
	Long. ☉ a pr. ♈.				Long. ☉ a pr. ♈.			
	S.	G.	M.	S.	S.	G.	M.	S.
Jan.	1	0	33	18	1	0	33	18
Febr.	1	28	9	11	1	29	8	20
Mart.	2	28	42	30	2	29	41	38
Apr.	3	28	16	40	3	29	15	48
Mai.	4	28	49	58	4	29	49	6
Iun.	5	28	24	8	5	29	23	16
Iul.	6	28	57	26	6	29	56	34
Aug.	7	29	30	44	8	0	29	52
Sept.	8	29	4	54	9	0	4	2
Oct.	9	29	38	12	10	0	37	21
Nov.	10	29	12	22	11	0	11	31
Dec.	11	29	45	41	0	0	44	49

Pro apogaei motu singulis mensibus sume quina secunda scrupula.

Tab. IV.

Motuum med. ⊙ pro annis Iul. addito motu apogaei.

An.	Longit. ⊙				mot. ap.		An.	Longit. ⊙				mot. ap.	
Jul.	S.	G.	M.	S.	M.	S.		S.	G.	M.	S.	M.	S.
1	11	29	45	41	1	2	29	11	29	58	34	30	0
2	11	29	31	21	2	4	30	11	29	44	15	31	2
3	11	29	17	2	3	6	31	11	29	29	56	32	4
4			1	50	4	8	32			14	43	33	7
5	11	29	47	31	5	10	33				24	34	9
6	11	29	33	11	6	12	34	11	29	46	5	35	11
7	11	29	18	52	7	15	35	11	29	31	46	36	13
8			3	41	8	17	36			16	33	37	15
9	11	29	49	21	9	19	37			2	14	38	17
10	11	29	35	2	10	21	38	11	29	47	55	39	19
11	11	29	20	42	11	23	39	11	29	33	36	49	21
12			5	31	12	25	40			18	24	41	23
13	11	29	51	12	13	27	41			4	5	42	25
14	11	29	36	52	14	29	42	11	29	49	46	43	27
15	11	29	22	33	15	31	43	11	29	35	27	44	29
16			7	22	16	33	44			20	14	45	31
17	11	29	53	2	17	35	45			5	55	46	33
18	11	29	38	43	18	37	46	11	29	51	36	47	35
19	11	29	29	23	19	39	47	11	29	37	17	48	37
20			9	12	20	42	48			22	4	49	39
21	11	29	54	53	21	42	49			7	45	50	41
22	11	29	40	34	22	46	50	11	29	53	26	51	43
23	11	29	26	15	23	48	51	11	29	39	7	52	45
24			11	2	24	50	52			23	55	53	48
25	11	29	56	43	25	52	53			9	36	54	50
26	11	29	42	24	26	54	54	11	29	55	17	55	52
27	11	29	28	5	27	56	55	11	29	40	58	56	54
28			12	53	28	58	56			25	45	57	56

Not.

Not. Tabulam hanc qui ulterius continuare uolet, illum oportet meminisse, quemlibet annum quartum Iulianum esse bissextilem. itaque tribus proximis post bissextilem annis, ad longitudinem anni bissextilis uel intercalaris praecedentis, additur motus anni communis 11. 29. 45. 41. semel, bis, terue sumtus, sed pro anno quarto debet praecedentis anni, qui est a bissextili tertius, longitudini adiici motus anni intercalaris 44. 48. (§. 37.) Veluti cum anni 56 bissextilis longitudo sit 25′, 45″. addito motu anni communis 11. 29. 45. 41. fit summa 11′. 26″ (abiecto circulo integro) longitudo anni 57. sed ut data longitudine anni 59. nempe 11. 29. 42. 48. producatur longitudo anni bissextilis 60, debet addi motus med. anni bissextilis 44′. 48″. et fiet longitudo 27′. 36″.

PROBLEMA VII.

XXXVIII. *Inuenire eccentricitatem* (F. 8. *CE*, *et locum apogaei in zodiaco A.*

Resolutio. 1. Obseruetur locus quidam solis uerus V, (§. 117. sphaer.) talis, qui inter punctum apogaei A, et aequinoctiale proxime sequens L, cadit, quales sunt omnes, qui circa finem Iulii, et toto mense Augusto, item principio Septembris inueniuntur.

2. Deinde notetur aequinoctium proxime sequens autumnale L, et quod ab eodem proximum est uernale R. (§. 34)

3. Tempus, quod inter aequinoctium autumnale et uernum interiicitur, conuertatur

 in

in gradus, ope tabulae 1. et 2. med. mot. ☉ §. praeced. ſic innoteſcit arcus NKQ, cui opponitur angulus NEQ. et quia NE = EQ, triangulum NEQ eſt iſoſceles, in quo anguli N et Q ſunt aequales (§. 64. geom.)

4. Eodem modo tempus intermedium, inter locum V et aequinoctium L in gradus et minuta eccentrici conuerſum patefacit arcum motus medii SN, cum angulo SEN.

5. Quia cum loco ſolis uero V, illius diſtantia a principio arietis cognoſcitur, et haec reſpondet arcui VAR, inde magnitudo anguli VCR colligitur, cuius complementum ad ſemicirculum eſt ang. NCX.

6. His factis in △ NCX ſinguli anguli noti ſunt. n. 3. (§. 79. geom.) notus etiam eſt uerticalis SXE. (§. 47. geom.) et contiguus EXC.

7. Datis autem in △ SXE angulis, et aſſumto numero arbitrario 100000, qui referat latus SE, ſiue ſemidiametrum eccentrici, poterit inueniri portio XE, (§. 42. trig. pl.) et ſimiliter in △ XEC, datis angulis et latere, quaeritur EC *eccentricitas.*

8. Una uero etiam notus eſt angulus XCE, cui opponitur arcus VA, qui diſtantiam loci V ab apogaeo, et una *locum apogaei in zodiaco* manifeſtat.

Hac methodo utitur Ricciolus Alm. P. I. p. 154. ubi narrat, ſe a. 1646. d. 28. Iul. in meridie repériſſe locum V 5°. 14'. ♌. eod. anno. d. 22. Sept.

Sept. h. 14. m. 56. accidit aequinoctium L. et a. 1647. Mart. 20. h. 5. m. 56. deprehendit solem in puncto aequinoctii uernalis R. et inter utriusque aequinoctii L et R momentum interiacebat tempus D. 178. h. 15. ideoque arcus NKQ = 176°. 3′. 4″. et ang. N uel Q = 1° 58′. 9½″. interuallum inter obseruationem S et sequens aequinoctium L fuit d. 56. h. 14. m. 56. cui respondet motus medius s. arcus SN = SEN = 55°. 48′. 34″. locus V 5°. 14′ ♌ distat a princ. arietis 125°. 14′ = VAR complem. NCX = 54°. 46′. et ang. NXC = SXE = 123°. 15′. 50″. item CXE = 56°. 44′. 10″. et XSE = 55′. 36″. datis his angulis et latere SE assumto, reperiuntur XE = 1913. XC = 4084. eccentricitas EC = 3431, angulus uero VCA 27°. 47′. 45″. ACR = 97°. 26′. 15″. et locus apogaei 7°. 26′. 15″. Cancri. de difficultatibus, quibus huiusmodi obseruationes premuntur, legi merentur, quae artifex peritissimus Maraldi tradidit Comment. A. R. 1704. p. 413.

PROBLEMA VIII.

XXXIX. *Inuenire motum apogaei annuum.*

Resolutio. Comparentur obseruationes apogaei aliquot seculis distinctae, et discrimen locorum apogaei per numerum annorum intermediorum diuidatur, quotus indicabit motum apogaei annuum.

Ex Hipparchi obseruatione facta anno 140 ante C. N. qua apog. in 5°. 30′. Geminor. retulit, comparata cum recentioribus, non eadem quan-

quantitas motus apogaei annui producitur, mediam assumsit RICCIOLVS *1. m. 2. s.* v. Astron. ref. p. 32. Alm. p. 156. *quam in tabulis supra allatis seruaui.*

PROBLEMA IX.

XL. *Inuenire aequationem solis CSE, pro dato quocunque anomaliae gradu.*

Resolutio. Quia datur distantia solis ab apogaeo media, siue arcus SG, cum angulo opposito SEG, et contiguo SEC; in △ SEC semper dantur duo latera SE = 100000, et eccentricitas EC = 3480, cum angulo intercepto E, quorum ope reperitur angulus aequationis S. (§. 51. Tr. pl.) haec aequatio anomaliae gradibus adscripta tabula sequente exhibetur.

Tab. V.

Tab. V. aequat. ⊙ pro eccentricitate 3480.

Sign. An.	o Subtr.		I. Subtr.			II. Subtr.			III. Subtr.			IV. Subtr.			V. Subtr.			Sign. An.
Gradus.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	Grad.
1	2	5	1	1	40	1	44	42	1	59	40	1	42	45		58	7	29
3	6	15	1	5	7	1	46	34	1	59	32	1	40	34		54	25	27
5	10	25	1	8	30	1	48	23	1	59	7	1	38	12		50	38	25
7	14	34	1	11	49	1	50	11	1	58	27	1	35	42		46	47	23
9	18	42	1	15	14	1	51	49	1	57	49	1	33	4		42	53	21
11	22	49	1	18	15	1	53	19	1	57	10	1	30	18		38	57	19
13	26	54	1	21	22	1	54	35	1	56	27	1	27	24		34	58	17
15	30	57	1	24	25	1	55	37	1	55	37	1	24	25		30	57	15
17	34	58	1	27	24	1	56	27	1	54	35	1	21	22		26	54	13
19	38	57	1	30	18	1	57	10	1	53	19	1	18	15		22	49	11
21	42	53	1	33	4	1	57	49	1	51	49	1	15	4		18	42	9
23	46	47	1	35	42	1	58	27	1	50	11	1	11	49		14	34	7
25	50	38	1	38	12	1	59	7	1	48	23	1	8	20		10	25	5
27	54	25	1	40	34	1	59	32	1	46	34	1	5	7		6	15	3
29	58	7	1	42	45	1	59	40	1	44	42	1	1	40		2	5	1
30	59	55	1	43	45	1	59	41	1	43	45	0	59	55		0	0	0
	XI. Add.		X. Add.			IX. Add.			VIII. Add.			VII. Add.			VI. Add.			

Usus

Usus tabulae ex §. 33. intelligitur. nempe, ut ex loco medio producatur uerus, aequatio, secundum titulos tabulae, in sex primis anomaliae signis, a longitudine media inuenta subtrahitur, in sex ultimis anom. signis additur; contrarium faciendum est, si forte locus uerus commutandus sit in medium. refert autem tabula aequationem non pro singulis, sed pro alternis gradibus, quia intermedii gradus aequatio, bisecta differentia duorum proximorum numerorum, eaque ad praecedentem addita, uel ab eadem subtracta, (prouti nempe sequens aequatio crescit uel decrescit) inuenitur.

DEFINITIO VIII.

XLI. *Tempus solare* est uel *uerum et inaequale*, quod motus solis uerus et inaequalis, qui ex terra obseruatur, determinat; uel *medium* et *aequale*, quod motu solis medio mensuratur.

CONSECTARIVM I.

XLII. Scilicet cum iam explicatum sit, motum solis e terra sic uideri, ut quandoque locus medius uerum, quandoque hic illum praeuertat, palam est, ualere idem de accessu solis ad meridianum, uel ad quemcunque alium horarium circulum. ideoque aequationis arcus, qui discrimen accessus solis medii uel ueri ad illos circulos metitur, in tempus conuersus, modo subtrahendus a tempore uero, modo addendus est eidem, ut medium producatur. Praeterea mutatur nonnihil haec aequatio,

quatio, ſed lente admodum, ob progreſſum annuum apogaei. (§. 39.)

CONSECTARIVM II.

XLIII. Verum eſt etiam alia cauſa inaequalitatis temporis ſolaris, quam obliquitas eclipticae ad aequatorem parit. Cum enim aequator aſſumatur pro menſura temporis aequalis, (§. 22. ſphaer.) et ſol quotidie oblique ad aequatorem in ecliptica 59′. 8″. promoueatur, differt iterum locus ſolis ueri in ecliptica, a loco ſolis ficti, qui cum gradu aſcenſionis rectae copulatur, et in aequatore progreſſus pro menſura temporis aequabilis reputatur. quare differentia aſcenſionis rectae et longitudinis in tempus conuerſa, ſuppeditat nouam temporis ſolaris aequationem, quae cum altera debet componi. uid. GREGORII aſtr. p. 227. excuſſi etiam diligentius hoc argumentum, in diſſ. de aequatione temporis. tabula enarratis principiis ſuperſtructa a MANFREDIO T. I. Ephemer. p. 3. profertur, quam contractam, ſecundis ſcrupulis omiſſis, hic dabo.

Tab.VI.

Tab. VI.

Aequationis temporis ad a. 1720. ualet eadem ſine notabili errore toto hoc ſeculo.

Loc. ☉	♈	♉	♊	♋	♌	♍	♎	♏	♐	♑	♒	♓
Gr.	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
0	7 add.	1 ſubt.	3 S.	1 A.	5 A.	2 A.	7 S.	15 S.	13 S.	1 S.	11 A.	14 A.
3	6	1	3	1	5	1	8	15	12	0	12	14
6	5	2	3	2	5	0	9	16	11	1 A.	13	13
9	4	3	3	3	5	1 S.	10	16	10	3	13	13
12	3	3	2	3	5	1	11	16	9	4	14	12
15	2	3	2	4	5	2	12	16	8	6	14	11
18	2	3	1	4	4	3	13	15	7	7	14	11
21	1	4	0	5	4	4	14	15	6	8	14	10
24	0	4	0	5	3	5	14	14	4	9	14	9
27	0	4	0	5	2	6	15	14	2	10	14	8
30	1 ſubt.	3	1 A.	5	2	7	15	13	1	11	14	7

aequationem hanc ſecundum titulos tabulae applica tempori apparenti, ut fiat medium, ſed aduerſus titulos tempori medio, ut fiat apparens.

SCHO-

SCHOLION.

XLIV. *Quia radices motuum mediorum solarium, quas sequens ex Ricciolo desumta tabula octava refert, spectant ad meridianum Bononiensem, indicabo nunc differentias meridiei aliquot locorum celebrium, a meridie Bononiensi, ut, quantum tempori dato Bononiensi; pro reductione eiusdem ad meridianum alius loci, addendum uel detrahendum sit, perspectum habeatur. Poterit autem hic index facile ex tabula longitudinum geographicarum, quam in geographia daturus sum, amplificari.*

Tab. VII.

Differ. temporis a meridie Bononiae.

Nomina Locorum	differ. temp. H.	M.	S.		Nomina Locorum	differ. temp. H.	M.	S.	
Alexandria	1	32	40	A	Moscua	2	0	0	A
Amstelodam.	0	26	20	S	Nanquin Chi:	6	56	0	A
Argentorat.	0	16	4	S	Norimberga	0	2	40	S
Aug. Vind.	0	2	30	S	Oxonium	0	53	0	S
Berolinum	0	10	0	A	Palma	2	18	0	S
BONONIA	0	0	0		Parisii	0	36	0	S
Dantiscum	0	32	0	A	Petroburg.	1	18	0	A
Dresda	0	10	16	A	Regiom. Pr.	0	38	0	A
Erfurd	0	0	28	A	Rostock	0	4	48	A
Francf. M.	0	13	16	S	Stokholm	0	26	40	A
Fr. ad Oder.	0	14	0	A	Tubinga	0	10	30	S
Grypswald.	0	11	4	A	Vienna Austr.	0	22	0	A
Hafnia	0	5	32	A	Viteberga	0	8	4	A
Hala Sax.	0	4	48	A	Ultraiectum	0	25	52	S
Ingolstad	0	0	30	S	Upsalia	0	24	48	A
Lipsia	0	6	0	A	Uraniburg	0	5	36	A
Londinum	0	48	0	S	Vratislauia	0	22	0	A
Lugd. B.	0	28	0	S					
Massilia	0	26	0	S					

nempe dato tempori merid. Bononiensis, applicatur differentia secundum titulos additio-

nis et ſubtractionis in tabula appoſitos; ſed contrarium faciendum eſt, ſi tempus alius meridiani ſit reducendum ad meridianum Bononienſem.

DEFINITIO IX.

XLV. *Epocha*, item *radix motuum* planetae, uocatur notabile aliquod temporis momentum, cum quo locus aliquis planetae medius copulatur, ut inde ad tempus quodlibet datum praecedens et ſubſequens motus medius planetae poſſit computari.

PROBLEMA X.

XLVI. *Conſtituere epochas mediorum motuum ſolis.*

Reſolutio. 1. Obſeruetur aliquando altitu- F.8.) do ſolis meridiana, et inde locus illius uerus V colligatur. (§. 117. Sphaer.) isque ope aequationis in medium conuertatur. (§. 40.)

2. Tempus obſeruationis apparens commutetur in medium, adhibita temporis aequatione. (§. 43.) et habetur hoc modo longitudo aliqua ſolis media pro tempore medio.

3. Haec longitudo reducatur ad terminum aliquem ſolennem, ueluti ſeculi principium, quod proxime obſeruationem antecedit, dum motus medius, qui interuallo, inter tempus obſeruationis et ſeculi principium interiecto reſpondet, ſubtrahitur a longitudine media prius inuenta. (§. 37.) et reſiduum habeatur

pro

pro epocha motuum mediorum solis, meridiano loci, in quo obseruatio facta est, accommodata.

Exempl. Ricciolus Alm. p. 183 obseruauit aequinoctium autumn. a. 1646. d. 22. sept. h. 14. m. 56. tempore uero, subtracta aequatione 7'. 50". fit tempus medium sept. d. 22. h. 14. m. 48. s. 10. et tum fuit longitudo solis uera 6 sign. et media, additione aequationis producta 6. sign. 1°. 58'. sed a tempore obseruationis, usque ad anni finem, siue meridiem ultimi decembris, supersunt 99 d. 9 h. 11'. 50". quibus debetur motus ☉ medius 3. S. 7°. 57'. 22". eoque addito ad 6. S 1°. 58'. fiunt 9. S 9°. 55'. 22". quae est longitudo ☉ sub finem anni 1646. Porro motus medius annorum 46 est 11. 29. 51. 36. hoc a priore (addito prius integro circulo, ut possit fieri subtractio) demto, remanet longitudo media a. 1600. 9. 10. 3. 46. in astron. reform. maluit adhibere epocham. 9. 10. 4. 35. Eodem modo epochae annorum secularium praecedentium et subsequentium inueniuntur, quales tabula hic subiicienda exhibet.

Tab. VIII.

Epochae motuum mediorum solis.

Anni Christi	Long. ☉ ab ♈				Long. apog. ab ♈			
	S.	G.	M.	S.	S.	G.	M.	S.
	Stilo ueteri Iuliano							
A. Chr. princ.	9	7	40	1	2	10	3	44
1000	9	15	19	59	2	27	18	21
1500	9	19	9	58	3	8	55	40
	Stilo nouo Gregoriano							
1600	9	10	4	35	3	7	39	8
1700	9	9	51	27	3	9	22	36
1800	9	9	38	19	3	11	6	4
1900	9	9	25	11	3	12	49	31
2000	9	10	11	10	3	14	32	59

PROBLEMA XI.

XLVII. *Inuenire longitudinem ueram solis, et apogaei eiusdem, pro quocunque temporis momento dato.*

Resolutio. 1. Si datum tempus est apparens, conuertatur idem in medium. (§. 43)

2. Datum tempus reducatur ad meridianum Bononiensem. (§. 44.)

3. Excerpantur ex tab. 8. numeri longitudinis solis et apogaei, pro epocha seculari, quae prae-

praecedit tempus datum. e. g. hoc seculo pro a. 1700.

4. His adscribantur motus solis et apogaei, qui annis, mensibus, diebus, horis et scrupulis completis datis (siquidem cum Ricciolo anni Iuliani initium sit a meridie ultimi decembris) respondent, desumti ex tab. 1. 2. 3. 4.

5. Omnes hi numeri sub se inuicem positi colligantur in summam, et prima columna longitudinem solis mediam, altera longitudinem apogaei mediam exhibebit.

6. Longitudo apogaei auferatur a longitudine solis media, et relinquitur anomalia media (§. 30. n. 8.) et aequatio, quae illi in tab. 5. adscribitur, annotetur.

7. Haec aequatio secundum titulos tabulae tum longitudini solis mediae, tum longitudini apogaei mediae addatur, uel ab iisdem subtrahatur, et utrobique prodibit longitudo solis et apogaei uera, pro temporis momento dato.

Exempl. quaeritur locus ☉ uerus d. 5. Aug. h. 4. p. m. 1734. temp. appar. Vitembergae. quo tempore, uti iam ex Kalendario cognoscitur, sol circa 12 gr. Leonis mouetur. cui conuenit aequatio temporis 5. m. add. (§. 43) ergo tempus medium est Vitembergae. h. 4. m. 5. sed pro reductione ad merid. Bononiens. subtrahe 8. m. (§. 44.) relinquitur tempus medium currens Bononiae d. 5. Aug. h. 3. m. 57. assumtoque anno et die completo, quaeruntur motus pro a. 1733. M. Iul. d. 4. h. 3. m. 57.

	Mot. ☉				Mot. apog.			
	S.	G.	M.	S.	S.	G.	M.	S.
A. 1700.	9	9	51	27	3	9	22	36
33				24			34	9
M. Jul.	6	28	57	26				35
d. 4.		3	56	33				
h. 3.			7	23				
m. 50.			2	3				
7.				17				
	4	12	55	33	3	9	57	20
	3	9	57	20	*Subtr.*			
	1	2	58	13	*anom. media*			
		1	5	6	*aequatio resp. subtr.*			
	Longitudo media.				*Longit. apog. med.*			
	4	12	55	33	3	9	57	20
Subtr.		1	5	6		1	5	6
	4	11	50	27	3	8	52	14
	Longit. ☉ uera				*Long. apog. uera*			

Nempe sol eo die absoluit 4 signa, et uersatur in duodecimo leonis gradu, et quinquagesimo primo gradus illius scrupulo. apogaeum uero haeret in nono gradu cancri.

CONSECTARIUM.

XLVIII. Simili uicissim artificio, momenta aequinoctiorum, solstitiorum, et ingressus solis in signa zodiaci inueniuntur. Si nempe ad diem aequinoctio, solstitioue etc. proximum, quaeratur locus solis, et pro huius distantia a loco desiderato, pars proportionalis temporis, adminiculo regulae aureae, reperiatur.

SCHOLION.

XLIX. *Inter tabulas astronomicas hodie prae ceteris laudantur RVDOLPHINAE I. Kepleri. Vlmae. 1627.*

1627. f. *NOVALMAGESTICAE Riccioli in astronom. ei. reformata.* 1665. *Bonon. f. BRITANNICAE Vinc. Wingii in astron. Britann.* 1669. *Londini f. LVDOVICIANAE a de la Hire uulgatae Paris.* 1702. 1726. *et germ. cum additionibus Cl. Klimmii. Norimb.* 1725. 4. *Ceterum animus erat, ad hypothesin eccentrici, addere ellipticam Keplero et recentioribus probatam; Verum instituti ratio iubet, ut breuitati studeam, quare haec, et alia hic praetermissa, puto supplenda esse in astronomicis lectionibus specialibus. interim uid. KEPLERI epit. astron. p.* 676.

CAPVT III.

DE LVNA.

DEFINITIO X.

L. Luna est planeta terrae proximus, hanc motu proprio menstruo spatio circumiens.

OBSERVATIONES, QVAE AD NATVRAM LVNAE MANIFESTANDAM PERTINENT.

LI. 1. *Lunam contemplanti primum in oculos incurrit uicissitudo lucis menstrua; dum prope solem cornu uel falcis figuram, in quadratura orbem dimidium, in oppositione totum illuminatum ostendit, ita ut phases luminosae crescant a coniunctione usque ad oppositionem, decrescant uero in*

 altero

altero periodi semicirculo, ab oppositione ad coniunctionem. 2. Nudis oculis in luna apparent maculae obscurae maiores irregulares, quibus eius facies lucida distinguitur. Adhibito autem telescopio, clare conspiciuntur maculae minores, maioribus passim permistae, figura partim orbiculari, uel ouali, partim irregulari, praeditae, et quando luna crescit uel decrescit, ea orbis pars, quae luminis augmentum et decrementum capit, scabra semper et inaequalis usque ad plenilunium (quin et in pleniluniis asperitas superficiei passim occurrit. u. Comment. Ac. R. *1710. p. 267. 1706. p. 220. ROST manual. astr. p. 409.) cernitur. et quando luna in eclipsi solari soli supponitur, haud raro in peripheria eiusdem hiatus, et conualles sese produnt, quales in eclipsi solis 1730. Iul. et 1733. Mai. deprehendi et mensus sum. conf.* Trans. Philos. Angl. *n. 415. art. 3.* 3. *Maculae quoque lunae minores telescopio uisae spargunt umbras, in auersam a sole regionem, breuiores uel longiores, pro positu solis rectiore uel obliquiore.*

CONSECTARIVM I.

LII. His experimentis indubiis docemur, lunam esse globum, opacum, qui a sole lucem mutuatur, qua alterum tantum lunae hemisphae-

ſphaerium illuſtratur, alterum propria luce caret, quod phaſium ſpectacula luculenter probant. ne quid commemorem de obſeruationibus, quibus conſtat, lunam, ſub ſole deliquium paſſo collocatam, nigram et luce carentem faciem nobis obuertere, eandemque umbrae terreſtri profundius immerſam, nonnunquam totam, uel eius ſaltem partem, ſereno coelo, tempore eclipſis lunaris, prorſus ex oculis fuiſſe ereptam, ut adeo de opacitate abſoluta lunae nullum hodie dubium amplius ſupereſſe poſſit.

CONSECTARIVM II.

LIII. Praeterea hinc colligimus, ſuperficiem lunae aſperam et inaequalem multis montibus et rupibus obſitam eſſe, quae, dum a ſole illuminantur, umbras in oppoſitam ſoli partem proiiciunt. idque iam ueteres philoſophos fuiſſe ſuſpicatos, PLVTARCHVS teſtatur. fragm. dialogi de facie in orbe lunae p. m. 372.

CONSECTARIVM III.

LIV. Quomodo autem differant regiones umbroſae ampliores, quae nudis et armatis oculis cernuntur, a reliquis copioſiore luce praeditis, inter aſtronomos non conuenit, plerique umbroſas pro oceanis, clariores pro terra firma habent, v. *Kepleri* aſtr. opt. p. 251. *Hevel.* ſelenogr. p. 134. melioris notae teleſcopiis in partibus obſcurioribus innumerae cauernae, umbris intus cadentibus, deprehenduntur, ideoque illas eſſe maria nondum omni-

no exploratum est. KEILL intr. ad astron. p. 117.

SCHOLION.

LV. *Disputatur quoque de lunae atmosphaera, quae sese prodere dicitur, dum luna in eclipsi sub sole posita, quadam ueluti nebula cingi uidetur; nec non quando cum stellis fixis et planetis coniungitur, quorum figuram, ubi ad eos appellit, oualem quandoque (saepe enim id non accidit, testibus HVGENIO Cosmoth. p. 98. et CASSINIO Comm. Ac. R. 1706. p. 327.) reddere solet. I. WILKINS copernicus defensus. L. 1. p. 65. Comment. Ac. R. 1706. p. 327. HEVEL cometogr. p. 365. Interim idem selenogr. p. 357. fatetur, nullas in luna pluuias cadere, sed continuo ibi coelum sudum esse. Consentit GALILEVS System. Cosm. p. 91. WHISTON autem astronomical principles of religion p. 69. contendit, atmosphaeram lunae rariorem esse, quam ut densiores nubes ferre queat, ideoque uapores interdiu attolli, iterumque noctu descendere, insensibili ratione, quemadmodum etiam ante diluuium in terra nostra contigerit. Gen. II. 5. 6. conf. Theor. tell. III. 3. p. 183. Nihilominus tamen multi lunae incolas tribuerunt, ueteres et recentiores, PLVTARCH. l. c. p. 375. LVCIANVS uerae histor. L. I. p. 714. FONTENELLE de pluralitate mundor. p. 22. Wilkins, p. 87. quos negat dari HVGENIVS p. 99. etsi ceteros planetas habitari credat. uarias de natura lunae sententias collegit HEVEL. selenographiae. p. 109. idem praestantissimus astronomus, primus macularum lunarium figuras accuratius obseruauit, propriaque manu delineauit et in aes incidit, ac descripsit, et nominibus geographicis distinxit, in laudato selenographiae opere; Gedani. 1647. RICCIOLVS uero Alm. p. 204. ubi similiter maculas lunae diligentius depinxit, illis nomina mathematicorum et astronomorum celebrium imposuit. emendatissimum uero macularum lunarium schema est, quod HIRE in tabulis Ludouicianis Tab. IV. uulgauit.*

DE-

DEFINITIO XI.

LVI. *Phases lunae* uocantur uicissitudines luminis eiusdem, dum modo maiorem, modo minorem orbis sui partem lucidam terricolis ostendit.

PROBLEMA XII.

LVII. *Phases lunae explicare.*

Resolutio. Dum lunae opacus globus (F. 9. circa terram T reuoluitur, semper quidem a sole S illius alterum hemisphaerium illuminatur, attamen illud hemisphaerium non semper uertitur in terram. sed modo maior, modo minor illius portio, pro uaria lunae elongatione a sole, nobis apparet. scilicet in A, quia luna hemisphaerium a sole auersum terrae ostendit, omnino non uidetur. et *neomenia*, *nouilunium* uel *synodus* contingere dicitur. in B uero primo uel secundo a coniunctione die, luna *falcem* cauam monstrat, cuius cornua ortum respiciunt. in C dimidia pars lunae lucida uidetur, septimo a copula die, quae phasis *dichotomia*, item *quadratura prima* nominatur. Fit gibba in D, et plus quam dimidia pars splendet. in E *plenam* faciem offert, et *plenilunium*, quatuordecim a nouilunio diebus elapsis, accidit, sequentibus diebus iterum in F *gibbosa*, in G dimidiata (quo loco *quadratura secunda* contingit) in H falcata apparet, et in hoc semicirculo, usque ad nouilunium cornua in occasum uertit. v. HEVEL. p. 182.

PRO-

PROBLEMA XIII.

LVIII. *Diametrum lunae apparentem metiri.*

Resolútio. Fit solutio tempore plenilunii eodem modo, quo supra diameter ☉ app. inuenta est. §. 21. *HEVEL. p. 203. tempore* □ *diam. app.* ☽ *minimam 29′. 32″. maximam 36′. in* ☌ *et* ☍ *33. 9. et 34. 48. reperit. RICCIOLVS eandem mensus est, in* □ *28 et 35. in* ☌ *et* ☍, *29 et 34. Alm. p. 230.*

PROBLEMA XIV.

LIX. *Parallaxin lunae obseruare.*

Resolutio. Inquirendum est, ope tabularum astronomicarum, in tempus, quando luna est in nodo, qui in intersectionem eclipticae et aequatoris, uel in principium ♈ et ♎ incidit. Tum obseruetur altitudo centri illius, per meridianum transeuntis eademque detracta refractione corrigatur (§. 69. 81. sph.) differentia huius altitudinis ab altitudine aequatoris dabit parallaxin lunae.

Plures modos copiose explicat RICCIOLVS. p. 211. *HEVELIVS reperit in syzygiis parallaxin lunae apogaeae horizontalem 59′. 9″. perigaeae 61. 39. in quadraturis in apog. 56. 44. in perigaea 65. 36.*

PROBLEMA XV.

LX. *Data lunae parallaxi horizontali, siue angulo L, illius distantiam a centro terrae inuenire.*

Re-

Resolutio. Inferatur; Sin.L:TC= S.(F.10. T:CL. (§. 42. Tr. pl. et 88. sph.)

HEVELIVS in copulis distantiam lunae apogaeae 58. semidiam. terrae. perigaeae 54. sem. T. definiuit. HIRE Tab. p. 27. distantiam lunae maximam 63, minimam 55. sem. ter. laudat.

PROBLEMA XVI.

LXI. *Data distantia lunae SO, et semidiametro apparente, nempe angulo O, inuenire semidiametrum ueram.* (F.7.

Resolutio explicata est in theoria solis. (§. 27.)

Reperitur autem semidiameter lunae par 240 milliar. germ. diameter 480.

CONSECTARIVM.

LXII. Ex quo sequitur, superficiem terrae capere superficiem lunae terdecies, et corpus terrae globum lunae capere potest quadragesies et sexies. (§. 269. 270. Geom.)

PROBLEMA XVII.

LXIII. *Inuenire altitudinem mon-* (F. 11. *tis cuiusdam lunaris.*

Resolutio. Docent obseruationes telescopicae, nonnunquam in lunae crescentis uel decrescentis regione obscura, puncta lucida, quae notabili interuallo, a phasi luce solari perfusa distant. quae quidem esse uertices praealtorum montium, e. g. D. qui citius a sole, quam ualles circumiectae illustrantur, palam est. GALILEVS nunc. sider. p. 24. reperit di-

stan-

ſtantiam illam AD ſuperare interdum $\frac{1}{26}$ diametri lunae. uerum HEVELIVS p. 267. maximum interſtitium AD $\frac{1}{26}$ diam. lunae aſſumit, ſiue 19. mill. germ. cum itaque radius ex ſole S ad uerticem montis D ductus, ſphaeram in puncto A tangat, erit △ ADC rectangulum. in quo AC ſemid. lunae 240. mill. G. (§. 61) et AD 19 mill. G. conuerſis milliaribus in paſſus, multipl. per 4000, quaeratur per theor. pythag. hypotenuſa CD, (§. 195. geom.) ab eademque auferatur CE, et ſupererit ED montis lunaris altitudo perpendicularis, propemodum $\frac{3}{4}$ mill. germ. aequalis.

DEFINITIO XII.

LXIV. Obſeruationes comprobant, (F. 12. lunam non ſemper in ecliptica deprehendi, ſed modo ſupra eam aſſurgere, modo infra eandem deſcendere. puncta A et B, in quibus uia lunae ſecat eclipticam, *nodi* appellantur. alter *borealis*, *aſcendens*, *euehens*, uel *caput draconis* ☊, per quem luna ſupra eclipticam uerſus boream aſcendit; alter, priori oppoſitus, *meridionalis*, *deſcendens*, uel *cauda draconis* ☋, dicitur. *Limites* ſunt puncta uiae lunae, quae a nodis 90 gr. diſtant, in quibus luna maxime ab ecliptica diſceſſit.

PROBLEMA XVIII.

LXV. *Motus lunae ſummatim explicare.*

Reſolutio. 1. Primum luna agitur tardo

moti

motu communi circa terram, et reuolutioni diurnae fere 25 horas solares impendit.

2. Deinde habet *motum proprium longitudinis*, ceteris planetis omnibus celeriorem, siquidem quolibet die 13°. 10′. 35″. secundum signorum successionem promouetur. Verum in hoc motu longitudinis *triplex inaequalitas* ab astronomis notata fuit. Prima est, cum luna quauis periodo semel uelocius in perigaeo, semel tardius in apogaeo reuoluitur; quemadmodum simile phaenomenon in solis motu obuium esse, suo loco dixi. §. 30. *secunda inaequalitas* prodit sese extra copulas, maxime circa quadraturas. nam, cum in syzygiis, siue ☌ et ☍, una aequatio sufficiat, ad conuertendum locum lunae medium in uerum, extra copulas locus aequatus a uero adhuc differt, et tanto quidem plus, quanto luna est quadraturae propior, in quadraturis enim illa differentia fit maxima. Variatur tamen, cum distantia lunae ab apogaeo et perigaeo, et quando quadraturae contingunt circa apogaeum et perigaeum, fere euanescit tota inaequalitas secunda. *Tertiam inaequalitatem* Tycho deprehendit, progymn. T. I. p. 126. quae in syzygiis et quadraturis notabilis non est, at in octantibus, siue locis mediis, inter copulas et quadraturas, ad 50. m. assurgit.

3. Porro lunae *apogaeum* in consequentia mouetur motu inaequali, in copulis progreditur, in quadraturis regreditur. motus apog. diurnus aequabilis est 6. m. 41. s.

4. *Ne-*

4. *Nodi* autem contra S. S. in antecedentia feruntur, singulis diebus 3. m. 11. f.

5. Mutabilis quoque est *lunae latitudo*: quam etsi *Ptolemaeus* constantem 5 gr. assumserit, tamen *Tycho* eam reperit in copulis $4^{0}. 58'. 30''$. in quadraturis 5. 17. 30. Latitudo maxima a copulis ad quadraturas augetur, a quadraturis ad copulas continuo minuitur.

6. Denique beneficio telescopii etiam *libratio* globi lunaris annotata fuit. nam maculae quaedam unius marginis euanescunt, aliae in opposito margine prodeunt in conspectum, et $\frac{12}{100}$ diametri lunaris, utrimque ob librationem, modo latent, modo apparent. et libratio haec mensis spatio absoluitur. nam 14 diebus, cum luna moratur in signis descendentibus, retrorsum a parte inferiore libratur contra S. S. ab austro occidente uersus aquilorientem. et dum est in signis ascendentibus, rursus per 14 dies parte superiore in anteriora fertur, isque motus perennat, et motum longitudinis in omnibus fere comitatur, illique sese accommodat. v. HEVEL p. 145. 235. RICCIOL. astr. ref. p. 168. conf. KEILL p. 112.

SCHOLION.

LXVI. *Quae cum ita se habeant, mirum non est, quod iam pridem ueteres astronomi conquesti sint, lunam multiformi ambage contemplantium ingenia torsisse.* PLIN. H. N. II. 9. *Hodie uero* NEWTONO *demonstratore discimus, causas inaequalitatum motuum lunae ab actione solis, qua reuolutiones satelli-*

tis

iis cuiuscunque planetae primarii multimode perturbantur, arcessendas esse. conf. summa demonstrationis Princip. Phil. L. III. pr. 22. p. 388. add. GREGOR. p. 317. PEMBERTON L. II. c. 3. suspiciones KEPLERI uid. in astron. Copern. p. 611. et celeberr. HALLEIVS omnes lunaris motus uariationes, quarum periodus 18 annis finitur, plurimis iisque solertissimis obseruationibus hactenus inuestigauit, iamque dimidiam periodum exegit et absoluit: Faxit Deus immortalis, ut uir eximius, et in praxi astronomica, dexterrime expedienda, (cuius rei etiam me aliquando Grenouici testem αὐτόπτην *fuisse non sine magna animi uoluptate recordor) longe exercitatissimus, coeptam illam obseruationum lunarium telam, totam ad exoptatum finem perducere possit. conf. Trans. philos. n. 421. p. 185.*

DEFINITIO XIII.

LXVII. *Mensis periodicus* dicitur interuallum temporis, quod luna, integra sua reuolutione circa terram, definit. capit nempe 27. d. 7. h. *synodicus* autem *mensis* est spatium temporis, quod inter duas coniunctiones lunae et solis proximas interiacet. uidelicet 29. d. 12. h. 44′. 3″. quemadmodum sequente problemate monstrabitur.

PROBLEMA XIX.

LXVIII. *Mensis synodici quantitatem inuenire.*

Resolutio. 1. Eligantur duae eclipses lunares, plurium seculorum interuallo inuicem distantes, quarum tempora maximae obscurationis rite obseruata sunt.

2. Quaeratur temporis discrimen interiectum.

3. Idemque diuidatur per numerum lunationum interim elapsarum, quotus dabit quantitatem mensis synodici.

EXEMPL. anno ante C. N. 721. teste Ptolemaeo, Chaldaei eclipseos alicuius medium obseruarunt; quod reuocatum ad meridianum Bononiensem incidit in Mart. d. 18. h. 18. m. 30. p. m. Vendelinus, astronomus Belga, alius eclipsis medium notauit, a. 1621. Nouemb. 28. h. 8. m. 8. p. m. discrimen inter utramque obseruationem est 2341. annor. 244. dier. 13. h. 38. m. quod tempus ad secunda minuta reducitur annis datis per 365 multiplicatis, additisque adhaerentibus 244, et aliis 585 intercalaribus diebus, quo facto prodeunt 855294 dies, qui dein facile ad horas et scrupula reuocantur. summa 73897450680 secundorum, diuisa per lunationes interim elapsas 28963, dabit quantitatem mensis synodici 29. d. 12. h. 44′. 3″. 11‴. RICCIOL. alm. p. 246. astr. ref. p. 137. Heuel. p. 172.

CONSECTARIVM.

LXIX. Noto mensis synodici interuallo, regula aurea manifestat, quanto tempore periodus lunae motu proprio finiatur; nempe intra mensem synodicum, solis motus proprius est, 29°. 6′. 24″. hunc ergo arcum luna debet percurrere, ut, peracta periodo, solem iterum assequatur, adeoque 389°. 6′. 24″. est motus lunae intra 29. d. 12. h. 44′. 3″. quantum tempus impendit absoluendis 360 gradibus? quotus docet 27. d. 7. h. 43′. esse *quantitatem mensis*

sis periodici. similiter ope proportionum regulae motus lunae medii pro diebus, horis uel scrupulis singulis inueniuntur.

CAPVT IV.

DE ECLIPSI LVNAE ET SOLIS.

OBSERVATIO.

LXX. *Testatur experientia, lunam quandoque coelo sereno, dum plena facie splendet, repente uel parte sua, uel toto disco, umbra quadam, quae circulari figura lunam subit, sic obscurari, ut orbis lunae obumbratus uel lumen omne amittat, et ex oculis nostris prorsus eripiatur, uel debili saltem luce appareat. Talis lunae obscuratio* eclipsis *uel* deliquium *illius dicitur.*

CONSECTARIVM I.

LXXI. Cum itaque tempore plenilunii sol S sit lunae L oppositus, (§. 57) et terra TE inter utrumque luminare medio stet loco, et notum sit ex optica doctrina, globum terrae, utpote multo minorem sole, (§. 27) dum ab hoc collustratur, umbram conicam, in auersam a sole regionem diffundere, (§. 36. opt.) per-(F. 13.)

ſpicue hinc intelligitur, eclipſin lunae oriri, dum luna plena in umbram terrae uel tota, uel parte diſci ſui, immergitur.

CONSECTARIVM II.

F. 14) LXXII. Habere autem umbram terrae tantam, tum longitudinem, tum craſſitiem, ut lunam attingere et obſcurare queat, proportio diametrorum ſolis et terrae, ſi cum diſtantia ſolis a terra comparetur, (§. 24. 27) probat. nempe ob ſimilitudinem △ △ A C D, D E M, inferatur: uti A C (32. ſemid. Terr.) ſeſe habet ad C D (7000. ſ. t.) ita E D (1) ad E M, (§. 92. geom.) quae linea, tanquam axis umbrae capit 218 terrae ſemidiametros. quare cum luna apogaea circiter 60 S. T. diſtet a terra, ſequitur, quod umbra telluris longe ultra lunae regionem porrigatur. ſed quod attinet ad umbrae craſſitiem dimidiam, haec tali ratiocinio, E M: E D = L M: L H, 630 milliariis germanicis par deprehenditur, quae ſemidiametrum lunae ueram 240 mill. germ. (§. 61) bis et amplius continet.

CONSECTARIVM III.

F. 13.) LXXIII. Atque his fundamentis tota phaenomenorum eclipſis lunae explicatio recte ſuperſtruitur. Quod enim luna, iam ante eclipſin ueram, ſiue antequam umbra denſior eam aſſequatur, pallere incipiat, inde eſt, quia umbram ueram T E V, ſpatium *penumbrae* cingit, radiis A M, et R N comprehenſum, a quo, ob terram medio loco poſitam, iamiam aliqua

lu-

luminis solaris portio auertitur, adeoque luna in illam regionem delata, non a sole toto, sed ab eiusdem parte potest illuminari. et quo propius luna admouetur ad umbram ueram, eo parcius lumen mutuatur, a sole, ut illi, qui nudis eam oculis intuentur, obscuritate penumbrae, quae instar fumi orientali lunae disco, pluribus ante eclipsis initium minutis incubat, decepti, iam coepisse defectum existiment; qui tamen error adiumento telescopii iterum dispellitur. Ideoque suspicio est, in obseruando, ante telescopii usum, eclipsium lunarium initio et fine, ueteres astronomos notabili quandoque temporis interuallo hallucinari potuisse. v. HEVEL. p. 451.

CONSECTARIVM IV.

LXXIV. Eclipsis lunae ubique terrarum, ubi nempe luna supra horizontem eminet, conspicitur, quia luna uere obscuratur, dum umbrae terrestris tenebris inuoluitur, et a sole lucem mutuari amplius nequit. ideoque in nonnullis eclipsibus luna penitus euanuit. v. KEPLER astron. opt. p. 277.

CONSECTARIVM V.

LXXV. Plerumque uero in media quoque eclipsi discus lunae rubet, et pauco lumine uidetur praeditus, quod a radiis solis per aerem refractis, et uersus regionem lunae X, Y, inclinatis, rectissime Keplerus p. 298. l. c. deriuauit.

CONSECTARIVM VI.

LXXVI. Quia luna ante ueram oppositio-

nem occidentalior est umbra terrestri, (siquidem motu proprio concitatiore semper in ortum tendens §. 65.) prius partem orientalem umbrae admouet, quae prius quoque ex umbra iterum emergit. de defectibus, qui prope horizontem accidunt, in quibus memorabiles saepe effectus refractio produxit, agit KEPLER p. 144. add. PLIN. II. 13.

CONSECTARIVM VII.

F. 15.) LXXVII. Non in omnibus pleniluniis contingunt lunae eclipses, sed tantum in iis, quae in nodis uel prope illos eueniunt. nam quando latitudo lunae maior est summa semidiametrorum umbrae et lunae, tum spatium inter umbram et lunam intercedit, et umbra lunam attingere non potest.

CONSECTARIVM VIII.

LXXVIII. Quando uero uel in nodo, uel prope illum, luna et umbra concurrunt, ita, ut latitudo lunae minor sit aggregato semidiametrorum lunae et umbrae, tum eclipsin luna patitur uel *totalem*, ubi totus discus umbra occultatur, uel *partialem*, quando tantum pars lunae umbra terrestri inuoluitur. et prouti lunae latitudo septentrionalis uel australis est, ita etiam alterutra disci lunae regio deliquium subire solet.

PROBLEMA XX.

LXXIX. *Data semidiametro apparente umbrae et lunae, una cum lunae latitudine,*

ne, sub initium et finem eclipsis, huius typum exhibere. (F. 16.

Resolutio. 1. Ex scala geometrica assumatur numerus partium aequalium, qui respondet summae semidiametrorum lunae et umbrae, eademque tanquam semidiametro describatur circulus ABCD.

2. Praeterea semidiametro umbrae alius ducatur circulus priori concentricus. VMR, et uterque circulus duabus diametris in quatuor quadrantes diuidatur.

3. Ex eadem scala partium aequalium, assumta latitudo lunae sub principium et finem, ex centro M transferatur (sursum uel deorsum, prouti borealis uel australis erit,) in puncta *n* et *o*, et ad haec puncta ducantur perpendiculares ad BD, in dextam et sinistram partem, NI et OF, et fiat transuersa FI, atque ad hanc ex centro M perpendiculum ME dirigatur, quod distantiam breuissimam centri lunae a centro umbrae, in medio eclipsis, quam *arcum inter centra* uocant, refert.

4. Denique in punctis I, E, F, tamquam centris, semidiametro lunae tres huius orbes decircinentur, qui positum lunae in principio, medio et fine eclipsis ob oculos sistunt. et si diameter lunae ex centro E repraesentata, in XII partes, quas *digitos* nominant astronomi, diuidatur, simul quantitas maximae obscurationis, siue eclipsis magnitudo, quodammodo aestimari potest. Plenior huius et aliarum pro-

iectionum explicatio traditur a NICAS. GRAMMATICI in tr. de solis et lunae eclipsibus organice in plano delineandis. ed. Friburgi. 1720. uid. p. 15. add. ROSTII astronomus sincerus, p. 202.

PROBLEMA XXI.

LXXX. *Eclipsin lunae obseruare.*

Resolutio. 1. Vno uel altero ante obseruationem die horologium oscillatorium, ad monstrandum tempus solis uerum accommodetur, quod fieri potest, solis transitu per meridianum obseruato, et indice horologii ad hor. XII directo. (§. 44. sphaer.)

2. Deinde sit ad manus telescopium astronomicum 4. 5. uel 6 pedes longum, idoneo fulcro imponendum. nec non figura lunae plenae maculosae, qualis tubo optico cernitur, (§. 55) (ubi quidem consultum fuerit, ante eclipsis principium lunae maculas per telescopium aliquoties attentius contemplari, ut situs et nomina earum tempore obseruationis in promta memoria uersentur.)

3. His rite praeparatis, circa momentum, quo eclipsis instat initium, telescopium uertatur in lunam, et opera detur, ut appulsus umbrae nigrae ad lunae discum, una cum temporis momento, quod tum fluit, annotari queant. Postea ulterius attendi debet ad progressum umbrae in luna, et annotanda sunt tempora, quibus umbra ad maculam appellit, uel totam tegit; isque labor, quamdiu crescit

uel

uel decrescit eclipsis, continuandus est. Quo si quis ea qua per est solertia defungatur, et post eclipsin iterum horologii tempus, uel obseruatione altitudinis stellae, (§. 138. sphaer.) uel interdiu adiumento solis in meridiano conspecti, emendet, emendationemque, si qua opus est, momentis antea obseruatis applicet, obtinebit obseruationem deliquii lunaris, quae tum astronomiae tum geographiae augendae poterit inseruire.

SCHOLION.

LXXXI. *Alii utuntur micrometro, et phases digitorum obscuratorum metiri conantur. Verum experti norunt, methodum modo descriptam multo et faciliorem et tutiorem esse.*

OBSERVATIO.

LXXXII. *Non solum luna quandoque, cum maxime splendet, subito obscuratur, sed etiam sol nonnunquam simile pati deliquium uidetur, dum tempore nouilunii, sub discum solis fulgidissimum, alius orbis opacus sensim intruditur, qui uel partem solis, uel totum solem, sed ad breue tempus, tegit, et quemadmodum sese sub solem insinuauit, iterum paulatim eundem relinquit, quo facto pristinus soli splendor restituitur. Tale phaenomenon cum accidit,* eclipsis solis *euenire dicitur.*

CONSECTARIVM I.

LXXXIII. Cum itaque eiusmodi solis oc-

cultatio tantum contingat tempore nouilunii, quo luna soli coniungitur, (§. 57.) et iam nobis constet, lunam esse corpus opacum, propria luce carens, et ad auertendam a nobis lucem solarem maxime idoneum (§ 52.) hisque accedat, quod orbis ille, qui sub sole in eclipsi ponitur, magnitudinem apparentem lunari parem referat, nullum plane superest dubium, lunam collocatam inter solem et terram, illius radios a quibusdam terricolis arcere, et hoc modo eclipsis solaris spectaculum producere.

CONSECTARIVM II.

LXXXIV. Tenebrae uero, quae tempore passionis optimi maximi Seruatoris, toti tribus horis orbi incubuerunt, (σκότος ἐγένετο ἐπὶ πᾶσαν τὴν γῆν. Matth. XXVII. 45) quia tempore plenilunii, quo pascha iudaicum celebrandum erat, euenerunt, non potuerunt a luna interposita oriri, et spissiores procul dubio fuerunt iis, quas eclipsis solis afferre solet. Quare per miraculum, et contra naturae ordinem, eas fuisse immissas, palam est. de qua eclipsi uaria commentantur HVETIVS dem. Eu. Pr. §. 9. RICCIOLVS Alm. p. 357. conf. ORIGENES tr. 35. in Matth. EVSEB. Chron. a. C. 33. SVIDAS v. Dionysius. OROSIVS. H. VII. 3.

CONSECTARIVM III.

LXXXV. In eclipsi solari reuera lumen solis non minuitur, sed tantum interuentu lunae impeditur, quo minus ad aliquam superficiei

terrae

terrae portionem possit peruenire. ideoque re- ctius *eclipsis terrae* diceretur.

CONSECTARIVM IV.

LXXXVI. Et tametsi luna, quando centraliter solem subit, hunc totum tegere, et *eclipsin totalem* efficere possit, tamen exiguam sub sole moram trahit, et mox iterum solis radii refulgent, quia luna solem magnitudine apparente perparum quandoque uincit. (§. 21. 58)

CONSECTARIVM V.

LXXXVII. Et quia umbra lunae (quippe terra multo minoris §. 62) breuior et angustior existit umbra terrestri, ideo nunquam totum terrae hemisphaerium inuoluere caligine sua potest, sed tantum exiguam in terra portionem occupat. et experientia testatur, nullam eclipsin solis esse uniuersalem, sed dum sol alibi totus a luna absconditur, alibi tantum pars eclipsin subit, quin in remotioribus a cen (F.17. tro umbrae lunaris locis, discus solis integer potest esse conspicuus. Nempe totalis apparet eclipsis illis, qui intra umbram lunae ueram uersantur, *partialis* est intra spatium N O, quod penumbra occupat, nulla erit ibi, quorsum nec penumbra pertingit.

CONSECTARIVM VI.

LXXXVIII. Necessum quoque est, ut (F.18. pro efficienda eclipsi solis, luna soli in nodis uel proxime eosdem coniungatur, siue ut lunae latitudo minor sit aggregato semidiametrorum apparentium lunae et solis.

CON-

CONSECTARIVM VII.

LXXXIX. In nodis eclipsis nonnunquam fit annularis, dum centrum lunae minoris coniungitur soli, maiorem diametrum apparentem habenti, ut circa hunc lucis splendor emicare, et lunam opacam annulo fulgente cingere possit.

CONSECTARIVM VIII.

XC. Extra nodos, prout luna latitudine septentrionali uel meridionali gaudet, modo septentrionalis, modo australis solis portio occultatur. Initium fit a parte solis, quae occasum respicit, et populis occidentalioribus prius, orientalioribus serius defectus apparet. nam luna ante coniunctionem uersus occasum haeret, et, in ortum motum proprium continuans, prius solis partem, quae uertitur in occasum, tegit.

CONSECTARIVM IX.

XCI. Solent etiam quandoque, in orbe lunae sub sole posito, maculae prodire in conspectum, quod singulare phaenomenon uidetur, quia auersum a sole hemisphaerium lunae luce prorsus destitui supra diximus. (§. 52.) attamen lux illa lunae imbecillis, repetenda est a terra, cuius superficies lunam adspiciens, a sole tum magnam partem adhuc illustratur, unde per reflexionem ad lunae regionem potest pertingere.

PROBLEMA XXII.

XCII. *Typum eclipsis solaris describere.*

Re-

Resolutio. 1. Summa semidiametrorum apparentium solis et lunae, quae in ephemeridibus laudari solent, ex scala partium aequalium instrumento circini assumta, tanquam radio fiat circulus A B, et intra illum delineetur concentricus ope partium similium, quae semidiametro solis competunt. (F. 19.

2. Deinde ex eadem scala lunae latitudo sub initium et finem eclipsis, ex centro S, sursum uel deorsum, prouti latitudo borea uel australis iubet, in diametrum A B transferatur, in *y* et *x*, ductisque inde uersus I et F perpendiculis, puncta I et F, in quibus luna sub initium et finem eclipsis collocata est, inueniantur, et uia lunaris linea I F exhibeatur.

3. Praeterea semidiametro lunae in I, C et F pingantur circuli, qui lunae situm sub initium, in medio et sub finem eclipsis, atque una magnitudinem, siue numerum unciarum uel digitorum disci solis occultandorum, ob oculos ponunt.

De aliis proiectionibus pluribus et perspicue explicat GRAMMATICI l. c. Part. 2.

PROBLEMA XXIII.

XCIII. *Eclipsin solis obseruare.*

Resolutio. 1. Praeparetur helioscopium, de quo dictum est §. 81. dioptr. et die uno uel altero ante eclipsin circulus obseruationis sic delineetur, ut imaginem solis accurate capiat. dein diuidatur diameter in XII uncias, et per singulas diuisiones concentrici circuli describantur.

2. Sic

2. Sit etiam ad manus horologium oſcillatorium, cuius tempus diligenter fuit emendatum. (§. 44. Sphaer.)

3. Circa momentum, quo inſtat eclipſis, helioſcopium in ſolem conuertatur, et imago ſolis in fundo illius ſuper circulo obſeruationis excipiatur, in eodemque circumſpecte retineatur: quem in finem fulcrum idoneum adhibendum eſt. v. Roſt. p. 365.

4. Quando appulſus diſci lunae atri ad ſolem contingit, annotetur momentum temporis horologii, (cuius accuratius cognoſcendi cauſa, iuuat ſolis altitudinem, adminiculo quadrantis aſtronomici, gradibus in ſingula minuta diuiſis praediti, ſemel iterumque ante et poſt eclipſin metiri, uel operam dare, ut a ſocio exercitato tales altitudines, dum obſeruatio inſtituitur, menſurentur, quibus dein tempus uerum, (§. 128. ſph.) et correctio temporis horologii quaeritur et obtinetur) idemque in pugillares referatur. et ſimiliter tempora, quibus luna unam unciam poſt alteram occultat, et decreſcente eclipſi iterum deſerit, adſcribantur.

5. Et ut phaſium eclipticarum figura, nec non proportio ſemidiametrorum ſolis et lunae, et uia centri lunae exhiberi queant, obſeruator aliquot eiuſmodi phaſes, ſtilo uel rubro ſuper circulo obſeruationis dextre imitari debet, (uel ſtilo ſaltem tria in lunae peripheria puncta ſignare) quorum arcuum ſi deinceps centra indaget, (§. 70. geom.) tum proportionem apparen-

parentium diametrorum luminarium, tum ipsam lineam, quam centrum lunae, tempore eclipsis promotum, descripsit, reperiet.

CAPVT V.

DE QVINQVE PLANETIS MINORIBVS, SATVRNO, IOVE, MARTE, VENERE ET MERCVRIO.

DEFINITIO XIV.

XCIV. *Minores planetae* uocantur quinque praeter lunam, modo nominati, quia magnitudine disci apparentis lunae cedunt. quamuis quoad magnitudinem ueram plerique lunam superent. Ex his saturnus, iupiter, mars dicuntur *superiores*, quia uia eorum, in systemate philolaico orbitam terrae continet. *inferiores* sunt uenus et mercurius, quorum orbitae intra circulum, in quo terra reuoluitur, sitae sunt.

OBSERVATIONES, QVAE AD NATVRAM MINORVM PLANETARVM MANIFESTANDAM PERTINENT.

XCV. Mercurius *et* Venus *phases assumunt, et modo falcatam, modo dichotomam*

tomam uel bisectam, modo gibbam disci lucidi portionem per telescopia ostendunt. et similes phases bis qualibet periodo circa solem recurrunt. Visae etiam sunt maculae et prominentiae in uenere. RICCIOL. Alm. p. 485. Comment. Acad. R. 1700. p. 378. uterque autem planeta sub sole positus nigrae maculae speciem prae se tulit. HEVEL. Tr. de mercurio in sole uiso. Gedani 1662. f. ex mutationibus macularum ueneris, BLANCHINI eiusdem periodum 24 horis definiuit. Act. Erud. *1729. p. 499.*

2. *In marte itidem phases et maculae telescopiis cernuntur. HVGENIVS uidit in marte cingulum latissimum, quod martis globum in medio obfuscabat. system. saturn. p. 7. alii in maculis eiusdem mutationem et motum periodicum obseruarunt, qui propemodum 24 horis finitur. CASSINI d. progressu astron. p. 37. MARALDI Comment. A. R. 1706. p. 96.*

3. *Iupiter telescopio longiore XX et plurium pedum conspectus exercitato obseruatori fascias parallelas et mutabiles exhibet. HVGEN. p. 6. in illis motum deprehendit Cassini, qui circiter decem horis absoluitur, et periodum toto coelo breuissimam prodidit. l. c. p. 36.*

4. In

4. *In* saturno *annulus planus*, (F. 20. *nunquam cum eius corpore cohaerens, ab Hugenio primum accuratius fuit consideratus, cuius uario ad terram positu, uicissitudines figurae saturniae, quae antea astronomos dubios reddiderant, oriri, idem luculentius euicit. v. systema saturnium. Hagae 1659. 4. p. 54.*

5. *Differt etiam lumen horum planetarum. Saturnus pallet, iupiter flauescit, mars rubet, uenus et mercurius uiuidiorem et albescentem lucem fundunt.*

CONSECTARIVM.

XCVI. Ex his indiciis clare intelligitur, planetas minores opaca et aspera corpora esse, quorum superficies non ubique eadem et simili materia praedita est. id quod phases et maculae et prominentiae et lucis uariatio probant. Nonnulli etiam eorum et forsan omnes, quippe inter se similes, uertigine circa axem aguntur. plura de similitudine eorundem cum terra tradit HVGENIVS in cosmotheoro.

PROBLEMA XXIV.

XCVII. *Metiri diametros apparentes minorum planetarum.*

Resolutio. Veteres astronomi diametros planetarum minorum cum lunae propinquae diametro solebant comparare: recentiores micrometro utuntur, quibus melius fit harum

minutiarum aestimatio. (§. 85. diopt.) En Tychonis et Hugenii mensuras.

	Tycho		Hugenius p. 77.
	diam app. apog.	perig.	perig.
	M. S.	M. S.	M. S.
♄	1 34.	2 12	1 8
♃	2 14.	3 59	1 4
♂	0 57.	6 46	0 30
♀	1 52.	4 40	1 25
☿	1 29.	3 57	0 11 Heuel.

PROBLEMA XXV.

XCVIII. *Parallaxes et distantias minorum planetarum metiri.*

Resolutio. 1. Constat experimentis astronomorum recentiorum, planetarum minorum parallaxin diurnam, relatam ad semidiametrum terrestrem, propemodum esse inobseruabilem. Interim spem conceperunt, fore, ut saltem martis aliquando parallaxin, quando terrae est proximus, reperire possent, siquidem theoria Kepleriana docebat, martem, soli oppositum, plus quam duplo terrae propiorem ipso sole reddi. Quapropter ex consilio Cassini patris, in insulam, litori americae, et lineae quoque aequinoctiali, uicinam Cayennam, missus est Richerius, qui, eo tempore, quo mars erat perigaeus, tum illius, tum stellae marti propinquae altitudines meridianas obseruaret; dum interim similia experimenta a Cassinio Parisiis

capie-

capiebantur. collatis deinceps huiusmodi obseruationibus, parallaxis diurna martis $25\frac{1}{3}$ secundorum producebatur, cui distantia minima, 8000 semidiam. terr. respondet. v. CASSINI elem. astron. p. 40. *Act. Lipſ.* 1685. p. 470.

2. Porro cum ex proportione temporum periodicorum, (§. 100) colligi possit amplitudo et proportio orbitarum, in quibus primarii planetae rotantur, et inde ulterius semidiametri orbium, tanquam mediae singulorum planetarum distantiae a sole, innotescant, hoc tandem modo, tum distantiae singulorum planetarum a sole, tum etiam a terra inuentae sunt. conf. WOLFII Elem. astr. lat. p. 559. 561. add. WHISTON praelect. phys. mathem. p. 277.

Cassini distantias planetarum a terra tales, semidiametris terrae mensuratas, probat.

	Maxima.	Minima.
♄	244000	176000
♃	143000	87000
♂	59000	8000
☉	22374	21626
♀	38000	6000
☿	33000	11000
☽	61	53

Assumta parallaxi solis Hireana sex secundorum, (§. 25.) tales sunt distantiae planetarum a terra.

	Maxima.	Media.	Minima.
♄	380556	327544	274532
♃	222250	179259	163268
♂	92221	52944	13668
☉	34996	34377	33759
♀	60056	34548	9041
☿	51138	37179	23221

3. Quomodo autem diſtantiae uiciſſim parallaxes diurnas prodant, ſuo loco §. 88. ſphaer. demonſtratum fuit.

PROBLEMA XXVI.

XCIX. *Nota planetarum minorum diſtantia a terra et ſemidiametro apparente, inuenire ſemidiametrum ueram.*

Reſolutio in theoria ſolis explicata eſt §. 27. quia autem pro eadem expedienda ſecundorum minutorum ſinibus opus eſt, illi ex PITISCI canone triangulorum peti poſſunt. Logarithmos quoque pro ſingulis denis ſcrupulis ſecundis dedit VLACQ in trigonometria artificiali.

HVGENIVS Coſmoth. p. 15. ſequentibus numeris proportionem diametrorum planetarum minorum et ſolis expreſſit. add. ei. ſyſtema ſaturn. p. 77. ſq.

Diam.

	Diam. planet.	Diam. ☉	Ratio soliditatum ad soliditatem ☉
♄ cum annulo	11 :	37	
♄ sine annulo	5 :	37	1 : 405
♃	2 :	11	1 : 166
♂	1 :	166	1 : 4574296
♁	1 :	111	1 : 1367631
♀	1 :	84	1 : 592704
☿	1 :	290	1 : 24389000

CONSECTARIVM.

C. Inde simul colligitur proportio diametri terrae ad diametrum cuiuslibet planetae, diuisione fractionum. (§. 145. arith.) e. g. diam. saturni est $\frac{5}{37}$, terrae $\frac{1}{111}$ diametri solis, diuisis fractionibus, prodit quotus $\frac{555}{37} = 15$, qui indicat, diametrum terrae contineri quindecies a diametro saturni. Proportio superficierum et corporum secundum praecepta geometriae §. 205. 269. indagatur. superficies terrae est superficiei saturni $\frac{1}{225}$, corpus terrae est corporis saturni $\frac{1}{3375}$.

PROBLEMA XXVII.

CI. *Motus longitudinis quinque minorum planetarum explicare.*

Resolutio. 1. Periodum absoluunt sequentibus temporum interuallis:

	Annis	d.	h.	m.
♄	29	174	4	58
♃	11	317	14	49
♂	1	321	23	31
♀	0	224	17	53
☿	0	87	23	15

Kepler. epit. astr. p. 731. 760.

2. Latitudines heliocentricae, ſiue anguli inclinationis, quales ex ſole deberent ſpectari, ſunt in tab. Ludouic. ♄ 2°. 33'. ♃ 1°, 19'. ♂ 1°. 51'. ♀ 3°. 23'. ☿ 6°. 52'.

PROBLEMA XXVIII.

CII. *Explicare phaſes mercurii, ueneris, et martis.*

Reſolutio. 1. Dictum eſt ſupra §. 3. mer-
F. 21.) curium et uenerem ſemper comitari ſolem, et nunquam eidem opponi, quam obcauſam uenus, eximio prae ceteris planetis ſplendore coruſcans, quando ſolem mox oriturum praenunciat, *phoſphorus*, et quando poſt eius occaſum ſequitur, *heſperus* iampridem appellata fuit. ſi igitur alteruter planeta inferior, ſolem S circumiens, appareat in A, et emergens ex ſolis radiis ueſperi a ſpectatore in terra T poſito, reſpiciatur, fere *rotunda* et *plena* facies uidebitur, quia totum hemiſphaerium illuminatum ad terram conuertit; ſed progreſſus planeta in B, quia iam obliquius adſpicitur, *gibboſam* phaſin, et ulterius *dichotomam* in maxima elongatione C, *falcatam* in D, ubi ad coniunctionem cum ſole retrogradus properat, oſtendet, ſimiles, ſed inuerſo ordine luminis uiciſſitudines, in dextro ſemicirculo, a retrograda coniunctione usque ad directam, recurrent.

2. Verum mars quoque non ſemper plenum orbem illuſtratum nobis monſtrat. nam in F, quando ad maximam elongationem a ſole tendit, *gibboſus* uidetur.

CON-

CONSECTARIVM I.

CIII. Iupiter et ſaturnus phaſes non habent, quia ob magnam a ſole et terra diſtantiam, fere eandem terrae et ſoli portionem diſci ſui obuertunt, adeo, ut quantillum illud eſt, quod ex lucido hemiſphaerio non uidetur, idem tamen, in exigua diſci ſpecie, quam teleſcopia exhibent, minime notabile ſit, nec ſub aeſtimationem noſtram cadat.

CONSECTARIVM II.

CIV. Venus autem, dum corniculata eſt, ob uiciniam terrae, quam maxime ſplendet, et quando per teleſcopium plena lucet, quia celſiſſimum ſitum habet, e terra exili admodum ſpecie uidetur. Ceterum uenus perigaea aliquando tanto nitore coruſcat, ut interdiu appareat. de quo phaenomeno egregia extat HALLEII commentatio v. MOTTE epit. Vol. I. p. 324. adde ſi libet diſſ. de obſeruationibus ſiderum minorum diurnis.

CONSECTARIVM III.

CV. Ex laudata quoque theoria ſequitur, uenerem et mercurium aliquando ſolis diſcum ſubire poſſe, ſi tam exigua planetae ſit latitudo geocentrica, ut inter ſolem et terram poſitus, aliquos a nobis ſolis radios auertat. quod phaenomenon in mercurio ſaepius, in uenere ſemel, poſt inuentum teleſcopium, conſpectum fuit, prouti copioſius HEVEL. tr. pecul. tradidit, conf. WHISTON prael. aſtron. p. 276. Venus iterum ſub ſole erit a. 1761. 26. Maii mane.

PROBLEMA XXIX.

CVI. *Explicare de satellitibus iouis.*

Resolutio. 1. Satellites iouis primus per telescopium Belgicum conspexit SIMON MARIVS Onoldinus, mense nouembri a. 1609. sed dum leges motuum indagat, et in tabulas eosdem referre laborat, protrahitur obseruationum publicatio in annum 1614, quo mundum iouialem Norimbergae edidit. GALILEVS uero Florentinus, qui primum a. 1610. d. 7. Ian. illos planetas uiderat, maturabat eorum, quae usque ad 2. martii notauerat, editionem, et 4 id. Mart. 1610. Florentiae *nuncium sidereum* uulgabat: recus. Londin. 1653. 8. et planetas nouos *medicea sidera* nominabat.

2. Occurrunt in his satellitibus phaenomena eorum simillima, quae in luna deprehendimus. relati enim ad iouem perigaeum et apogaeum habent, prope eum ueluciores, remoti ab eodem tardi et quasi stationarii sunt. Gaudent motu latitudinis, et ab ecliptica modo in boream, modo in austrum deflectunt. Magnitudo apparens crescit et decrescit. et ioui uicini plus quam duplo maiores apparent.

3. Notitiam motuum horum satellitum accuratiorem debemus industriae perspicaciaeque egregii astronomi J. DOMIN. CASSINI, quam in opere, cui titulus: *les hypotheses et les tables des satellites de Jupiter reformees sur de nouvelles observations.* Paris. 1693. f. cum erudito orbe communicauit. periodi eorum sunt sequentes:

Pri-

	D.	H.	M.	S.
Primi	1	18	28	36
Secundi	3	13	18	52
Tertii	7	3	59	40
Quarti	16	28	5	6

4. Quoniam comites iouis cum primario suo semper prope eclipticam mouentur, hinc frequentissime umbram iouis incurrunt, et eclipses patiuntur, quae e terra, praeterquam cum iupiter soli coniunctus uel oppositus (F.22. est, (nam priore casu C iupiter heliace occidit, altero O satellitum ingressus in umbram et egressus ex eadem, ob intermedium iouis globum uideri nequit, prouti figura clarius docet) telescopio sex uel plurium pedum distincte obseruantur. et primi quidem ioui proximi satellitis motus tam feliciter a Cassinio calculis est comprehensus, ut ad unicum circiter minutum horarium, certissime iis in locis, quorum differentia meridianorum a Parisino obseruatorio nota est, praedici possit.

5. Quin per tubos opticos longiores et praestantiores cernitur quoque umbra satellitis, inter iouem et solem positi, in iouis discum proiecta. *Comment. Ac. R.* 1707. p. 376.

6. Digressiones satellitum maximae a centro iouis sunt tales: primi $5\frac{1}{2}$, secundi 9. tertii $14\frac{1}{3}$, quarti $25\frac{1}{3}$ semidiam. iouis.

SCHOLION.

CVII. *Emendationes tabularum motuum satellitum iouis dederunt HALLEY in Whistoni praelect. astron. p.* 219. 374. *IO. POVND in Mottii epit. trans. angl. add. Comment. Ac. R. Gall.* 1706. *p.* 101. *OLAVS*

ROEMERVS olim Prof. aſtron. Hafn. automatum, pro ſyſtemate planetarum iouis exhibendo, compoſuit, cuius fabrica deſcribitur ab anon. Anglo. tr. der kunſtreiche Uhrmacher. ſub finem Gnomon. Welperi p. 27.30. et in CL. HORREBOW baſi aſtronomiae c.14. ſimiliter CASSINI orbibus quinque chartaceis mutuam eorundem planetarum poſitionem repraeſentare docuit. de quo inuento, poſtquam illud a MARALDO Pariſiis mecum communicatum acceperam, latius dixi in explicatione iouilabii caſſiniani. a. 1727. Roemerus ex immerſionum et emerſionum horum ſatellitum obſeruationibus, celeritatem radiorum F. 22.) lucis colligere annifus fuit. ſiquidem animaduertit, emerſiones tardius uideri, terra prope C collocata, et citius conſpici, quando prope O uerſatur. ita, ut dum radius lucis orbem magnum percurrit, propemodum horae quadrante ſerius ad nos perueniat. HAMEL hiſt. Ac. R. L. 2. ad. a. 1675. p. 155. HORREBOW. l. c. p. 126. Verum Caſſini hanc temporis differentiam a latentibus hypotheſium imperfectionibus oriri poſſe cenſuit. v. tr. d. orig. et progr. aſtron. p. 39. et Comment. Ac. R. 1706. p. 102. add. Hiſt. Ac. R. 1707. p. 96. ſiquidem aliorum coeli ſpectaculorum ratio iubet, ut lumen in inſtanti propagari ſtatuamus. PARDIES d. motu luminis. idemque obſeruationibus ſatellitum iouis uariis luculenter comprobauit diligentiſſimus MARALDVS. comment. Ac. R. 1707. p. 36. ſubſcribunt tamen Roemero NEWTON princip. p. 207. KEILL aſtron. p. 223. Denique annotandum eſt, non plures quam quatuor planetas circa iouem ambulare, etſi alios ſe uidiſſe contenderit RHEITA ocul. Henoch. p. 172. quos Ferdinandi tertia uel Vrbanoctauiana uocari uoluit. deceptus enim fuit conſpectu ſtellarum paruarum fixarum, prope iouem ſtationarium haerentium. nec poſtea illae recurrerunt. HEVEL ſelenogr. p. 49.

PROBLEMA XXX.

CVIII. *Explicare de ſatellitibus ſaturni.*

PRO-

Resolutio. Circa Saturnum quoque quinque comites eunt. eos primum uidit RHEITA a. 1643. sed motus dimensus non est. primus HVGENIVS quartum detexit, et eius periodum quindecim fere diebus absolui expertus est. System. Saturn. p. 9. 30. quatuor reliquorum motus et phaenomena attentius contemplatus est CASSINI. v. HAMEL. H. Ac. R. a 1690. c. 2. et *Fontenelle* H. A. R. 1705. p. 148. sunt autem periodi eorum tales;

	D.	H.	M.	S.
Primi	1	27	18	31
Secundi	2	17	41	27
Tertii	4	13	47	16
Quarti	15	22	41	11
Quinti	79	22	4	9

In quinto praeterea periodum apparentis diminutionis et amplificationis Cassini notauit, quam a reuolutione circa axem, et diuersa utriusque hemisphaerii, lucem solarem reflectentis, conditione pendere putauit. LOWTHORP. Vol. I. p. 368. Elongationes maximae a centro primarii sic se habent: primi 1 diam. annuli, secundi $1\frac{1}{4}$, tertii $1\frac{2}{3}$, quarti 4, quinti 12 diam. annuli. Interim saturni comites obseruatu sunt difficiles, ob distantiam, et globi saturni et annuli eiusdem propinquitatem. neque adhuc motus eorundem satis sunt emendati. v. CASSINI comment. Ac. R. 1705. p. 18. Instrumentum pro situ mutuo comitum saturni reperi-

periundo deſcribit LOTHAR. ZVMBACH in ſaturnilabio. Amſtel. 1726. 4.

PROBLEMA XXXI.

CIX. *Varietates motus longitudinis; ſiue phaenomena ſtationum, directionum et retrogradationum, ſaturni et iouis explicare.*

F. 23.) *Reſolutio.* Dum tellus in orbita T S circa ſolem annuo motu reuoluitur, iupiter orbis ſui partem duodecimam, ſaturnus triceſimam, abſoluit. (§. 101) diuidatur annuus terrae motus in partes aequales ſex, et totidem ſimiles aſſumantur in arcu L P, qui motum annuum iouis uel ſaturni refert; docent lineae, quae puncta cognomina copulant, quod, quamdiu inter terram et planetam ſol eſt medius, uel dum planeta in coniunctione cum ſole, uel circa eandem uerſatur, idem *directus* ſit, et ab occaſu in ortum ſecundum ſignorum ſucceſſionem moueatur; quando autem terra ponitur inter planetam et ſolem, uel planeta ſoli oppoſitus eſt, idem *retrogradus* fit, intermedio tempore eſt *ſtationarius*.

CONSECTARIVM I.

CX. Eadem phaenomena, ob rationis ſimilitudinem in marte locum habere debent. ſchema tamen, pro iisdem demonſtrandis, paulo diductius requiritur.

CONSECTARIVM II.

CXI. Citius repetuntur hae uiciſſitudines in ſatur-

saturno, quam in ioue, et citius in ioue, quam in marte, nempe saturnus circiter 12 diebus ultra annum elapsis, iupiter post annum et mensem, mars post biennium et 46 dies, fere easdem uariationes terrae incolis conspiciendas praebet, siquidem talibus interuallis similis terrae et planetarum superiorum positus recurrit, quemadmodum ex proportione motus proprii eorundem et terrae intelligitur.

CONSECTARIUM III.

CXII. Attamen quo propior est planeta terrae, eo maiores sunt arcus retrogradationis, ♂ 13°. ♃ 10°. ♄ 6°. et quo quis altior et tardior, eo diutius retrogradus manet. ♄ 136. ♃ 119. ♂ 57 diebus.

PROBLEMA XXXII.

CXIII. *Directiones, stationes, et retrogradationes ueneris et mercurii explicare.*

Resolutio. Circa solem in orbita 1. 4. 8. uenus uel mercurius, et in ampliore circulo (F. 24. TE terra uoluatur; facta utriusque uiae diuisione in partes aequales, lineae per respondentes intersectiones ductae monstrant, quod e terra planetas illos adspicientibus, motus uideatur *directus*, cum sol est inter terram et planetam. *retrogradus*, quando planeta est inter terram et solem, et quod *statio* contingat tempore medio.

CONSECTARIUM I.

CXIV. Contrarias ergo rationes inferiores

ser-

feruant ſuperioribus. et quo inferior planeta remotior eſt a terra, eo maiorem arcum retrogradationis, ſed minore tamen temporis ſpatio peragrat. durat enim retrogradatio ueneris 42, mercurii 22 diebus circiter. Redeunt quoque anomaliae, poſtquam ſimili ad terram ſitu planeta locatur. mercurius poſt menſes quatuor, uenus poſt annum et ſeptem menſes circiter ſimiles uariationes oſtendit.

CONSECTARIVM II.

CXV. Sed quia pro explicandis hiſce phaenomenis motus terrae circa ſolem aſſumendus eſt, quo facto, tam tempora, quam coeli loca, et arcuum, intra quos motus contrarii continentur, magnitudines definiri poſſunt, (prouti *Clar.* DOPPELMAYERVS peculiaribus tabulis, quibus ephemeridem planetarum minorum geometricam a. 1708. 1709. 1710, Norimbergae ſumtibus Homannianis ob oculos poſuit, demonſtrauit.) facile apparet, quanti hinc ponderis argumentum Copernicani, pro ſtabilienda ſua ſententia, ducant. KEPLER epit. p. 734.

CONSECTARIVM III.

CXVI. Denique fluit ex dictis, ſolem et lunam nec ſtationi, nec retroceſſioni obnoxios eſſe poſſe, quia circa ſolem terra, et circa terram luna, directo ſemper prouoluitur.

CA-

CAPVT VI.

DE STELLIS FIXIS, NOVIS ET COMETIS.

OBSERVATIONES, QVAE AD NATVRAM FIXARVM PERTINENT.

CXVII. 1. *Lumen fixarum, praecipue illustriorum, forte est et scintillans. scintillatio autem augetur, quando instat quaedam aeris uel tempestatis mutatio.*

2. *Radii, qui extra peripheriam fixarum emicant, euanescunt, quando lens telescopii sic tegitur, ut foramen apertum pisi maioris diametrum habeat, tum enim fixae instar punctorum lucidorum apparent.* Heuel. *selenogr. proleg. p. 37.*

3. *Non solum nudis oculis, aliae aliis illustriores et maiores uidentur, et passim nebulae fixis permiscentur, sed etiam per telescopia eadem differentia sub conspectum cadit. et sigillatim telescopia innumeras produnt fixas, quae nudis oculis sunt inconspicuae. GALILEVS in pleiadibus 36, in ense et cingulo orionis 80, in capite orionis 21, in nebulosa cancri 36 stellas exiguas numerauit, quae tantum telescopiis cernuntur.*

nunc.

nunc. ſider. *p. 31. RHEITA ocul. Enoch. L. 1. c. 1. teſtatur, ſe in orionis ſidere 2000, in pleiadibut 188. ſtellas reperiſſe.*

4. *Sed praeterquam, quod in galaxia et nebulis, quae nudo oculo patent, per teleſcopium plurimae fixae minutae appareant, notatu dignum eſt, quod etiam teleſcopiis nebuloſa ibi deprebendatur, ubi nudo oculo fixa unica obuerſabatur. Quemadmodum media enſis orionis, tubo optico uiſa, praeter tres exiguas admodum uicinas, nebulam ualde lucidam, et ueluti apertum coeli empyrei foramen, oſtendit. quod phaenomenon primus detexit HVGENIVS ſyſt. ſaturn. p. 8. et quisque perſpicillo octo pluriumue pedum inſtructus idem poterit experiri. HALLEIVS quinque alia ſimilia ſpatia lucida, ſolum tubis opticis reperiunda, enumerat in Mottii epit. trans. Angl. Vol. I. p. 234. add. DERHAM obſeruationes nebuloſarum. transact. Philoſ. n. 428. art. 5.*

CONSECTARIVM I.

CXVIII. Docent nos haec et alia fixarum ſpectacula, ſaltem eas, quae tam inſignem luminis ubertatem prae ſe ferunt, lucem natiuam in ſe habere, non mutuatitiam, quod amplius confirmabitur, ſi aſtronomorum coniecturas, de immenſa fixarum diſtantia, poſtea expenderimus, quia ſic intelligemus, a ſole fixas lucem mu-

mutuari non posse. annon autem inter fixas minores, minusque splendidas, uel nudis oculis inuisas, quaedam sint, quarum opaca substantia a fixis propinquis, tanquam solibus illustratur, id forsan diligentior earum contemplatio et uicissitudines, si quas patiuntur, melius patefacient. agit de talibus fixarum mutationibus HEVEL Cometógr. p. 381. de corollariis uero, quae inde deducuntur ab illis, qui plura inter fixas systemata, et mundos plures dari arbitrantur, uid. HVGEN. Cosmotheor. p. 112. FONTENELLE de pluralit. mundor. et olim IORD. BRVNVS Lib. VIII. de innumerabilibus, immenso et infigurabili. Francof. 1591. 8.

CONSECTARIVM II.

CXIX. Scintillationem fixarum uel ab aere nostro oriri, uel ab illo saltem augeri, satis liquet. Forsan enim confert aliquid singularis lucis fixarum commotio et claritas, item circumactio circa axem. HEVEL l. c. p. 373.

CONSECTARIVM III.

CXX. Quia córona radiosa fixis adhaerens telescopii beneficio separatur, oportet eam in oculis nostris fallacia quadam uisus nasci, dum processibus ciliaribus, siue fibris, quae crystallinam oculi lentem cingunt, quidam radii reflectuntur, quidam per earundem interstitia transmittuntur.

CONSECTARIVM IV.

CXXI. Quod telescopiis amplificentur non

nihil fixarum species, et interualla inter easdem, uel exinde perspicue colligitur, quia tantam, iis in locis, ubi alias nudo oculo nulla stella uidebatur, fixarum multitudinem numerare licet. OLDENBVRG. Act. philos. Angl. 1665. p. 48. Neque his aduersatur, quod exigua diametri stellarum, et spatiorum, quibus distinguuntur, incrementa mensuris nostris comprehendi non possint.

CONSECTARIVM V.

CXXII. Ceterum ex diuersa fixarum magnitudine apparente, distantiae, uel uerae magnitudinis uariae, indicium non obscurum capi, palam est (§. 53. 57. opt.)

PROBLEMA XXXIII.

CXXIII. *De parallaxi stellarum fixarum explicare.*

Resolutio. 1. Sermo nobis est, non de parallaxi diurna, quae ad semidiametrum terrae refertur, nam illa reuera nulla est, sed de parallaxi annua, quae respicit diametrum orbis magni, in quo terra circa solem uoluitur.

2. Huius inueniendae causa obseruationes fecerunt J. FLAMSTEDIVS et R. HOOKIVS; ille stellae polaris uariabilem latitudinem, et a polo distantiam, deprehendit, nempe uisa ipsi est stella polaris minorem habere latitudinem, circa solstitium aestiuum, quam circa brumale; idem reperit, eandem stellam minus distare a polo, quo magis locus

tellu

telluris a puncto solstitiali aestiuo ad hibernum accedit, et rursus eam recedere a polo sensit, quo magis terra a cardine solstitii hiberni (F 25. ad cardinem solstitii aestiui accedit. inde parallaxin annuam horizontalem, relatam ad diametrum orbitae terrestris AB, siue angulum AFB. 47 secundorum elicuit. v. epist. ad Wallis. oper. huius T. III. p. 701. HOOKIVS in stellis uerticalibus uariationem 26 secundorum, quae fere similem Flamstedianae parallaxin prodit, detexit. WHISTON prael. astron. p. 36. Verum celeb. CASSINI fil: peculiari commentatione (memoir. de l' Ac. R. 1709 p. 247) ostendit, ex Flamstedii obseruatis talem parallaxin perperam colligi. idem fuit iudicium ROEMERI, teste CL. HORREBOW in Copern. triumph. p. 7. et GREGORIVS astron. geom. p. 275. censet, exiguam illam differentiam locorum stellarum non satis tuto parallaxi earundem tribui, siquidem ex aliis caussis ignotis nasci possit. ex contraria tamen parte Flamstedium defendit WHISTON prael. phys. mathem. p. 199. sq. add. prael. astron. p. 33.

3. Ante paucos annos laudatus HORREBOW l. c. cum orbe erudito communicauit obseruationes Roemeri, pro inuenienda parallaxi fixarum, quam reperit 30 secundorum, relatam ad semidiametrum orbis terrae annui. add. eiusdem basis astron. c. 10. De conatibus CASSINI uid. Comment. A. R. 1717. sed

dubia hic aliqua mouit HALLEY Transact. Angl. n. 364. p. 1.

CONSECTARIVM.

CXXIV. Interim quamdiu parallaxis fixarum definitio certa et explorata non est, tamdiu etiam distantiam earum in medio relinquere oportet. Ex hypothesi Flamstediana fixae a sole 4380 diametris orbis magni distant, assumta autem Roemeri parallaxi 30 sec. fit distantia illa 6875 diametror. orbis magni. (§. 42. Tr. pl.)

SCHOLION.

CXXV. *Etsi autem parallaxis fixarum dubia sit, tamen contingunt in illis quaedam mutationes, quae uariabilem earum a terra distantiam indicare uidentur. Cassini pro prima arietis solitaria, aliquando binas aequales, interuallo diametri utriusque distantes conspexit. idem notauit in praecedente capite geminorum. GREGOR. p. 274.*

PROBLEMA XXXIV.

CXXVI. *De diametro fixarum apparente et uera explicare.*

Resolutio. Diameter apparens fixarum, etiam primae magnitudinis, nondum accurate determinata est. RICCIOLVS sirio 18 sec. Alm. p. 424. HVGENIVS Cosmoth. p. 114. 4 tertia eidem assignauit. HALLEIVS l. c. expertus est, fixas Adebaran et spicam uirginis momentaneam a luna pati occultationem. Quapropter etiam uerae diametri magnitudo, quae ope distantiae et diametri apparentis indagatur, (§. 27) nos adhuc latet.

PRO-

PROBLEMA XXXV.

CXXVII. *Inuenire motum longitudinis fixarum.*

Resolutio. Comparentur inter se obseruationes longitudinis fixarum, quae plurium seculorum interuallo distinguuntur, graduum longitudinis interiectorum, in secunda minuta resolutorum, numerus, per differentiam annorum interim elapsorum diuidatur, quotus indicabit scrupula secunda, quae annuo longitudinis fixae motui respondent.

Hoc modo Hipparchus, collatis obseruationibus uetustioribus Timocharidis et suis, reperit fixas, intra 100 annos per unum gradum, et quouis anno per 36 sec. promoueri. Recentiores felicius eiusdem problematis solutionem tentarunt. Timochares anno ante C. N. 294 spicae uirginis longitudinem retulit in 22 gr. ♍, *HIPPARCHVS ann. ante C. N 128 eandem in 24 gr.* ♍ *deprehendit. TYCHO a. 1600. spicam obseruauit in 18 gr.* ♎. *Inter Timocharidis et Tychonis obseruationem intermedii sunt anni 1894, differentia longitudinis est 94560 sec. haec per numerum annorum diuisa, producit motum annuum longitudinis fixarum 50 sec. unde sequitur intra annos 72 longitudinem fixarum uno gradu augeri. HEVEL prodr. astron. p. 85, motui unius gradus annos 71 assignat. plures astronomor. opiniones collegit Lawthorp. epit. Vol. I. p. 245.*

CONSECTARIVM.

CXXVIII. Sed quia motus ille proprius fi-

xiarum fit secundum longitudinem, et ecliptieae parallelismum, ideo latitudo earundem inuariata manet.

SCHOLION.

CXXIX. *KEPLERVS epit. p. 910. cum Copernico omnem motum proprium fixis negat, et praecessionem punctorum aequinoctialium apparenter tantum fieri arbitratur. dum nempe axis telluris inclinatur aliquantum uel reflectitur super centro corporis, ut hoc modo punctum intersectionis aequatoris et eclipticae in partes contrarias, siue c. s. s. ire uideatur. NEWTON ex prominentia terrae circa aequatorem, et actione solis in eandem regressum nodorum oriri docet. p. 167. 388. v. GREGOR. p. 77. PEMBERTON. p. 308.*

PROBLEMA XXXVI.

CXXX. *Inuenire, quaenam stella supra datum horizontem semper extet, uel semper infra eum delitescat.*

F. 26.) *Resolutio.* A quadrante P Q, auferatur eleuatio poli P R, relinquitur eleuatio uel depressio aequatoris R Q, et quia stellae circulus diurnus est aequatori parallelus, (§. 22. Sphaer.) sequitur, quod stella quaelibet, quae declinationem borealem maiorem habet, depressione aequatoris Q R, semper supra illum horizontem extet, et uicissim, quod stella, quae habet declinationem australem, maiorem eleuatione aequatoris A H, semper infra illum horizontem delitescat.

SCHOLION.

CXXXI. *Reliqua, quae ad stellas fixas pertinent problemata, de declinatione, ascensione recta et obli-*

que

qua, culminatione, ortu et occasu, longitudine et latitudine earundem inuenienda, et alia, in sphaerica astronomiae parte explicata sunt.

DEFINITIO XV.

CXXXII. *Stellae nouae* dicuntur fixae, quae non semper in coelo sunt conspicuae, sed quandoque extra ordinem lucent.

SCHOLION.

CXXXIII. *Plures autem nouae einsmodi fixae stellae ab astronomis detectae sunt; ex quibus tantum insigniores nonnullas hic memorabo. Hipparchus talem uidit, sed incertum quo coeli loco, eiusdemque conspectu permotus est, ut auderet annumerare posteris stellas, teste Plinio. L. 2. c. 26. Hepidanus in annal. alemann. ap. Goldast. T. I. rer. alem. narrat, a. 1012. nouam insolitae magnitudinis per tres menses fulsisse. quae Tycho in noua primae magnitudinis in Cassiopea a. 1572. notauerit, Tom. I. progymn. ei. continentur. Recentiore aeuo nouae stellae in pectore cygni, in pede serpentarii, in collo ceti, et aliae repertae sunt. quin et mutatio et extinctio lucis in stellis, quae semper apparent, obseruata est. de quibus omnibus disserunt latius Kepler tr. pecul. de stellis nouis in pectore cygni et pede serpentarii, Heuel. in prodr. astron. et in Cometogr. p. 374. RICCIOL. Alm. P. II. p. 130. LOWTHORP p. 247.*

OBSERVATIONES PHAENOMENORUM STELLARUM NOVARUM.

CXXXIV. 1. *Nouae stellae scintillant ut fixae; quae in Cassiope a. 1572. luxit, tam forte lumen fudit, ut nonnunquam interdiu ab oculatioribus deprehenderetur. color eius sub initium clarus, et candidus,*

ſub finem rutilans et obſcurior uidebatur. durabat ſpectaculum hoc anno et ſeptem menſibus.

2. Locum inter fixas nouae non mutant, ſed ubi primum apparuerunt, ibi etiam euaneſcunt.

3. Aſt cum reliquis motu communi aguntur circa terram.

4. Parallaxis earum ſenſibilis deprehendi non potuit.

5. Quaedam recurrunt eodem in coeli loco, poſt elapſum aliquod temporis interuallum. Stellae cygni periodus eſt 13 menſium. ſtella hydrae poſt biennium redit. Hiſt. Ac. R. 1706. 139.

6. Sub initium apparitionis apparens illarum magnitudo ſenſim creuit, ſub finem paulatim imminuta eſt, donec penitus euaneſcerent.

CONSECTARIVM I.

CXXXV. Fortes radii et ſcintillantes, propriae et natiuae lucis, qua nouae ſtellae gaudent, indicium praebent.

CONSECTARIVM II.

CXXXVI. Quia non ſolum motu communi circa terram feruntur, ſed et parallaxi carent, pro-

procul dubio uel inter planetas ſuperiores, uel ultra illos locandae ſunt. nec probabile eſt, tam ingentes, tamque luminoſos globos, caſu ex fecibus uel purgamentis coeli coaleſcere, ideoque pro antiquis merito habentur. ſed cur aliquando luceant, iterumque euaneſcant, ſane difficile admodum explicatu eſt. nec *Bullialdi* hypotheſis, qui alterum nouarum ſtellarum hemiſphaerium lucidum, alterum opacum putauit, declarandis omnibus phaenomenis ſatisfacit, ſiquidem nonnullae, quae paucis menſibus apparuerunt, centum poſtea et amplius annis latuerunt. *v. Wolfii* diſſ. de ſyſtemate ſolium dimidiatorum. Quodſi propter appropinquationem ad terram nouae ſtellae in conſpectum noſtrum uenire, et in ſitu apogaeo deliteſcere dicantur, reſtat, ut doceatur, quomodo in linea recta, ſeruato eodem inter fixas uicinas loco, a terra recedere, et ad eam rurſum accedere poſſint.

DEFINITIO XVI.

CXXXVII. *Cometae* ſunt ſtellae nouae, quoad lumen et motum proprium, planetarum aemulae, quae extra ordinem quandoque in coelo apparent, et utplurimum comam uel capillitium lumine debili conſpicuum poſt ſe trahunt.

SCHOLION.

CXXXVIII. *Hiſtoriam cometarum* 154. *RICCIOLVS Alm. P.* 2. *p.* 3. *digeſſit. add. HEVELII Cometogr. a.* 1668. *Gedani. f. et STANISL. LVBINIETZKY Theatr. cometicum. Lugd. B.* 1681. *f. Primam*

mam cometae obseruationem astronomicam suscepit IO. REGIOMONTANVS. *a.* 1472. PETRVS APIANVS *a.* 1531. *animaduertit, cometarum caudas semper protendi in regionem a sole auersam.* TYCHO *a.* 1577. *defectum parallaxeos deprehendit.* CASSINI, *comparatis pluribus obseruationibus, zonam motus cometarum, per antinoum, pegasum, andromedam, taurum, orionem, canem minorem, hydram, centaurum, scorpionem et arcum sagittarii ducendam esse, docuit. et Georg. Sam. Doerfelius, cum Plauiae Variscorum cometae a.* 1680. *et* 1681. *uisi motum diligentius notaret, perspexit, iter illius prope solem ualde curuari, sed extra coniunctionem solis amplificari, et collatis aliquot locis cometae, figuram orbitae cometicae parabolicam, in cuius foco sol est, inuenit. v. tr. eiusd. germ. astronomische Betrachtung des grossen Cometen a.* 1680. *Plauiae.* 1681. 4.

OBSERVATIONES PRÆCIPVORVM PHAENOMENORVM COMETARVM.

CXXXIX. 1. *Magnitudo apparens capitis cometae uaria est. aliqui ioui et ueneri, pares, et maiores, (qualis fuit uisus ab Heuelio. a.* 1652. *qui discum uix aliquanto minorem luna plena in principio monstrabat,) aliqui minores apparuerunt.*

2. *Vnius eiusdemque cometae facies sub finem apparitionis sensim decreuit, donec omnino ex conspectu eriperetur.*

3. *In capite nucleus rotundus telescopiis distinguitur, quem rara, quae in caudam desinit, materia ambit.*

4. Co-

4. Cometae a. 1665. et 1680. vix 22. gradibus dissiti a sole pleno orbe fulserunt.

5. Lumen capitis pallidum est, obscurius lumine planetarum. in nonnullis nucleus colorem candentis ferri exhibuit. aliqui nebulae albae specie conspecti fuerunt. et generatim, lux cometarum clarior est, quando prope solem uersantur, imbecillior, postquam maiorem a sole elongationem nacti sunt.

6. Cauda in auersam a sole plagam dirigitur, sed cum declinatione aliquot graduum. huius rara est materia, per quam minores stellae translucent, figura calathoidea, uel diuergentium scoparum, in cuius medio nigricantem striam et ueluti axem GVILIELMINI uidit. oper. T. I. p. 43. longitudo caudae ad 20, 30, 50 et plures gradus porrecta fuit. idem cometa quandoque comam longiorem, quandoque breuiorem, uel omnino nullam, ostendit. latitudo quoque comae diuersa fuit, illa, quae cometae a. 1680. adhaesit, in fine duos gradus superabat, dum capitis diameter tribus tantum par minutis haberetur.

7. Motu cometae gaudent non solum communi, uerum etiam proprio, sed ualde inaequali, quippe qui diuersa in eodem cometa celeritate continuatur. cometa a. 1652.

in

in principio uno die undecim gradus peragrauit, postea lentius processit, ut intra 20. dies 66. circiter gradus absolueret. v. HEVEL. cometogr. p. 887. Hist. Acad. R. 1707. p. 129. Comment. ib. p. 738.

8. *Duratio non eadem omnibus. maxima sex mensium, alii intra paucos dies euanuerunt. FONTENELLE. l. c.*

9. *Parallaxi carent, et e diuersis locis simul uisi, eandem a stellis fixis uicinis distantiam seruarunt.*

CONSECTARIVM I.

CXL. His experimentis edocemur, cometas propria luce destitutos, mutuatitia solis illustrari, ideoque prope hunc clariores, et remotiores ab eodem obscuriores uideri. sed quod plus, quam saturnus, planeta a sole dissitissimus, pallent, id quidem singulari superficiei cometicae porositate, qua radii solares absorbentur, effici, uerisimile est.

CONSECTARIVM II.

CXLI. Quod attinet ad eorum distantiam a terra, certum est, eam esse longe maximam, non multo minorem distantia solis, quando in perigaeo uersantur. siquidem parallaxin non habent, et phasibus carent, etiamsi haud procul a sole consistant.

CONSECTARIVM III.

CXLII. Si autem tanto a nobis interuallo remoueantur, et tamen plurium unius gradus

scru-

ſcrupulorum diametrum exhibeant, ſequitur, cometas eiusmodi inſigniores, corporis mole et magnitudine, cum terra, ceterisue planetis maioribus certare poſſe.

CONSECTARIVM IV.

CXLIII. Ergo errarunt *Ariſtoteles* de mundo c. 4, et alii, qui cometen inter meteora retulerunt. PLIN. L. II. c. 25. et IAC. MILICH in comment. ib. nec phaenomenis ſatis conformis uidetur ſententia quorundam recentiorum, HEVELII cometograph. p. 648. GVILIELMINI l. c. etc. qui crinitam ſtellam ex planetariis effluuiis coaleſcere arbitrantur. nam, unde tanta materiae copia colligatur, et a qua cauſa conſtipetur, capi nequit. ſecundum NEWTONVM cometae ſunt peculiare genus planetarum, in orbibus ualde eccentricis circa ſolem euntium, qui in perihelio immenſum a ſole calorem concipere et diu conſeruare, eodemque imbuti, lucere aliquamdiu poſſunt. princip. p. 466. 475. caudae uero ſunt uapores ex atmoſphaera cometae per longum in coelo ſpatium, maius minusue, prout aeſtu ſolis cometa plus minusue caleſit, diffuſi, p. 470. quia refractio et reflexio, in ſuprema coeli regione, ubi uel tenuiſſimus aether, uel plane uacuum ſpatium eſt, locum non habet. p. 467. PEMBERTON L. 2. c. 4.

CONSECTARIVM V.

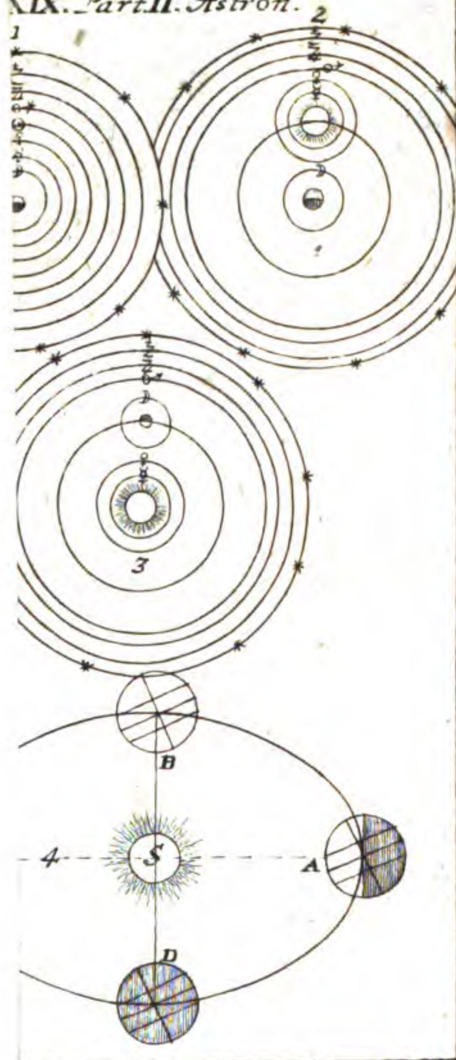
CXLIV. Interim comae longitudo diuerſa, producitur obliquiore uel rectiore illius ad ocu-

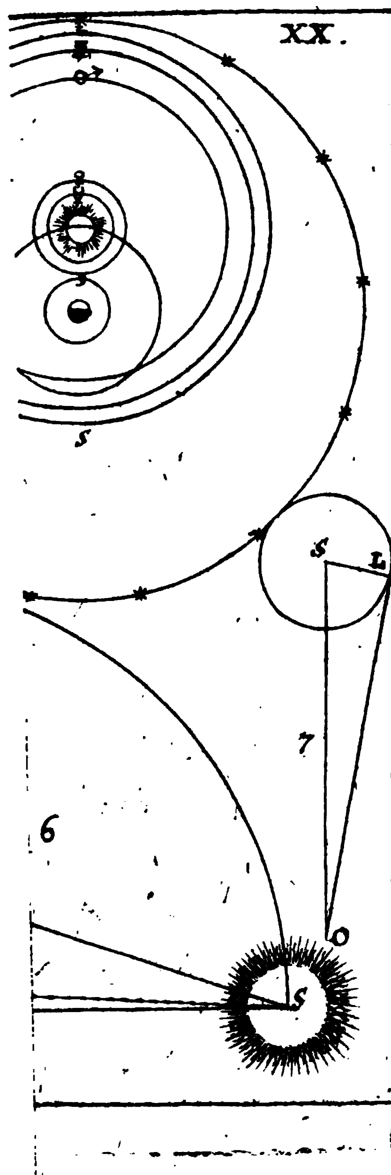
oculos nostros positu, et nonnunquam cum cometa soli oppositus est, crines a capite occultantur. sed et motus inaequalitas celeritasque uaria opticis rationibus niti uidetur. Verum haec et alia dubia doctrinae de cometis capita posteri forsan melius exponent, ubi maior experimentorum copia ipsis suppetet. Nam licet nostri quoque aeui astronomi, ex similitudine locorum et motuum nonnullorum cometarum, eorum reditum praedixerint, tamen euentus non respondit. Extant adhuc passim talia praesagia cometarum conspiciendorum a. C. 1736. 1739. 1747. 1751. 1758. 1783. 1790, quae a diuersis auctoribus uulgata sunt. v. GHISLERII praef. ephemer. GRAMMATICI tr. de cometa a. 1723.

SCHOLION.

CXLV. *Plura de cometis tradunt ex ueteribus PLVTARCHVS d. plac. Phil. III. 2. SENECA qu. nat I. 17. LVCIANVS uerae (imo falsae) historiae p. 7:6. ex recentioribus KEPLERVS Lib. pecul. 1619. 4. Aug. V. RICCIOLVS et HEVELIVS in operibus supra laudatis. quibus addenda omnino est cometographia Hulleiana, a Guil. Whistono in prael. mathem. p. 339. sq. exposita. ut aliorum scriptorum minora opera breuitatis studio nunc omittam.*

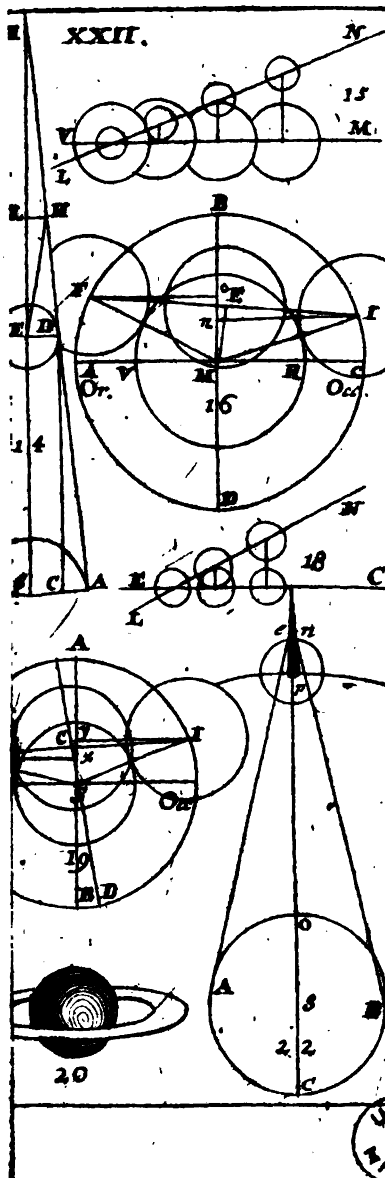
GEO-


XIX. Part II. Astron.
1
2
3
B
4
S
A
D

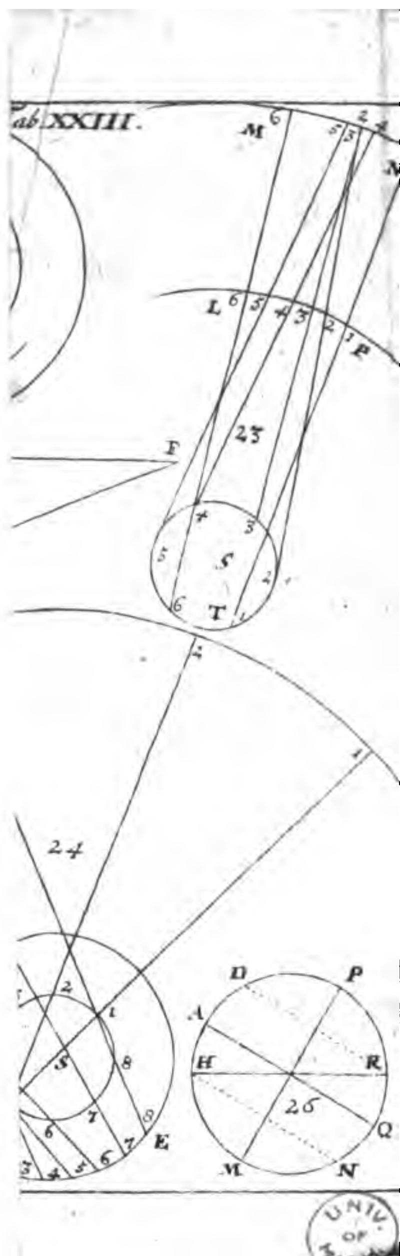

XX.
S
S
L
7
6
O
S



A
G
D
I
O
E
X
C
Q
K
8
P
S
A
11
C
D
C
B
A
12
B


XXII.
N
15
V
M
L
B
L
H
F
E
E
D
n
I
A
V
M
R
C
Or.
Occ.
16
14
D
N
18
C
A
E
L
A
C
I
x
Oc
19
B
D
O
A
8
B
22
C
20




Tab. XXIII.
M
N
L
P
F
23
S
T
24
S
E
D
P
A
H
R
26
Q
M
N

GEOGRAPHIA GENERALIS.

DEFINITIO I.

I. *Geographia generalis* est ſcientia, de dimenſione terrae, nec non de deſcriptione artificioſa totius orbis terrarum, et partium illius.

CONSECTARIVM.

II. Differt haec geographia generalis et mathematica, a ſpeciali, ſiue hiſtorica, quae de uario, regionum orbis terrae, et incolarum ſtatu, tam naturali, quam ciuili, et aliis, quae eo pertinent, argumentis agit.

SCHOLION I.

III. *Primus geographiam mathematicam digerere auſus eſt PTOLEMAEVS Libris VIII.* γεωγραφικῆς ὑφηγήσεως. *reliqui ueteres geographi, STRABO, MELA, PLINIVS, SOLINVS, DIONYSIVS, PAVSANIAS, STEPHANVS, et alii, hiſtorica plerumque afferunt. Proxime elapſis duobus ſeculis, aſtronomia et arte nauigandi felicius excultis, utriusque antiquae geographiae uitia magnam partem emendata ſunt, ita tamen, ut perquam multa reſtent a poſteris ſupplenda. Inter ſcriptores, ad geographiam generalem illuſtrandam maxime idoneos, RICCIOLVS geogr. et hydrograph. reform. Venetiis. 1662. f. et BERN. VARENIVS Geogr. gener. cum notis NEWTONI. recuſ. Ienae. 1693. 8. prae ceteris ſunt commendandi.*

SCHOLION II.

IV. *Menſurae geographicae omnes pedis longitudinem*

nem cognitam supponunt, de qua alibi pluribus dictum fuit. (§. 12. geom.) itaque hoc loco maiores mensuras praecipuas, quae pluribus pedibus collectis constant, tam ueteres quam recentiores enumerabo. scilicet capit passus (sic dictus, quod passis, hoc est, dilatatis manibus et brachiis talem dimensionem conficiamus) geometricus quinque pedes: stadium graecum siue olympicum pedes romanos 625, passus 125. stadium alexandrinum pedes rom. 720, passus 144. PLIN. II. 23. Schoeno aegyptiorum sexaginta stadia HERODOTVS, PLINIVS quadraginta eidem tribuit. parasange Persarum triginta stadia continuisse dicitur. romanorum milliare, lapidem uocabant, 1000. passibus siue octo stadiis graecis finiebatur. Hodie celebres sunt mensurae geographicae, milliare Italicum, cui aequale est Turcicum, 1000. passuum. Anglicum 5280. pedum Londinensium, WHISTON prael. astr. p. 14. Gallicum, Leuca uocatur, capit 2400 pass. siue 2282 $\frac{2}{5}$ sexpedas. BION. p. 190. Hollandicum 3168 pass. Germanicum commune 4000 (rectius 4500, uti infra §. 13. dicetur) pass. cui par est Danicum hodiernum: Russicum, Werst nominatur, passus 750. Stadium Sinensium Ly, sexpedas 160 habet, teste Magaillans relat. nou. p. 60. add. I. AD. SCHALLII init. expedit. christian. ap. Sinens. c. 10. p. 111. sed de his omnibus, ob mores locorum discrepantes, et dubiam subinde pedum et passuum magnitudinem, a scriptoribus uarie disceptari solet. v. VAREN. p. 23. RICCIOLVS toto libro secundo. Sigillatim de patriae nostrae consuetudine notandum uenit, quod in Saxonia milliare olim receptum fuerit 27000 ulnarum, siue 3600 perticarum, quae singulae $7\frac{1}{2}$ ulnas Lipsienses continent, sed quia idem etiam a uulgari aestimatione, qua milliare dicimus interuallum, quod pedes expeditus intra duas horas potest percurrere, nimium recedebat, ideo sensim abiit in desuetudinem. ZIEGLER d. I. Mai. I. 43. §. 9. hodie Saxones milliare suum 16000. ulnis Dresdensibus metiuntur. BEVTEL cimel. geograph. p. 118.

THE-

THEOREMA I.

V. *Terra habet figuram sphaericam.*

Demonstratio. 1. Nam sectio umbrae terrae, in quam luna tempore eclipseos immergitur, (§. 71. theor.) rotunda et circularis est, qualis non nisi a corpore globoso proiicitur. (§. 36. opt.)

2. Praeterea supposita figura terrae sphaerica, effectuum alias inexplicabilium ratio redditur; ueluti, quod stellae non omnibus terrae habitatoribus simul oriantur et occidant, item, quod eclipses et alia coeli phaenomena, circa ea, quae praedicuntur, tempora eueniant etc.

3. Accedit, quod nonnulli totam terram circumnauigauerint, quibus ea omnia euenere, quae ex globi, intra sphaeram coelestem libere pendentis, proprietate resultant. Hanc experientiam cepere *Ferd. Magellanes*, *Fr. Draco*, *Th. Candisch*, *Simon Corderius*, *Iac. Mahu*, *Oliv. Noord*, *Gu. Corn. Schouten*, *Io. Hugo*, *Guil. Dampier*.

CONSECTARIVM I.

VI. Fatendum tamen est, his similibusque argumentis tantum demonstrari, terram globi similem figuram habere. nam absolutam et geometricam non admittit magna superficiei terrestris asperitas. forsan etiam elliptica sphaeroides est, quemadmodum, ex obseruationibus uariae longitudinis pendulorum, in diuersis a linea aequinoctiali distantiis notatae, colligit NEWTONVS princip. p. 386. ex cuius sen-

tentia superficies terrae sub aequatore, circiter 17 milliariis plus distat a centro terrae, quam quae subest polis. add. PEMBERTON p. 296. sq.

CONSECTARIVM II.

VII. Si autem terra est sphaerica, possunt in eadem antipodes, in aduersis diametri alicuius terrestris extremitatibus consistere.

CONSECTARIVM III.

VIII. Inde etiam explicatur, quare iis, qui terram ab occasu in ortum circumnauigarunt, post reditum dies in calendario abundauerit; siquidem, post quosuis gradus XV peripheriae terrestris peragratos, una hora meridies anticipatur, (§. 124. sphaer.) et tandem, emensis totum terrae ambitum, unus dies debet abundare. Contrarium uero accidit illis, qui ab ortu in occasum circa terram iter fecerunt. v. ER. PVTEANI dierum apud Indos diorthosis.

SCHOLION.

IX. *Etsi haec de terrae rotunditate ueritas, ueteribus philosophis probe fuerit perspecta, v. PLIN. II. 70. PLVTARCH. d. fac. in orbe lun. p. 355. CICERO Somn. Scip. c. 6. THEON ad Ptolem. L. I. p. 18. tamen imperiti quidam matheseos rem in dubium uocare ueriti non sunt. quorum opiniones PLVTARCHVS enarrat d. plac. phil. III. 10. add. VAREN. p. 25.*

PROBLEMA I.

X. *Peripheriam terrae metiri.*

Resolutio. 1. Eligatur tractus terrae, sub eodem

eodem meridiano, per aliquot milliaria a septentrione in meridiem porrectus.

2. Mensuretur in illo spatio linea, aliquot milliaria capiens, et a septentrione in meridiem sub eodem meridiano directa. (§.46. sphaer.)

3. In utroque illius lineae extremo inueniatur altitudo poli, uel distantia eiusdem a uertice; (§.92. 94. sph.) differentia utriusque altitudinis poli, indicat portionem peripheriae magni circuli terrae, gradibus uel scrupulis graduum definita, qua cognita, ope regulae aureae, tum interuallum uni gradui peripheriae respondens, tum etiam ambitus totius circuli magni terrestris, mensura geometrica determinatus, indagatur.

Hoc artificio solerter prae ceteris usus fuit PICARD a 1669. et 1670. mensus distantiam, Surdonii in Picardia, et Malouicini (malvoisine) in Vastinensi agro, qui uterque locus eidem meridiano subest, 68430½ sexpedarum; eleuatio autem poli Surdonii est 49 gr. 42′. 40″. Malouicini 48°. 30′. 48″. differentia utriusque 1°. 11′. 52″. si ergo 1°. 11′. 52″. dant 68430½ sexpedas, pro uno gradu reperiuntur 56920 sexpedae Sed idem Picardus, continuata mensione usque ad Ambianum, cuius eleuatio poli est 49°. 53′. 46″. distantiam Malouicini et Ambiani deprehendit 78907 sexped. quae pro uno gradu 57060 sexpedas computandas esse, docet. v. HAMEL. Hist. Soc. R. p. 106.

SCHOLION.

XI. *Idem problema, quod ad totius geographiae fundamentum stabiliendum spectat, tentarunt ante*

F. 1.). *Picardum plures tam ueteres quam recentiores geometrae. Eratosthenes circa ann. ante C. N. 270. notauit Syenae Aegypti in S, tempore solstitii aestiui erectum gnomonem SI, in meridie umbra carere, quia sol illi ad perpendiculum imminet, eodem uero tempore, Alexandriae gnomon A N umbram in meridie A M proiicit; ex umbrae igitur longitudine AM, et altitudine gnomonis AN, inuenit angulum M N A,* (§. 31. *Tr. pl.*) $7\frac{1}{5}$ *grad. eumque parem iudicauit alterno NCI, ob radios solis parallelos.* (§. 74. *geom.*) *Praeterea existimauit, Alexandriam et Syenen sub eodem meridiano esse, ideoque distantiam utriusque loci* 5000 *stadiorum, AI* $7\frac{1}{5}$ *gr. aequalem, et hac posita, toti peripheriae terrae competere* 250000. *stadia affirmauit. v. STRABO L.* 2. *p.* 78. 90. *edit. Casaub. PLIN. II.* 108. *CLEOMEDES cyclic. theor. I.* 10. *Sed iam pridem ueteres ab Eratosthene dissenserunt. uid. STRABO p.* 43. *POSIDONIVS philosophus Rhodius, Ciceroni coaeuus, postquam interuallum inter Rhodum et Alexandriam, (incertum quo modo) definiuerat, obseruationibus altitudinis stellae canobi, utroque in loco factis, adiutus, ambitum terrae* 180000 *stadiis terminari asseruit. CLEOMED. l. c. STRABO p.* 65. *ARABES Sec. IX. auspiciis Almamonis, Chalifae Babyl. pro uno gradu terrae* $56\frac{2}{3}$ *milliaria, quae singula* 4000 *cubitos complectuntur, deprehenderunt. ALFRAGAN. rudim. astron. differ.* 8. *p.* 8. *Cum autem omnes hae ueterum terrae dimensiones multifariam inter se discreparent, et, ob mensurarum incertitudinem, obscurae essent, recentiores geographi eiusdem problematis solutionem debita diligentia sibi repetendam suscipiendamque esse rati sunt. I. FERNELIVS Sec. XVI, profectus Parisiis sub eodem meridiano uersus septentrionem, uni gradui* $56746\frac{2}{3}$ *sexpedas assignauit, v. eiusd. Cosmotheoria. Eodem seculo WILLEBR. SNELLIVS, interuallo inter Alcmariam et Bergam ad Somum mensurato, reperit, pro gradu uno terrestris peripheriae,* 55021 *sexpedas, siue* 28500 *perticas rhenolandicas. uid. ei. Eratosthenes Batauus. circa quam tamen*

men

men mensionem uaria mouerunt dubia RICCIOL. G. R. IV. 7. 8. V. 11. *et* CASSINI *fil. comment. A. R.* 1702. *p.* 79. *Seculo proxime elapso* RICCIOLVS *prope Bononiam Ital. unum gradum circuli maximi terrae* 62650 *sexpedis terminari statuit.* G. R. V. 28. NORWOODVS *Anglus eidem tribuit* 57300 *sexpedas.* NEWTON. *p.* 378. *Tandem uero omnium antecessorum industriam in soluendo hoc problemate uicerunt* CASSINII PATER ET FILIVS, *cum doctis sodalibus nonnullis, qui lineam meridianam per totam galliam, a parallelo Dunquerquae, per obseruatorium Regium, usque ad parallelum Colliurae, agri Ruscinonensis, continuarunt, et geometrice, solertia nunquam satis laudanda, dimensi sunt, quorum obseruationibus compertum est, gradum unum peripheriae terrae supra Lutetiam* 56960, *infra Lutetiam, uersus meridiem,* 57097 *sexpedas, adeoque medium inter utrumque,* 57028 *continere. quemadmodum latius explicat* DN. CASSINI F. *in Comment. A. R.* 1718. *p.* 310. *et peculiari appendice commentarior. anni eiusdem, qua singula pragmatiae illius utilissimae capita ex instituto describuntur, additisque mappis geographicis illustrantur. Ceterum ex eo, quod gradus meridiani terrestris inaequales, nempe supra Lutetiam minores, infra Lutetiam maiores reperti sint, collegerunt doctissimi uiri, figuram terrae ellipticam esse, quae prope aequatorem contrahitur, et uersus polos ampliatur, ita ut axis maior, qui per polos ducitur, sit* 6579368, *diameter aequatoris* 6510796 *sexpedarum, quorum numerorum discrimen* 68572 *sexpedis aequipollet. Comment. A. R.* 1718. *p.* 323. *et anteà iam* EISENSCHMIDIVS *in diatribe de figura telluris elliptica, Argent.* 1691. 4. *ex differentia magnitudinis graduum, in diuersis ab aequatore distantiis mensuratorum, similem, sed alia utriusque diametri proportione, globo terrae figuram asserere conatus fuerat.* NEWTONI (*qui terram sub aequatore plus quam sub meridiano tumescere arbitratur,* §. 6.) *iudicium de hac Gallorum astronomorum sententia, legitur in princip. p.* 387.

CONSECTARIVM I.

XII. Si terram tantisper pro sphaera habeamus, et gradui maximi circuli 57028 sexpedas tribuamus, prodit tota terrae peripheria 57028. 360 = 20530080 sexpedis, diameter uero 6538242, semidiameter 3269121 sexpedis par est. (§. 130. geom.)

CONSECTARIVM II.

XIII. SNELLIVS Tiph. Bat. p. 6. et METIVS prim. mob. L. 3. c. 1. uni gradui peripheriae terrae XV milliaria germanica assignant, quo posito, milliare hoc caperet 3802 sexpedas circiter, uel 4562 passus, qui singuli habent quinque pedes parisinos. quare, cum haec mensura propius accedat ad milliaris germanici magnitudinem uulgarem, (§. 4.) eam quoque seruare fas est. Vel si in posterum milliari germanico rotunde 4000 passus, ob calculi compendium, et quia ita fert geographorum nostratium communis consuetudo, tribuamus, intelligendi sunt passus maiores, qui parum a sexpedis gallicis differunt. Leucae autem gallicae, quales 25 uni gradui terrestri tribuuntur, magnitudo erit 2281 uel 2282 sexpedarum, qualem supra ex Biona laudaui. §. 4.

PROBLEMA II.

XIV. *Assumto gradu peripheriae terrae XV milliaribus germanicis aequali, totam illius peripheriam, item diametrum et semidiametrum, superficiem et soliditatem inuenire.*

Re-

Resolutio. Non alia hic re opus est, quam ut praecepta geometriae ad globi terrae dimensionem rite transferamus. quo facto, deprehenditur terrae peripheria 5400, diameter $1719\frac{117}{157}$ siue 1720 (§. 130. geom.) semidiameter 860 milliarium germanicorum. superficies 9,288,000 milliaria quadrata, (§. 270. 271. geom.) moles uero corporis, 2,662,560,000 milliaria cubica complectitur. (§. 273. geom.)

SCHOLION.

XV. *Sed cum nobis constet, superficiem terrae altis passim montibus obsitam esse, uideamus iam, qualem altitudo montium proportionem ad diametrum telluris habeat.*

PROBLEMA III.

XVI. *Dato interuallo AB, ex quo* (F. 2. *uertex montis ultimum apparet, eius altitudinem BD inuenire.*

Resolutio. In △ ABC rectangulo in A, quia ultimus a uertice montis B effluens radius ibi sphaeram tangit, (§. 8. Trig. pl.) notum assumitur latus AB, unacum semidiametro terrae AC, (§. 14) et quaeritur ex his hypotenusa, per theor. pythag. (§. 195. geom.) Vel, si notus sit arcus AD, mensura anguli C, datis angulis et latere AC, hypotenusa indagatur, (§. 42. Tr. pl.) Dein ab hypotenusa AC demitur semidiameter DC, residuum est BD altitudo montis.

VARENIVS p. 101. narrat, uerticem montis Pici, in insula Teneriffa Canaria, a nautis adhuc

huc cerni, cum ab eodem distant quatuor circuli magni gradibus, qua obseruatione assumta, altitudo eiusdem foret duorum milliar. germ. sed Varenius detrahendum censet unum gradum ob refractionem. (iter in Picum ab Anglo quodam factum describit MOTTE Epit. trans. angl. P. IV. p. 147) KIRCHER in insula Malta aliquando uidit cacumen montis Aetnae, qui inde 3 grad. abest, quod interuallum paullo minorem 2. mill. germ. altitudinem designat. opiniones ueterum recenset PLIN. II. 65. add. RICCIOL. G. R. VI. 16. Almag. P. II. p. 593. de monte S. Marthae prope Carthagenam Americae, cuius fastigium intra distantiam 150 uel 120 leucarum dicitur esse conspicuum, legatur DAMPIER voyage T. I. p. 48.

CONSECTARIVM I.

XVII. Vicissim nota altitudine montis, interuallum AB, ex quo adhuc uideri possit, reperitur. (§. 44. Tr. pl.)

CONSECTARIVM II.

XVIII. Sed quia montes, qui toto orbe terrarum altissimi putantur, non ultra duorum milliarium germanicorum perpendiculum habent, sequitur, quod prominentia montium non prohibeat, quo minus terram ad sensum rotundam dicamus; quemadmodum etiam luna plena rotunda putatur; etsi praealtis montibus illius superficies distinguatur. (§. 51. theor.)

PRO-

PROBLEMA IV.

XIX. *Inuenire semidiametrum horizontis sensibilis, pro data oculi altitudine.* (F.3.

Resolutio. In △ rectangulo OCH, datur semidiameter terrae CH, una cum hypotenusa OC, nempe semid. terrae, aucta altitudine oculi SO, quibus cognitis crus OH per th. pyth. (§. 196. geom.) inuestigatur.

Assumta nempe altitudine oculi OS sex pedum, radius horizontis sensibilis OH parum superat interuallum dimidii milliaris germ. si nempe oculus tali loco, ueluti supra mare uentis non agitatum, sit collocatus, ubi superficies figuram terrae sphaericam perfectius imitatur.

CONSECTARIVM.

XX. Ceterum illud ex allatis duabus propositionibus relinquitur, quod nec montium sublimiorum altitudo, nec porrectiones planitierum impediant, quo minus terram pro sphaera habeamus. siquidem neutra ad crassitiem uel superficiem globi terrae talem proportionem habet, quae rotunditati terrae officiat. accedit, quod tum experientia, tum geodaetica tentamina, cum iis, quae ope solutionis geographicae, assumta figura terrae rotunda, reperta sunt, satis bene consentire deprehendantur. VAREN. p. 98. sq.

THEOREMA II.

XXI. *Terra in medio sphaerae coelestis*

 posita,

posita, absque notabili in geographia errore, existimari potest.

Demonstratio. Cum enim astronomia doceat, diametrum orbis magni, in quo terra circa solem reuoluitur, notabilem proportionem ad distantiam fixarum non habere, quia, quocunque orbis sui puncto terra fuerit, parallaxis fixarum certa et determinata deprehendi nequit, (§. 122. theor.) sequitur, quod absque errore, qui in sensus incurrat, terra in medio sphaerae fixarum locata existimari possit.

CONSECTARIVM.

XXII. Itaque diuisio globi terrae sic omnium aptissime fiet, si puncta et lineas, tam rectas quam circulares, quas pro diuisione sphaerae coelestis suo loco laudauimus, (§. 18. sq. sphaer.) in terram quoque intra sphaeram coelestem in medio positam transferamus. quo facto, omnes illi limites globi terraquei, terminis sphaerae coelestis subiecti, et lineae utrimque parallelae F. 4.) assumuntur. Sunt ergo in telluris sphaera poli, zenith et nadir, linea axis et directionis, aequator, meridianus, tropici et circuli polares. quorum omnium positio in astronomia sphaerica explicata est. Additur etiam in globo et mappis ecliptica, de cuius usu infra dicetur.

DEFINITIO II.

XXIII. His terminis accensendi sunt adhuc *circuli paralleli*, qui in quacunque ab aequatore terrestri distantia, huic paralleli ducun-

euntur. In globo materiali et mappis geographicis interuallo ſingulorum decadum graduum deſcribi ſolent.

DEFINITIO III.

XXIV. Praeterea is *meridianus primus dicitur*, a quo fit initium numerationis graduum aequatoris terreſtris.

SCHOLION.

XXV. *Etſi autem electio primi meridiani arbitrio geographorum relicta ſit, tamen optandum eſſet, ut omnes circa eundem amice conſentirent. quod cum factum non ſit, indicandum hoc loco eſt, quantum inter ſe diſtent meridiani primi, qui a celebrioribus coſmographis adhibentur. PTOLEMAEVS L. I. c. II. elegit uicinum inſulis Canariis, ſiue fortunatis, ultimis illius aeuo terris, uerſus occaſum cognitis, ſed quia nec numeri nec ſitus earum accuratam notitiam habuit, ſiquidem eidem omnes meridiano ſubiectas putauit, non potuit meridiani ſui limitem rite conſtituere. ideoque recentiores, libertate ſua uſi, alios ſibi meridianos primos fecerunt. HONDIO inſula heſperidum Iacobi, prope caput uiride, MERCATORI inſula Flandrica del Coruo, placuit. GALLI inde ab a. 1634, ex mandato regio, applicant meridianum primum occidentali litori inſulae canariae Ferro; BELGAE montem Picum Teneriffae canariae praetulerunt, RICCIOLVS denique occidentale extremum inſulae canariae Palmae occupauit. Sed Teneriffa fere media inter Canarias eſt, et ductus per Picum meridianus primus, ceteris meridianis, ſaltem iis, quos hodierni coſmographi probarunt, propius Europae finibus admouetur, ideoque illum quoque hic ſeruare, et tabulas longitudinum deinceps proferendas, eidem accommodare, libet. differentia autem a reliquis ex ſubiecta tabella perſpicue cognoſcitur.*

Ter-

Termini meridianor. primor.	Differentia subtrahenda		Longitudines a Pico Teneriffae	
	G.	M.	Gr.	M.
Picus Teneriffae	0	0	360 siue	0
Palma	2	7	357	53
Ferro	2	51	357	9
S. Jacobi Hesper.	5	20	354	40
Coruo. azorid.	13	27	346	33

Vsus tabellae in promtu est. nam data distantia loci cuiusdam a meridiano primo, qui differt ab eo, qui per Picum Teneriffae dirigitur, numerus secunda latercule inscriptus illi longitudini detrahitur, et superest longitudo ad Picum Teneriffae relata. contrario modo additione fit reductio, si longitudo a Pico numerata, ad alium meridianum primum sit reuocanda. e. g. Ricciolus a Palma numerat pro Vitemberga longitudinem 36 gr. 31 m. demtis 2°. 7'. superest longitudo a Pico Teneriffae 34.° 24'. ex sententia nempe Riccioli. Sed positis iam in sphaera terrae terminis, restat, ut quomodo loca telluris ad illos referantur, doceamus.

DEFINITIO IV.

XXVI. *Latitudo loci* uocatur distantia (F. 5.) eiusdem ab aequatore, gradibus meridiani, inter aequatorem et loci parallelum interceptis, definita. est uel *borealis* GL, uel *australis* GN, prouti locus ab aequatore uersus polum septentrionalem uel meridionalem remouetur.

DEFINITIO V.

XXVII. *Longitudo* est distantia meridiani alicuius loci a meridiano primo, AG, gradibus aequatoris, inter utrumque meridianum

dianum mediis, determinata. numerantur gradus longitudinis ab occasu in ortum, per totam aequatoris peripheriam.

CONSECTARIVM.

XXVIII. Nota loci latitudine et longitudine, punctum sphaerae terrestris, quod illi competit, inuenitur.

THEOREMA III.

XXIX. *Latitudo loci aequalis est eleuationi poli eiusdem.*

Demonstratio. Nam cum distantia zenith ab aequatore ZQ prorsus eadem sit cum loci latitudine, (§. 26.) et HZ et PQ = 90 gr. (§. 21. 23. sphaer.) demta utrimque portione PZ, siue distantia zenith a polo, relinquitur HP = ZQ. (§. 26. arith.) ergo eleuatio poli HP aequalis est latitudini loci ZQ. (F.6.

CONSECTARIVM.

XXX. Eodemque modo, quo secundum praecepta astronomiae eleuatio poli inuenitur, (§. 92. sphaer.) etiam loci latitudo deprehenditur.

PROBLEMA V.

XXXI. *Longitudinem alicuius loci inuenire.*

Resolutio. Cum constet, differentiam temporis solaris, quo duorum locorum meridies distant, conuersam in gradus aequatoris, (§. 125. sphaer.) meridianorum, qui per illa loca ducuntur, distantiam significare; (§. 33. sphaer.) ob-

obseruatur eo in loco, cuius longitudo quaeritur, immersio uel emersio primi satellitis iouis, (§. 105. theor.) quippe quae tabularum Cassini beneficio, pro meridiano obseruatorii regii, ad unum uel alterum scrupulum horarium certissime cognosci et computari potest, et iam passim in ephemeridibus astronomicis computata extat, et momentum temporis obseruatione inuentum, cum tempore meridiani Parisini comparetur, differentia in gradus et minuta aequatoris conuertatur, (d. §. 125.) et quia longitudo Lutetiae nota est, differentia meridianorum reperta, addatur ad longitudinem Parisinam, si locus a Lutetia in ortum distat, uel si immersio et emersio satellitis citius contigit, quam Lutetiae apparere debebat; subtrahatur uero ab eadem, in casu contrario, et utrobique loci longitudo quaesita innotescet.

SCHOLION.

XXXII. *Atque hic quidem unicus modus ex iis, qui hucusque reperti sunt, et facilior, et ad emendandos aliquando, qui in longitudinibus locorum committi solent, errores, utilior est. Ceterae phaenomenorum coeli, ueluti eclipsium solis et lunae, item coniunctionum planetarum cum fixis, obseruationes, antea hic usum non habent, nisi factae in diuersis locis conferantur, et sic demum differentia temporis indagetur. praeterea, longitudo unius ex illis locis, ubi obseruationes fuerunt institutae, nota et explorata esse debet. Spes tamen superest, fore, ut aliquando correctis lunae motibus, eius appulsus ad fixas, item ad meridianos quoslibet, certo praedici, et deinceps obseruatione differentia meridianorum temporaria deprehendi possit. Praeterea nunc alias, quae nostra aetate, eundem in finem pro-*

posi-

positae sunt, solutiones, de quibus quippe constat, ea uel admodum difficulter, nec tuto satis, uel, quod d plerisque ualet, prorsus non in praxin deduci possi Commodior erit de his dicendi locus in praelectionibu academicis. Interim praemium ab Anglis, Gallis, e Batauis, inuentori longitudinis maritimae destinatum 50000 florenorum adhuc in medio positum est.

CONSECTARIUM.

XXXIII. Quod si duorum locorum O (F.5 et L, distantia O L, cum latitudinibus E O, G L et insuper alterutrius longitudo A E innotue rint, resoluto △ sphaerico P O L, ex lateribu angulus P inuenitur, (§. 43. Tr. sp.) cui mensu ra E G, quae differentiam longitudinum in dicat, respondet. *Iam uero breuem longitudi nis et latitudinis locorum quorundam indicem e Ricciolo contractum consignabo. longitudinem sa tem accommodaui meridiano primo Batauorum qui per Picum Teneriffae deducitur.*

Nomina locorum.	Latitudo. G.	Latitudo. M.	Longitudo a Pico Teneriffae. G.	Longitudo a Pico Teneriffae. M.
Alexandria	30	58	55	33
Altorf. Noric.	49	22	32	15
Amstelodam.	52	21	25	48
Argentina	48	31	27	55
Basilea	47	52	28	13
Bononia	44	30	32	23
Cracouia	50	10	40	49
Dantiscum	54	22	40	23
Dresda	51	5	35	7
Erfurt	51	6	32	30
Francof. ad M.	50	4	29	12

Nomina locorum.	Latitudo.		Longitudo a Pico Teneriffae	
	G.	M.	G.	M.
Francof. ad Od.	52	20	35	53
FrauenburgPruss.	54	29	41	28
Hafnia	55	43	33	46
Hala Sax.	51	32	33	35
Hamburg	53	42	30	51
Koenigsberg Pr.	54	43	41	53
Leyden	52	12	25	23
Lipsia	51	19	33	57
Lisbona	38	40	9	53
Madrit	40	26	16	13
Marpurg	50	41	29	17
Moguntium	50	2	28	53
Moscouia	55	18	62	23
Neapolis	41	5	36	15
Norimberga	49	26	31	43
Oxonium	51	46	19	1
Paris	48	50	22	23
Praga	50	40	35	16
Roma	41	54	34	11
Rostochium	54	10	33	35
Stockholm	59	20	39	3
Tubinga	48	34	28	45
Venetia	45	33	33	1
Vienna Austr.	48	22	37	53
Vitemberga	51	52	34	24
Upsalia	59	0	38	35
Uraniburg	55	55	33	47
Vratislauia	51	14	37	53

atitudines et longitudines urbium Saxoniae su-erioris collegit BEVTEL in cimelio geogr. 50.

DE-

DEFINITIO VI.

XXXIV. *Charta* uel *mappa geographica* uocatur delineatio totius orbis terraquei, uel partis eiusdem sic in plano facta, ut singula loca, quae in charta exhibentur, secundum proportionem latitudinum et longitudinum inscribantur. Primi generis charta geographica *uniuersalis*, altera *specialis* dicitur.

PROBLEMA VI.

XXXV. *Chartam geographicam uniuersalem, siue planiglobium terrestre* (F.7. *describere.*

Resolutio. Vulgaris methodus ita se habet.

1. Describantur duo circuli aequales sese tangentes, in quibus utrumque terrae hemisphaerium proiiciendum est.

2. Vtriusque circuli peripheria in 360 gradus diuidatur.

3. Ducantur diametri PO et AQ, quarum posterior aequatorem, altera colurum solstitiorum refert.

4. Applicetur regula ad polum P, et ad singulos gradus quadrantis oppositi AQ, et notentur intersectiones aequatoris, G, G, quae diuisionem eiusdem in gradus efficiunt.

5. Per singulos denos gradus aequatoris G, G et duos polos, describantur arcus PGO, qui meridianos designant, et translatis graduum aequatoris decadibus in colurum PO, alii fiant arcus NLM, qui referunt sphaerae terrestris

 paral-

parallelos. inter quos tropici et polares sigillatim duplici circulo indicantur. additur etiam ecliptica AEQ, quae alterutrum tropicum tangit.

6. Quod si ope tabularum latitudinum et longitudinum intra hos circulos loca terrae debitis punctis signentur, tota tandem globi terraquei proiectio qualiscunque in plano obtinebitur. prouti planiglobiorum maiore forma aeri incisorum exemplo melius, quam exiguo schematismo, potest illustrari.

CONSECTARIVM.

XXXVI. Dixi, hanc chartam uniuersalem qualemcunque planiglobii repraesentationem exhibere. nam cum in eadam, pro diuisionibus aequatoris, oculus in polo P, et pro simili partitione coluri, in puncto aequinoctiali A, positus assumatur, qui ueluti per diaphanum planum AQ uel PO semicirculi gradus aequales adspiciat, ut, secundum leges artis perspectiuae, respondentes in aequatore et coluro partes inueniantur, (§. 2. perspect.) sequitur, has inter se, pro diuersa ad oculum positione, inaequales reddi, cum in conuexa globi superficie aequales sint, ideoque proiecta in tali planiglobio terrae spatia minus accurate sistuntur. v. TACQVET opt. L. III. c. 4. add. L. C. STVRM compend. mathem. germ P. III. p. 193. CL. LIEBKNECHT elem. geogr. general. p. 442.

SCHO-

SCHOLION.

XXXVII. *Nihil addo de compositione globorum terrestrium, partim quia ex iis, quae explicata sunt, per se quisque intelligit, quomodo in data sphaera, in qua aequator et meridianus in suos gradus diuisi sunt, beneficio longitudinis et latitudinis loca terrae signari possint, partim etiam, quia hodie globi, in quibus figurae portionum sphaerae terrestris artificiose aeri incisae, agglutinataeque sunt, ubique uenales prostant, ut illis laboriosius parandis tempus fallere minime sit necessarium. Progredior itaque ad monstrandam fabricam chartarum geographicarum specialium, ubi ante omnia de inuenienda proportione graduum, parallelorum et maiorum circulorum, dicendum uenit.*

PROBLEMA VII.

XXXVIII. *Inuenire proportionem graduum parallelorum circulorum, ad gradus aequatoris uel meridiani, milliariis germanicis definitam.*

Resolutio. 1. Quaeritur radius EM (F. 8. circuli paralleli LM, resoluto △ EMC rectangulo, in quo innotuit CM semid. terrae, (§. 14) et praeter rectum, angulus ECM, cui opponitur mensura PM, complementum latitudinis loci, per quem parallelus ducitur. (§. 42. Tr. pl.) duplum illius EM est diameter paralleli LM.

2. Ex diametro inuestigatur peripheria. (§. 129. geom.)

3. Notis autem milliariis germanicis, quae competunt toti peripheriae, diuiso eorum numero per 360, prodeunt milliaria, quae unus eiusdem paralleli gradus capit. quod si fractio

remanet, reducatur illa ad partes unius milliaris sexagesimas. (§. 128. arith.)

4. Sed cum gradus aequatoris uel meridiani capiant XV milliaria germ. (§. 13) innotescit statim ratio graduum utriusque circuli magni et minoris paralleli.

Atque hoc artificio subsequens tabula condita est.

Lat. Gr.	Mill.	Min.	Lat. Gr.	Mill.	Min.	Lat. Gr.	Mill.	Min.
0	15	0	46	10	25	59	7	44
10	14	46	47	10	14	60	7	30
20	14	6	48	10	2	61	7	16
25	13	56	49	9	50	62	7	2
30	12	59	50	9	38	63	6	48
35	12	17	51	9	26	64	6	34
40	11	29	52	9	14	65	6	20
41	11	19	53	9	2	66	6	6
42	11	9	54	8	49	70	5	8
43	10	58	55	8	36	75	3	53
44	10	47	56	8	23	80	2	36
45	10	36	57	8	10	85	1	18
			58	7	57	90	0	0

CONSECTARIVM.

XXXIX. Eadem proportio graduum circuli magni, et minoris cuiuslibet paralleli, etiam lineis rectis potest definiri. nam, assumta pro lubitu linea recta, quae gradum magni circuli referat, si in scalam geometricam transferatur, et notetur numerus partium aequalium, quas continet, (§. 104. geom.) regulae aureae ad-

adminiculo reperitur numerus partium aequalium eiusdem ſcalae, qui gradui circuli paralleli reſpondet. Atque haec praxis neceſſaria eſt, quando chartae geographicae ſpeciales, cuiuscunque amplitudinis delineandae ſunt. Gradus enim latitudinis ſunt partes meridiani ſemper inter ſe ſimiles, ſed gradus longitudinis, quippe in circulo parallelo numerandi, tanto fiunt minores, quanto propior polo eſt circulus parallelus.

PROBLEMA VIII.

XL. *Chartam geographicam ſpecialem, cuiusdam prouinciae, cognita locorum praecipuorum longitudine et latitudine, componere.*

Reſolutio. 1. Conferantur inter ſe longitudines et latitudines locorum, quae in limitibus illius prouinciae, uerſus ortum et occaſum, item meridiem et ſeptentrionem, ſita ſunt. et dabit differentia earum numerum graduum longitudinis et latitudinis, intra quos regio deſcribenda continetur. (F. 9.

2. Fiat ergo rectangulum uel quadratum ABCD, eiusque latus ſiniſtrum et dextrum AB, CD, diuidatur in tot partes aequales, quot gradus latitudinis prouinciae illius tractus requirit, ipſi uero hi gradus in ſingula dena, quindena, uel uicena ſcrupula diſpeſcantur.

3. Quaeratur dein ope ſcalae geometricae magnitudo graduum utriusque paralleli, maioris et minoris, qui prouinciam illam infra et

 ſupra

ſupra claudit, (§.39) eaque inuenta in lineas BC et AD, quae portiones parallelorum illorum ſiſtunt, transferatur, et toties repetatur, quot gradus longitudinis prouincia continet. Sed ut illius confinia poſſint etiam exhiberi, unus alterue gradus longitudinis et latitudinis utrimque eſt addendus.

4. Porro gradibus longitudinis et latitudinis numeri apponantur, et tituli quoque plagarum cardinalium adiiciantur.

5. Graduum longitudinis et latitudinis extrema, lineis transuerſis, rectis quidem, ſi mediocris prouincia magnitudinis, curuis uero, uel arcubus, ſi pars orbis terrarum amplior (ueluti Europa, Aſia etc.) delineanda ſit, connectantur.

6. Denique ex tabulis longitudinum et latitudinum, puncta locis potioribus debita aſſignentur; cetera autem, quorum diſtantia ab inſcriptis, et ſitus ratione plagae mundanae cognitus eſt, illis addantur, ita deſcriptio chartae geographicae ſpecialis abſoluitur.

CONSECTARIVM I.

XLI. Si gradus latitudinis, ſigillatim in charta exhibitus, in milliaria, quae complectitur, ueluti XV germanica, diuidatur, is loco ſcalae milliarium, pro diſtantiis reperiundis, poterit adhiberi.

CONSECTARIVM II.

XLII. Ceterum, cum ex ſupra dictis manifeſtum ſit, difficilem eſſe longitudinum et latitu-

titudinum inuentionem, et constet, innumera loca, quorum situs geographorum more certo determinatus non est; mirum utique uideri non debet, quod practicum hoc geographiae caput, magnis defectibus et erroribus passim adhuc laboret.

PROBLEMA IX.

XLIII. *Nota longitudine et latitudine duorum locorum, eorum distantiam inuenire.*

Resolutio. Casus 1. *Quando loca L*, (F. 10. *V*, *habent eandem longitudinem sed diuersam latitudinem.*

Latitudo minor L G, subtrahatur a maiore V G, et differentia graduum L V, conuertatur in milliaria germanica, multiplicando per X V. (§. 13.) si minuta gradibus adhaerent, milliaria his respondentia ope aureae regulae inuestigentur.

Casus 2. *Quando loca N, V, habent eandem latitudinem, sed diuersam longitudinem.*

Longitudo minor A E subtrahatur a maiore A G, differentia graduum conuertatur in milliaria, multiplicando per numerum, qui gradui paralleli competit. (§. 38) uel ducatur in X V, si loca sint sita sub aequatore, qualia latitudine penitus carent.

Casus 3. *Quando utriusque loci O, L, diuersa est longitudo et latitudo.*

Resoluatur triangulum P O L, in quo latera P O, P L, complementa latitudinum, et angu-

lus interceptus P, cuius mensura est differentia longitudinum E G, dantur, et inueniatur latus tertium O L, (§. 41. Tr. sph.) idemque, multiplicando per XV, in milliaria germanica conuertatur.

DEFINITIO VII.

XLIV. Positio tropicorum et polarium circulorum parit diuisionem globi terraquei in zonas. *zonae* enim sunt tractus sphaerae terrestris, qui intra tropicos et polares circulos continentur. *torrida* quidem, inter tropicos media est; *duae temperatae*, altera *septentrionalis*, altera *meridionalis*, a tropicis et polaribus clauduntur; *duae frigidae*, *septentrionalis* et *australis*, ambitu polarium circulorum comprehenduntur.

CONSECTARIUM I.

XLV. Zona igitur torrida, utrimque ab aequatore, usque ad latitudinem $23\frac{1}{2}$ gr. porrigitur, (§. 61. sphaer.) zona temperata, a gradu latitudinis $23\frac{1}{2}$ incipit, et in gradu $66\frac{1}{2}$ desinit, et quaecunque loca habent latitudinem maiorem $66\frac{1}{2}$ gr. illa intra zonam frigidam sita sunt.

CONSECTARIUM II.

XLVI. Incolis zonae torridae, bis quolibet anno, sol uertici imminet, bis a uertice maxime discedit. et cum formula loquendi geographica, aestas dicatur tempus anni, quo sol uertici est maxime propinquus, hiems uero, quo sol a uertice maxime recessit, sequitur, quod habi-

habitatores zonae torridae bis aestatem, bisque hiemem intra anni spatium experiantur. Iis uero, qui zonas temperatas et frigidas incolunt, semel tantum sol aestatem, accessu ad uerticem, semel hiemem, discessu ab eodem, affert.

CONSECTARIVM III.

XLVII. Sed aestas et hiems diuersis temporibus contingunt regionibus cis et trans aequatorem collocatis. Cis aequatorem aestas est, cum sol uersatur in tropico cancri, hiems est quando sol tenet tropicum capricorni; secus se res habet trans aequatorem.

PROBLEMA X.

XLVIII. *Explicare phaenomena praecipua, quae habitatoribus terrae, propter sphaerae rectae, parallelae, et obliquae, positionem eueniunt.*

Resolutio. De uarietate positus sphaerae terrae ad coelestem, et de nonnullis, qui inde sequuntur, effectibus, in astronomia explicatum est. (§. 96. sq. sph.) sed quia argumentum illud ad hunc locum pertinet, summam praecipuorum phaenomenorum nunc dabo.

2. *Sphaeram rectam* habent incolae sub aequatore, ubi axis terrae HP constituit dia- (F. 11. metrum horizontis. quapropter perpetuum ibi est aequinoctium, dies et nox semper est XII horarum, quia sol ubicunque sit in zodiaco, circuli eius diurni, utpote aequatori paralleli,

ſemper ab horizonte biſecantur: ibi omnia aſtra oriuntur et occidunt, factis angulis rectis ad horizontem; ſol quotannis bis, dum in aequatore uoluitur, uerticem tenet; praeterea incolae ſub aequatore, dum in hoc ſol rotatur, umbras meridianas non proiiciunt, reliquo anni tempore, prouti ſol uerſus boreum uel auſtrinum polum ab aequatore ſubmouetur, in alterutram plagam umbras ſpargunt, ideoque *ἄσκιοι* et *ἀμφίσκιοι* dicuntur.

2. *Sphaeram parallelam* deberent experiri habitatores terrae, ſubiecti polis, ſi qui eſſent. Nam cum diameter aequatoris incidit in diametrum horizontis, polus in puncto zenith locatur. (§. 21. 23. ſphaer.) in tali ſphaera parallela, ſemper idem hemiſphaerium extat ſupra horizontem, alterum latet, et ſidera neque oriuntur neque occidunt, et cuncta ſitu ad horizontem parallelo mouentur. ſol aſſurgens ſupra aequatorem etiam ſupra horizontem attollitur, et per totos ſex menſes continuos, tum dies, tum nox perſeuerat. nox uero perpetuo crepuſculo illuſtratur, ob exiguam ſolis profunditatem. (§. 163. ſphaer.) BECKER in tr. de terris nocte carentibus. Incolae, quia ob ſolem circa eos ambulantem, uerſus omnia horizontis puncta umbras proiiciunt, *περίσκιοι* nominantur. (F. 12.

3. *Sphaera obliqua* omnibus extra aequatorem et polos incolis competit, et a primo latitudinis gradu usque ad nonageſimum (F. 13.

uaria-

uariatur. Hic sidera oriuntur et occidunt oblique, quaedam semper supra horizontem extant, alia semper latent. (§. 129. theor.) et ob obliquam diurnorum circulorum solis ad horizontem positionem, dies et noctes inaequales euadunt, quo autem maior est poli eleuatio, eo quoque maior portio circuli diurni tempore solstitii supra horizontem, et uicissim eo minor infra horizontem est, quo fit, ut dies longissimus cum eleuatione poli crescat, donec iis, qui latitudinem 66½ gr. parem habent integris horis 24 duret. Quotquot infra illam latitudinem habitant, *ἑτερόσκιοι* dicuntur, quia uel in boream, uel in austrum meridianae eorum umbrae cadunt.

DEFINITIO VIII.

XLIX. Denominantur porro incolae terrae a parallelis, quibus, diuersa tamen ratione, subditi sunt. Dicuntur nempe, *perioeci* L, M, qui sub eodem sunt parallelo, sed in oppositis meridiani semicirculis: *antoeci*, L, O, qui habitant sub parallelis cis et ultra aequatorem aeque dissitis: *antipodes* uel *antichthones* M, O, qui subsunt parallelis, aeque utrimque ab aequatore distantibus, sed ad partes meridiani oppositas sitis, siue, qui e diametro opposita in globo terrae uestigia habent. (F. 8.

DEFINITIO IX.

L. Denique etiam zonae maiores, in minores subdistinguuntur, quas geographi *climata*,

climata, quasi deflexiones a sphaerae rectae situ, uocarunt. *Clima* enim est tractus sphaerae terrae, conclusus duobus circulis parallelis, qui per ea loca ducuntur, ubi dies longissimus semisse horae crescit.

CONSECTARIVM.

LI. Quapropter clima primum terminatur, ubi dies longissimus est $12\frac{1}{2}$ hor. secundum, ubi idem 13 horis absoluitur, et sic porro. et XXIV climata ab alterutra aequatoris parte, usque ad polarem numerantur. Veterum sententias collegit RICCIOL. G. R. VII. 9. sq.

PROBLEMA XI.

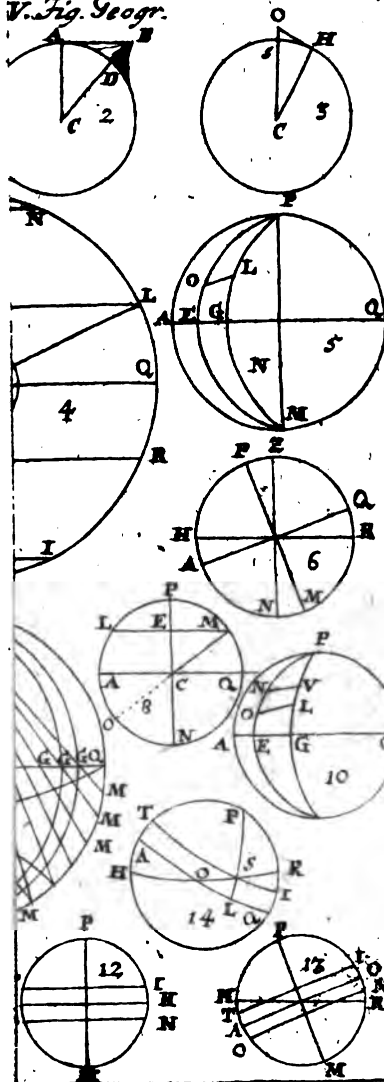
LII. *Data quantitate diei longissimi, eleuationem poli inuenire.*

Resolutio. 1. A data dimidia diei (F. 14. longissimi quantitate, cui arcus aequatoris AL respondet, detrahatur arcus sex horarum AO, et residuum OL in partes aequatoris conuertatur (§. 125. sph.) ut habeatur solis in tropico uersantis differentia ascensionalis. (§. 122. ib.)

2. Deinde resoluatur △ OSL rectangulum, in quo praeter OL, nota est declinatio solis SL, (§. 113. sph.) ut quaeritur angulus O, (§. 28. Tr. sp.) cui opponitur mensura RQ, profunditas aequatoris, illiusque complementum est PR, latitudo loci uel eleuatio aequatoris quaesita. (§. 94. sph.)

Atque hoc artificio sequentes climatum singulorum limites reperti sunt.

Clima


V. Fig. Geogr.

Clima	D. longiss. H.	M.	Latitudo G.	M.	Clima	D. longiss. H.	M.	Latitudo G.	M.
I	12	0	0	0	XIII	18	0	58	29
II	12	30	8	25	XIV	18	30	59	58
III	13	0	15	25	XV	19	0	61	18
IV	13	30	23	50	XVI	19	30	62	25
V	14	0	30	20	XVII	20	0	63	22
VI	14	30	36	28	XVIII	20	30	64	6
VII	15	0	41	22	XIX	21	0	64	49
VIII	15	30	45	29	XX	21	30	65	21
IX	16	0	49	1	XXI	22	0	65	47
X	16	30	51	58	XXII	22	30	66	6
XI	17	0	54	27	XXIII	23	0	66	20
XII	17	30	56	37	XXIV	23	30	66	28
					Finis	24	0	66	30

ultra polarem, sub latitudine 67 gr. dies longissimus integro mense, ad latit. 69. mensibus duobus, sub latit. 73 gr. mens. 3. pro 78 gr. mens. 4. 84 gr. mens. 5. et ultra hos sex mensibus perdurat.

SCHOLION.

LIII. *Nihil addo de usu globorum terrestrium, pro soluendis geographiae generalis quaestionibus, siquidem ex praeceptis antea traditis eum satis intelligi posse arbitror. insuperque in lectionibus modus tractandi globum luculentius potest monstrari. conf. VARENIVS p. 652. BLEAV d. globis. L. II.*

CHRO-

CHRONOLOGIA.

CAPVT I.

DE PRAECIPVIS TEMPORVM MENSVRIS.

DEFINITIO I.

I. *Chronologia* est scientia de tempore rite dimetiendo.

DEFINITIO II.

II. *Tempus* dicitur quantum, quod momentis durationis quarumuis rerum collectis componitur.

CONSECTARIVM.

III. Vt autem momenta durationis commodius et certius repraesententur, spectandae sunt res eiusmodi, quarum duratio constantior, et ad metiendum tempus aptior est. Tales sine controuersia sunt stellae, quarum tum natura sui semper similis perdurat, tum motus, orbitis, in quibus fit, perspicue definitur. atque eapropter chronologia merito pro astronomiae appendicula reputatur, et una cum hac inter mixtae matheseos disciplinas refertur.

SCHOLION.

IV. *De hac doctrina recentiore aeuo prae ceteris bene meriti sunt, IOSEPHVS SCALIGER, cuius extat opus de emendatione temporum, et DIONYS. PETAVIVS, Tomis II. de doctrina temporum.*

Plu-

Plurima etiam, ad illustrandam totam chronologiam proficua, collegit RICCIOLVS, in chronologia reformata. inter compendia AEG. STRAVCHII breuiarium delectus argumentorum et perspicuitas commendant. alios, qui eodem pertinent, scriptores lectu dignos, passim in progressu tractationis huius laudo.

DEFINITIO III.

V. *Mensura temporis* est quaeuis illius portio accurate definita. (§. 4. proleg.) ueluti duratio motui communi uel proprio alicuius sideris respondens.

DEFINITIO IV.

VI. *Dies* ergo nominatur spatium temporis, quod sol motu communi circa terram metitur. Hic dies, qui (νυχθήμερον) noctem atque diem complectitur, *naturalis* dicitur, et ab *artificiali*, quem mora solis supra horizontem terminat, distinguitur. de cuius principio, fine, et quantitate, quomodo quocunque in loco, et quouis anni tempore reperiantur, in astronomia (§. 126. sq. Sph.) actum fuit.

DEFINITIO V.

VII. *Hora* est pars uigesima quarta diei, quae iterum in 60 scrupula horaria diuiditur.

SCHOLION.

VIII. *Olim quoque horae inaequales, quae temporariae et planetariae uocabantur, apud uarias gentes in usu fuerunt. nempe XII partes diei, XII nocti tribuebantur, quae in sphaera obliqua, extra aequinoctium, semper inaequales erant. Etsi autem incommoda*

moda illa diei partitio iampridem obsoleuerit, tamen memorabilis est uel propterea, quia astrologi aegyptii, postquam cuilibet horae diei et noctis planetam praefecerant, a primae horae rectore planeta, diei ipsius denominationem, seruato hoc eronum ordine, ♄ ♃ ♂ ☉ ♀ ☿ ☽; *duxerunt, unde septem dierum hebdomadis, uulgatissima, et adhuc in uniuersa fere Europa recepta nomina dierum, saturni, solis, lunae etc. originem accepisse creduntur.* DIO CASS. *L.* 37. *p.* 42. *Sane, si initium capiatur a planeta supremo saturno, qui horae primae diei saturni praesit, indeque, secundum systema uetus, continuo sequentes planetae horis reliquis* 24 *assignentur, ordo regendi horam primam diei secundi tanget solem, horam uero primam die tertio luna, quarto mars, quinto mercurius, sexto iupiter, septimo uenus moderabitur. v.* STRAVCH. *I.* 2-11. *De aliis diei partitionibus apud romanos agunt* PLIN. *VII.* 60. CENSORIN. *de die natali c.*10.

DEFINITIO VI.

IX. *Auspicia dierum* uarie capiuntur. *Babylonii* ab ortu solis ad eundem horas numerabant. *Plin. II.* 77. *Astronomi* a meridie, *Itali* ab occasu, *Europaei* (ut olim Romani. v. CENSORINVS c. 24. *Macrob.* saturnal. I. 3.) a media nocte diem ordiuntur. unde *horarum babylonicarum, astronomicarum, italicarum* et *europaearum* diuisio ducta est.

PROBLEMA I.

X. *Horas europaeas in astronomicas, et has in illas conuertere.*

Resolutio. 1. Horae europaeae pomeridianae conueniunt cum astronomicis, horis uero europaeis antemeridianis addendae sunt XII,

quae

quae ſecundum aſtronomos a praecedente meridie, ad mediam usque noctem effluxerunt, ſumma dabit aſtronomicas, ſed poſteriore caſu numerus dierum unitate eſt minuendus.

2. Aſtronomicae, quarum numerus non excedit XII, ſunt pomeridianae eiusdem diei; ſed ſi plures quam duodecim datae ſint, demuntur XII, et numerus dierum unitate augetur, quo facto proueniunt europaeae antemeridianae diei ſequentis.

PROBLEMA II.

XI. *Horas babylonicas in aſtronomicas uel europaeas conuertere.*

Reſolutio. Data longitudine diei, et tempore ortus ſolis, a babylonicis, additis, ſi opus ſit 24, detrahitur tempus ſemidiurnum, reſiduum indicat aſtronomicas. quae deinceps in europaeas per probl. praec. conuertuntur.

PROBLEMA III.

XII. *Horas europaeas in italicas conuertere.*

Reſolutio. 1. Europaeis antemeridianis addatur tempus ſeminocturnum, a ueſpera ad mediam noctem elapſum, ſumma italicas ab occaſu numeratas oſtendet.

2. Pro europaeis pomeridianis tempus ſemidiurnum ſubducatur a 24, et relinquitur hora italica, cum meridie diei dati connexa, huic ergo addantur horae reliquae poſt meridiem, et producetur italica.

CONSECTARIVM.

XIII. Horarum diuersarum comparatio etiam globo coelesti uel terrestri potest fieri, si axi circuli horarii, more astronomico et europaeo diuisi, quatuor indices cum globo mobiles, initiis dierum uariis accommodati, applicentur.

DEFINITIO VII.

XIV. *Hebdomas* est systema septem dierum ab ipso Deo, memoriae huius uniuersi, intra sextiduum conditi, ad posteros transmittendae causa, consecratum. Gen. II. 3. Dies autem hebdomadis uel a planetis (§.8) uel ab ordine feriarum, ita ut prima feria incidat in diem dominicum, denominari, satis inter omnes constat.

SCHOLION.

XV. *Non ergo mirum est, quod obseruati huius septenarii dierum numeri uestigium apud antiquissimas gentes occurrat. Herodotus in euterpe, p. 63. ed. H. Steph. uocat dies deorum siue planetarum, nam gentiles, deprauata prisca traditione, ad exemplum septem planetarum hebdomadem conformatam fuisse, opinabantur. DIO l. c. TACITVS V. hist. 4. GELLIVS III.* 10. *conf. IOSEPHVS L.* 2. *contr. Apionem. CLEM. ALEX. Strom. L. V. p.* 600. *TERTVLLIAN. apolog. I.* 12. *add. HVETII demonstrat. euangel. Prop.* 4. *p.* 264. *SELDEN d. I. N. et G. L. III. c.* 15. *sqq. IO. MARSHAMI Canon. Chron. Sec. IX. p.* 194.

DEFINITIO VIII.

XVI. *Mensis* est spatium temporis, quod luna motu proprio circa terram, terminat. *periodicus* 27 d. 7 h. 43'. 7". *synodicus*, a coniun-

ctione lunae cum sole ad eandem computatus, 29 d. 12 h. 44'. 3". 11'". capit. (§. 68. 69. theor.) sed posterior, qui etiam *lunatio* dicitur, in chronologia potissimum spectatur.

CONSECTARIVM.

XVII. *Menses* lunares *ciuiles*, uel populares, qui integris diebus constant, alterni sunt *caui* 29, et *pleni* 30 dierum. appendicula 44'. 3". intra 33 menses, 24. h. 12'. 39". conficit, ideoque tricesimo tertio mensi unus dies accrescit.

DEFINITIO IX.

XVIII. *Annus solaris* est spatium temporis, quod sol motu proprio circa terram finit. *astronomicus* 365. d. 5. h. 48'. 47". (§. 36. theor.) huius autem loco olim assumtus fuit *Iulianus* 365. d. 6. h. (§. 27.) quo facto, *ciuilis communis* est 365, et quartus quilibet *intercalaris* 366. dierum.

DEFINITIO X.

XIX. Diuiditur annus solaris in quatuor cardines, siue quadrantes, *uer*, *aestatem*, *autumnum*, *hiemem*, qui ab ingressu solis in quatuor signa cardinalia inchoantur. Secundum RICCIOLVM Alm. P. I. p. 142. sol ab ♈ ad ♋, 92 d. 23 h. 52'. 45". a ♋ ad ♎ 93. 14. 56. 0. a ♎ ad ♑ 89. 12. 30. 0. a ♑ ad ♈ 89. 2. 30 0. impendit. (§. 29. theor.) plures sententias idem collegit astron. reform. L. 1. c. 7.

DEFINITIO XI.

XX. *Annus lunaris* est spatium temporis

ris XII lunationibus definitum. continet 354 d. 8 h. 48'. 36". *ciuilis* autem ordinarius 354, *abundans* 355 diebus terminatur. cuius menses alternatim sunt 29 et 30 dierum.

SCHOLION.

XXI. *Tali hodie anno Turci et Arabes utuntur, quae per omnes et singulos anni solaris dies uagatur, nec reuertitur ad eundem diem, nisi post exactos annos lunares 30, in quibus undecim anni 2. 5. 7. 10. 13. 16. 18. 21. 24. 26. 29. sunt abundantes 355 dierum, reliqui 19 ordinarii 354 diebus constant. nam quantitas anni lunaris 354. 8. 48 multiplicata per 30, producit dies 10631; undecim uero abundantes 3905, et 19 ordinarii 6726 dies habent, qui numeri additi eandem dierum 10631 summam restituunt.*

CONSECTARIVM.

XXII. Aliter uero se res habet, quando lunaris annus cum solari componitur, nam ille hoc undecim fere diebus minor est, adeoque illa differentia ter collecta plus quam mensem integrum constituit: quo ad summam 354 d. adiecto, *annus lunaris intercalaris* 384 dies complectitur.

DEFINITIO XII.

XXIII. Atque haec anni solaris et lunaris differentia nomen gerit *epactarum*. (nemne ab ἐπάγω adduco uel intercalo.) Epactae autem *astronomicae* sunt 10 d. 21 h. 0 m. 10 s. et *ciuiles* 11 dierum, quae est distantia (365—354) anni communis solaris et lunaris.

CONSECTARIVM I.

XXIV. Quando epactae anni lunaris, cum solari

ſolari copulati, datae ſunt, innoteſcit aetas lunae, ſub initium anni ſolaris, nempe ſi epacta ſit III, indicatur, quod nouilunium ante Kal. Ianuar. triduo praeceſſerit. atque hoc modo ueteres additionem 30 dierum, pro utroque anno comparando neceſſariam, abſorberi poſſe arbitrabantur.

CONSECTARIVM II.

XXV. Nimirum, ſi epactae annuae rotunde XI diebus finirentur, et ſemper hic numerus ſibi addatur, a ſumma autem menſis plenus XXX dierum dematur, prodeunt XIX epactarum numeri tales: 11. 22. 3. 14. 25. 6. 17. 28. 9. 20. 1. 12. 23. 4. 15. 26. 7. 18. 29. uel 30. et poſt nouemdecim annos prior epacta recurreret. quod, etſi erroneum ſit, quemadmodum infra ſumus oſtenſuri, tamen in arte computiſtica, ubi ciuilium tantum temporum ratio habetur, uſum aliquem praeſtare poteſt epactarum cyclus, ſi ſecundum ueritatem aſtronomicam ſubinde emendetur.

SCHOLION.

XXVI. *Declaratis hactenus praecipuis temporum menſuris, reſtat, ut ſigillatim anni, quo Chriſtiani utuntur, formam accuratius exponam, ſed quia illa ex romana primam originem accepit, de hac ſequenti capite nonnihil dicendum eſt.*

CAPVT II.

DE ANNO ROMANORVM ET CHRISTIANORVM.

PROBLEMA IV.

XXVII. *Anni romanorum historiam explicare.*

Resolutio. 1. Romulo imperante, Romani 304 diebus annum circumscribebant, quos in decem menses sic distribuebant, ut sex menses tricenum dierum essent, quatuor reliqui tricenis et singulis constarent: horum mensium ordo sequens fuit:

Martius	31	Sextilis	30
Aprilis	30	September	30
Maius	31	October	31
Iunius	30	Nouember	30
Quintilis	31	December	30

Cum uero iste dierum 304 numerus, nec solis cursui, nec lunae rationibus, conueniret, nonnunquam usu ueniebat, ut frigus aestiuis mensibus, et contra calor hiemalibus sentiretur; quod ubi contigisset, Romulus tantum dierum, sine ullo mensis nomine, patiebatur assumi, quantum ad id anni tempus adduceret, quo coeli habitus, instanti mensi aptus inueniretur: teste *Macrobio* Saturn. I. 12. add. *Solini* polyhist. c. 3. *Censorini* c. 20. sed *Plutarchus* in Numa,

Numa. c. 21, auctor est, aliquando etiam dies 360 anno romuleo fuisse assignatos.

2. Successor Romuli, Numa, quantum seculo adhuc impolito, solo ingenio magistro comprehendere potuit, uel etiam graecorum obseruatione instructus, quinquaginta dies addidit, ut annus 354 dierum, cursui lunae accommodaretur. nouos praeterea duos menses, Ianuarium et Februarium, romuleis decem praeposuit, dies autem mensium sic distinxit, ut impari numero, (quem solum faustum esse credebat) 29 uel 31 dierum, singuli, praeter Februarium, in quem, tanquam infaustum, festos inferis dies, omnemque intercalationem reiecit, absoluerentur.

Ianuarius	29	Quintilis	31
Februarius	28	Sextilis	29
Martius	31	September	29
Aprilis	29	October	31
Maius	31	Nouember	29
Iunius	29	December	29

Cum uero quatuor mensibus 31 dies, quibus a Romulo totidem tributi fuerant, seruasset, et Februarium parem fecisset, ut numerum dierum totius anni imparem et felicem 355 d. haberet, adeoque diebus 354 anni lunaris unum diem superfluum adiecisset, noua praeter rationem difficultate anni sui formam implicuit. nam cupiebat annum lunarem talem adhibere, qui intercalationis beneficio cum solari posset componi. instituebat ergo intercalationem cum

graecis, et secundo quouis anno 22, quarto 23 dierum mensem embolimaeum, merkedonium uocabat, post diem 23 Februarii, inter terminalia et regifugium, inserebat. et ut diem superfluum quotannis additum tolleret, sanxit, ut post annos 20, merkedonius omitteretur, et loco 23 dierum tantum tres iniicerentur. Intercalandi autem potestatem sacerdotibus dedit, qui plerumque gratificaturi rationibus publicanorum pro libidine sua subtrahebant tempora uel augebant. MACROB. c.13. CENSORIN. et SOLIN. l. c.

3. Progressu temporis, cum sacerdotes, intercalatione saepius perperam facta, formam anni numanam prorsus peruertissent et turbassent, ut confusio, quae indies crescebat, ipsi populo romano molesta esset, *Iulius Caesar*, tum pontifex maximus et consul, misso anno lunari, solarem in posterum recipiendum esse statuit, cuius magnitudinem 365 d. 6 hor. dum Alexandriae uersaretur, addidicerat. DIO L. 43. p. 257. Ut ergo annum priscis limitibus circumscriberet, eiusque principium ad nouilunium brumae proximum reuocaret, ultimo anno, qui a confusione nomen accepit, non solum merkedonium in Februarium, sed etiam alios duos menses intercalarios 67 dierum, in mensem nouembrem et decembrem interposuit, quo facto, annus confusionis 445 diebus terminabatur. CENSORIN. l. c. cuius initium incidit in d. XIV octobris, anni 47 anteae-

ram christianam. Deinde horas sex, supra 365 dies, colligi, et quouis anno quarto, post XXIII Februarii intercalari iussit. Iste dies adiectitius idem cum XXIV Februarii nomen tulit, et *bissextus ante calendas martias* uocatus est, unde *annus intercalaris* 366 dierum *bissextilis* dicitur. Curam autem intercalationis itidem sacerdotibus permisit. Propter hanc emendationem anni Romani, auctori Iulio is honos fuit habitus, ut in perpetuam rei memoriam *Quintilis* mensis, cuius IV Id. Caesar natus erat, *Iulius* uocaretur, legem ferente Antonio, Marci filio, consule. *Macrob*. c. 12. Ordo et magnitudo mensium anni Iuliani sequentem in modum sese habet:

Ianuarius	31	Iunius	30
Februarius		Iulius	31
Commun.	28	Sextilis	31
Bissext.	29	September	30
Martius	31	October	31
Aprilis	30	Nouember	30
Maius	31	December	31

4. Interfecto ante primam intercalationem Caesare, nouum ex ipsa emendatione errorem sibi fecerunt sacerdotes, dum anno reuera tertio, nempe incipiente quarto non desinente, intercalarunt, eumque errorem XXXVI annis commiserant. Quod deprehensum Augustus reformauit, iussitque annos XII sine intercalatione decurrere, ut tres dies, qui ultra nouenarios temere fuerant intercalati, hoc modo

possent repensari. in illius quoque honorem sextilis, SCto *Augustus* fuit appellatus. MACROB. l. c. SOLIN. l. c.

SCHOLION.

XXVIII. *Praetermitto ea, quae afferri poterant, de nominibus dierum mensium romanorum, quae inuerso illis ordine, a proxime sequentibus calendis, idibus uel nonis, minus conuenienter data fuerunt, siquidem in uulgus iam nota sunt.*

PROBLEMA V.

XXIX. *Inuenire utrum annus aliquis aerae christianae sit bissextilis uel quotus sit a bissextili.*

Resolutio. Anni dati numerus diuidatur per 4, si nihil remanet, idem annus est bissextilis. si uero residuus numerus supersit, is indicabit, quotus annus Christi sit a bissextili.

SCHOLION.

XXX. *Quoniam autem, uti mox dicetur, annus Christianorum est lunae solaris, ideo, pro computo illius facilitando, inde ab aliquot seculis, orbes quidam, intra quos temporum ratio ad pristinos limites restitui credebatur, fuerunt adhibiti, quapropter, ut de illis accuratius possit deinceps ferri iudicium, historiam eorum et examen nunc praemittam.*

DEFINITIO XIII.

XXXI. *Cyclus*, uel *circulus*, uocatur quodlibet temporis interuallum, quod in orbem redit. sigillatim *cyclus lunaris*, uel *lunae*, *solaris* dicitur illud temporis spatium, quo aliquot lunationes integrae, certo numero annorum solarium aequiparantur, ita ut, hoc tem-

tempore elapso, omnes lunationum phases in pristina loca restituantur.

CONSECTARIVM.

XXXII. Tale igitur temporis interuallum, si esset cognitum, inseruiret egregie, pro comparando solis et lunae motu. nam si pro orbe illo annorum solarium calculo reperirentur nouilunia et plenilunia, finito cyclo, eadem comparatio iterum ualeret, nec nouus labor illius caussa esset suscipiendus.

PROBLEMA VI.

XXXIII. *Cyclorum lunarium historiam explicare.*

Resolutio. 1. Graeci, cum anno ante C. N. 776 ludorum olympicorum festiuitatem quolibet quadriennio agere instituissent, et tempus illius, ad plenilunium, quod proxime solstitium aestiuum sequitur, alligatum cuperent, inde astronomiae cultoribus nata est occasio, utriusque luminaris motum diligentius peruestigandi. In principio quidem, obseruationibus nondum emendatis, erant, qui assererent, intra biennium uel quadriennium, lunationes in pristina solaris anni loca reuertere, quorum tamen errores breui experientia manifestabat. CENSORIN. c. 18.

2. Postea *Eudoxus Cnidius* et *Cleostratus Tenedius* octaeteridem, siue orbem octo annorum solarium, quibus 99 lunationes aequipolleant, commendabant. et cum hic quoque orbis, aliquot diebus a ueris motibus aberraret, repe-

reperiebantur alii, qui XII uel XVI annorum circulum laudare non uerebantur, quemadmodum copiose exponit H. DODWELLVS de ueteribus graecor. romanorumque cyclis. Oxon. 1701. 4. uid. p. 111.

3. Tandem probabiliorem sententiam, anno a C. N. 432, *Meton Atheniensis* defendit, *ἐννεαδεκαετηρίδα* siue cyclum nouemdecim annorum solarium, qui 235 lunationes, et dies 6940 complectantur, qui cyclus, quod error facile tum deprehendi demonstrarique non posset, diu non apud graecos (fuit enim iste orbis olim in graecia tam celebris, ut in foro cuiuscunque urbis insignioris praefigeretur. v. HAMEL astron. phys. p. 102.) solum, sed deinceps etiam apud christianos in usu fuit. v. *Marsham* sec. XVIII. p. 662.

4. Nam tametsi *Calippus Cyzicenus* orbem metonicum quadruplicaret, et 76 annis solaribus 940 lunationes, et 27759 dies, tribueret, *Hipparchus* autem denuo quadruplum cyclum 304 annorum, 3760 lunationum, uel 111035 dierum, laudaret, neuter tamen acutoritatem prae metonico est consecutus.

5. Recentiore aetate, cum omnium cyclorum ueterum uitia palam sese proderent, *Franc. Vieta* alium quidem orbem lunarem 3400 annorum, 42053 lunationum, et 1241850 dierum excogitauit; sed istum, etsi optimus et numeris omnibus absolutus esset, uel propter prolixitatem nullam in chronologia afferre utilitatem posse,

posse, per se quisque intelligit. v. PETAV. L. II. D. T. *Ricciolus* C. R. p. 9.

PROBLEMA VII.

XXXIV. *Cyclum quemcunque propositum examinare.*

Resolutio. Cum hodie quantitas lunationis 29 d. 12 h. 44′. 3″. et anni solares 365 d. 48. 40 paulo certius sit cognita, (§. 16. 18.) quando datur numerus annorum solarium et lunationum, qui ad componendum cyclum requiritur, assumantur per multiplicationum, tot anni, et tot lunationes, quot circulus complecti debet; si utrimque eadem summa dierum, horarum et scrupulorum prodeat, bene se habet forma cycli propositi, sin minus, per subtracttionem differentia utriusque temporis, siue error in orbe dato commissus, innotescet. *Exempli loco sit cyclus ceteris omnibus celebrior et utilior metonis. lunatio 29 d. 12 h 44′. 3″. 11‴. (§. 16) per 235 multiplicata profert 6939 dies, 16 h. 32′. 28″. sed anni solares 19 continent 6939 d. 14 h. 24′. 40″. inter quos numeros discrimen est 2 h. 7′. 48″. quod denotat excessum lunationum 235 supra annos 19 solares; ideoque nullum amplius est dubium, metonicum circulum, qui intra 19 annos lunae phases binis horis retrahit uersus principium anni solaris, erroneum esse, et, aliquot orbibus exactis, eo usque posse illud discrimen crescere, donec uno pluribusue diebus lunae uicissitudines, a limitibus in anno solari assignatis, retrocedant. Quod si loco anni solaris ueri adhibeatur Iulianus, capient 19 Iuliani*

anni, 6939 dies et 18 horas. quo casu bilunationes 235 sesqui hora propemodum, sine 1 h. 27'. 32". superabunt. Facilitauit huius et aliorum cyclorum examen STRAVCHIVS, tabulis, in quibus anni solares et menses collecti exhibentur, compositis. L. III. c. 1. q. 5. p. 174. sq.

DEFINITIO XIV.

XXXV. *Calendarium*, siue *hemerologium Christianum*, est index dierum unius anni, distributorum in menses et hebdomades, in quo feriae solennes christianorum, inter quas praecipua est paschalis, suis locis inscriptae sunt. Formae illius tres in christiano orbe in usu sunt. *Vetus* siue *Iuliana*, altera *Gregoriana*, tertia *emendata* Statuum Germaniae Protestantium.

PROBLEMA VIII.

XXXVI. *Fundamenta celebrationis paschatis Christiani explicare.*

Resolutio. 1. Vetus pascha iudaeorum, ex praescripto legis diuinae Leuit. XXIII. 5. Deut. XVI. 1. agendum erat luna decima quarta mensis primi Nisan. erat autem mensis iste lunaris, adeoque pascha in diem plenilunii ciuilis incidebat. (§. 17)

2. Sed iudaei unanimi consensu perhibent, tekupham mensis nisan, siue aequinoctium uernum ciuile, cum hoc mense perpetuo copulandum, non potuisse cadere post lunam XIV, et ante eam semper debuisse collocari, ope inter-

tercalationis. IOSEPH. Antiqu. III. 10. PHILO. L. III. de V. Mosis. p. 656. MAIMON. hilcoth kiddusch hachodesch. c. 3.

3. In ecclesia christiana, cum nec a Christo seruatore, nec ab apostolis eius, alia paschatis celebrandi ratio instituta esset, primi christiani asiatae pascha agebant cum Iudaeis luna XIV mensis primi, atque ideo a nonnullis τεσσερακαιδεκατῖται siue *quartadecimani* appellabantur, EVSEB. H. E. V. 22. Verum plerique christiani occidentales pascha transferebant in diem dominicum, qui pascha iudaicum proxime sequitur, huiusque consuetudinis suae auctores Petrum et Paulum apostolos laudabant.

4. Circa finem seculi secundi *Victor*, episcopus romanus, omnem mouebat lapidem, ut dissentientibus a se orientalium ecclesiarum episcopis, morem celebrandi pascha, qui in occidente inualuerat, persuaderet, sed cum nihilo minus plurimi refragarentur, tandem formulam excommunicationis aduersus illos promulgabat. conf. GVIL. CAVE de primo christianismo I. 7. add. dist. III. de consecr. c. 21. 22.

5. Durabat haec lis integro seculo tertio, donec a. 325. Constantinus M. congregatos Nicaeae ex oriente episcopos auctoritate sua permoueret, ut, cum occidentalibus ecclesiis in posterum eodem die se paschalem feriam obseruaturos, pollicerentur. SOCRATIS H. E. I. 6 ideoque a synodo illa oecumenica decretum

est:

est: *pascha, per uniuersum orbem christianum, nunquam cum iudaeis, sed die dominico, qui sequitur proxime pascha iudaeorum, quotannis celebrandum esse.*

6, Praeterea constat, patribus Nicaenis placuisse, ut episcopus Alexandriae, quae urbs tum adhuc, propter cultum disciplinarum mathematicarum, et inprimis astronomiae, celebrabatur, curam indicendi quolibet anno paschatis in se susciperet. affert testimonium, quod huc pertinet, ex epistola Leonis, AEGID. BVCHERIVS, in comment. in Victorii canonem paschalem, p. 97. sed cum publicatio diei paschalis, progressu temporis, crescente indies ecclesiarum christianarum numero, et gliscentibus passim inter episcopos occidentales dissidiis, difficilior impeditiorque redderetur, et accederet intempestiua quorundam diligentia, qui Alexandriae et alibi redeuntes in orbem cyclos, uel saltem indices terminorum paschalium in plures annos extensos, componebant et euulgabant, euenit haud diu post concilium Nicaenum, ut praesul Alexandriae iure promulgandi pascha prorsus excideret.

7. Ceterum etsi decretum concilii de paschate amplius non extet, tamen tum ex historiae sacrae scriptoribus, tum ex consuetudine sequiorum temporum non obscure colligitur, fuisse hanc illius sententiam: 1) *pascha nunquam cum Iudaeis, sed* 2) *die dominico, proximo post pascha iudaicum, uel qui sequitur plenilunium ab aequinoctio uerno proximum, agendum,*

dum, et, 3) si plenilunium illud cadat in diem dominicum, pascha in dominicum subsequentem traducendum esse EPIPHAN. haeres. 70. add. *B. G. A. HAMBERGERI* diss. de basi computi ecclesiastici.

CONSECTARIVM I.

XXXVII. Itaque, pro computo paschali rite faciendo, opus erat notitia aequinoctii uernalis, et diei plenilunii, quod proxime post illud aequinoctium contingit.

CONSECTARIVM II.

XXXVIII. Et quia obseruatio ingressus solis in signum arietis a Ptolemaeo a. C. 140 habita, docuit, eum die XXII Martii contigisse, uid. PETAV. D.T. IV. 27. sequitur, quod aequinoctium uernum, intra 185 annos iulianos, qui usque ad Concilium Nicaenum effluxerunt, (adhibito discrimine anni solaris ueri et iuliani 11'. 13". §. 36. theor.) uno die et decem horis retractum fuerit, et ann. 325 in die XXI Martii substiterit. et cum uerae anni tropici quantitatis ignari existimauerint, idem semper circa diem XXI Martii anni iuliani etiam in posterum futurum esse, hoc quoque nicaeni concilii decreto consentaneum deinceps putabatur; *illud tantum plenilunium paschale esse posse, quod uel incidit in diem XXI Martii uel illum proxime sequitur.* CLAVII apolog. contra Maestlin. p. 11. 32. *quapropter terminus paschalis citimus cum illo die XXI Martii concurrere, et terminus paschalis ultimus, qui a citimo inte-*

gra lunationis 29 dierum (est enim mensis paschalis cauus) *distat, nunquam diem XIX Aprilis* (exclusiue quidem, uti iam ueteres computistae censuerunt. v. CLAV. p. 9. PETAV. V. 12) *superare potest. et pascha primum non praeuertit d. XXII Martii, ultimum non transgreditur diem XXV Aprilis*

DEFINITIO XV.

XXXIX. *Cyclus Lunae Dionysianus*, est spatium nouemdecim annorum iulianorum, intra quod Dionysius Exiguus, natione Scytha, Abbas romanus, seculo VI clarus, motus lunares in anno solari restitui existimauit. Cuius principium incidit in annum primum ante aeram christianam. BEDA d. tempor. rat. c. 45. conf. WILH. LANGIVS d. annis Christi p. 3. sq.

SCHOLION.

XL. *Dixi antea,* (§. 36. n. 6.) *repertos fuisse, haud diu post concilium Nicaenum, nonnullos, qui indictionem paschatis anniuersariam, uel cyclis, uel indice terminiorum paschalium ad plures annos extenso, facilitare studebant. Inter quos prae ceteris Eusebius, Theophilus, Cyrillus, Prosper, Victorius, Anatolius inclaruerunt, de quorum inuentis plenius explicat Bucherius conf. Petau. II. 66. sq. Tandem Dionysius, circa annum Chr. 527. cum instaurando Victorii cyclo annorum 532 operam daret, accommodatissimum christianae ecclesiae usibus iudicauit circulum XIX annorum metonicum, cui deinceps Beda uel alius quispiam, faciliorem, quam sequens tabula exhibet, formam conciliauit. Primus autem huius cycli annus conuenit cum anno 532. p. C. N.*

Cy-

Cyclus ☽ pro Calendario Iuliano.

Num. aur.	Term. Paſchal.	Lit. ch.	Num. aur.	T. P.	Lit. ch.
1	5 April.	D	11	15 April.	G
2	25 Mart.	G	12	4 April.	C
3	13 April.	E	13	24 Mart.	F
4	2 April.	A	14	12 April.	D
5	22 Mart.	D	15	1 April.	G
6	10 April.	B	16	21 Mart.	C
7	30 Mart.	E	17	9 April.	A
8	18 April.	C	18	29 Mart.	D
9	7 April.	F	19	17 April.	B
10	27 Mart.	B			

DEFINITIO XVI.

XLI. In hac tabella, prima columna continet *numerum aureum*, qui indicat, quotus annus aliquis ſit in cyclo lunae. altera habet *terminum paſchalem* ſiue diem plenilunii, quod paſcha proxime praecedit. in tertia ſerie *literae characteriſticae* inſcriptae ſunt, quae deſignant, quodnam ſit nomen dies hebdomadis, in quem plenilunium paſchale cadit.

HYPOTHESIS.

XLII. *Nimirum, recepto a ueteribus computiſtis more, dies VII hebdomadis, totidem literis A. B. C. D. E. F. G. ſolent denominari, ita quidem, 1) ut prima dies ianuarii ſemper A uocetur, et ideo litera, quae dominico diei competit, quotannis*

mutetur. quin, 2) uti romani diem intercalarem eodem nomine denotabant, quod XXIV Februarii, in cuius locum succedebat, gesserat (§. 27) sic etiam Christiani computi auctores uoluerunt, ut in anno bissextili dies XXIV et XXV Februarii eadem litera distinguerentur.

CONSECTARIVM.

XLIII. Si annus solaris diebus 364 absolueretur, et rotunde 52 hebdomades caperet, literae eaedem in eosdem semper hebdomadis dies quotannis recurrerent, sed quia annus communis capit 365 dies, ideo quotannis quaeuis litera in sequentem diem promoueri debet, ut si aliquando prima ianuarii dominica fuisset, et nomen A habuisset, sequente anno litera A concurreret cum die lunae, et hoc modo post annos septem literae dominicales in priores dies reuerterentur. Cum autem quilibet quartus annus sit bissextilis 366 dierum, qui continet 52 hebdomades et duos dies, hinc fit, ut quouis anno quarto iterum literarum dominicalium ordo perturbetur, qui non nisi post 7. 4 = 28 annos restituitur.

DEFINITIO XVII.

XLIV. Nimirum *Litera dominicalis* dicitur, quae aliquo anno dominicis diebus nominandis inseruit.

CONSECTARIVM.

XLV. In anno communi 365 d. una eademque

que litera dominicalis per integrum annum ualet. ſed in anno biſſextili, quia diei XXIV et XXV Februarii eadem tum litera aſſignatur, duae literae dominicales requiruntur, quarum altera dominicas ante XXIV Februarii, altera dominicas poſt illum diem indicat.

DEFINITIO XVIII.

XLVI. *Cyclus literarum Dominicalium*, ſiue *ſolis*, (h. e. dierum ſolis) eſt interuallum XXIIX annorum, intra quod literae dominicales in priores dies reſtituuntur. Cuius circuli retroacti initium in nonum ante aeram Chriſtianam annum incidit.

Cyclus ſolis pro Calendario Iuliano.

Cycl.	Lit. Domin.	Cycl.	Lit. Domin.
1	G.F	15	C
2	E	16	B
3	D	17	A.G
4	C	18	F
5	B.A	19	E
6	G	20	D
7	F	21	C.B
8	E	22	A
9	D.C	23	G
10	B	24	F
11	A	25	E.D
12	G	26	C
13	F.E	27	B
14	D	28	A

PROBLEMA IX.

XLVII. *Inuenire numerum aureum proposito anno Christi respondentem.*

Resolutio. Ad annum Christi datum addatur unitas, (§. 39.) summa diuidatur per XIX; residuum ostendet numerum aureum quaesitum. si nihil post diuisionem superest, fluit annus cycli ultimus.

PROBLEMA X.

XLVIII. *Inuenire numerum cycli solis anno Christi proposito respondentem.*

Resolutio. Ad annum Christi datum addantur IX, (§. 46) summa diuidatur per XXIIX, residuus numerus indicabit, quotus annus Christi datus sit in cyclo solis. si nihil restat, fluit annus cycli ultimus.

DEFINITIO XIX.

XLIX. *Festa mobilia* uocantur, quae una cum die paschatis porro et retro mouentur. *immobilia*, quae in eosdem mensium dies semper cadunt.

Festa mobilia, siue dies dominici post pascha, hebdomadis interuallo hoc ordine sese excipiunt. Quasimodogeniti. Misericordias domini. Iubilate. Cantate. Rogate. Exaudi, cum festo ascensionis Chr. in proxime praeced. die Iouis. Pentecoste. Festum Trinitatis. Prima secunda, tertia et sic porro dominicae post F. Trinitatis *numerantur usque ad festum dom.* Aduentus domini, *quem sequuntur* tres domini-

minicae post F. Aduentus, *quae proxime ante d. XXV Decembris, in quem cadit F. Natiuitatis, ordinantur. dies dominici ante pascha sunt* Palmarum. Iudica. Laetare. Oculi. Reminiscere. Inuocauit, f. Quadragesima. Esto-mihi, f. Quinquagesima. Sexagesima. Septuagesima. *dominicae usque ad principium anni reliquae, a F. Epiphaniae, siue d. 6. Ianuar. denominantur.*

Festa immobilia cadunt in sequentes mensium dies.

Ianuar. d. 1. Circumcis. 6. Epiphania. 25. *conuersio Pauli.*

Februar. 2. Purific. Mar. 6. *Dorothea.* 14. *Valentinus.* 24, *uel 25 in bissextili, Matthias.*

Martii 12. *Gregor.* 25. Annunc. Mar.

Aprilis 23. *Georgius.* 25. *Marcus Euang.*

Maii 1. *Phil. Jac.* 3. *Crucis inuentio.*

Iunii 15. *Vitus.* 24. Ioh. Bapt 29. *Petr. Paul.*

Iulii 2. Visit. Mar. 8. *Kilian.* 13. *Margareth.* 15. *diuis. apostol.* 22. *Mar. Magdal.* 25. *Iacob. Ap.* 26. *Anna.*

Augusti 1. *Vincula Petri.* 10. *Laurent.* 15. *Ascens. Mar.* 24. *Barthol.* 19. *Decoll. Ioh.*

Septemb. 1. *Aegidius.* 8. *Natiu. Mar.* 14. *Exaltat. Cruc.* 21. *Matthaeus Euang.* 29. Michael.

Octob. 4. *Francisc.* 18. *Lucas Eu.* 21. *Vrsula.* 28. *Simon Iud.* 31. F. Reform.

Nouemb. 1. *OO. SS.* 11. *Martin. ep.* 19. *Elisab.* 21. *Oblat. Mar.* 25. *Catharin.* 30. *Andreas ap.*

Decemb. 4. *Barbara.* 6. *Nicol.* 8. *concept. Mar.* 13. *Luciae.* 21. *Thom. ap.* 25. Natiuitas

Christi. 26. Stephanus. 27. Io. Euang. 28. *Innoc. puer.*

Praeterea sunt alii quidam dies celebres e calendario non omittendi. F. cinerum. p. D. Quinquages. die ☿. F. Viridium et passionis Christi. *d.* ♃. *et* ♀ *ante pascha. F. corporis Chr. d.* ♃. *p. F. Trin. 17. Ian. Anton. 20. ei. Fabian. Sebast. 22. ei. Vincent. Febr. 22. Cathedr. Petri. Mart. 17. Gertraud. 19. Ioseph. Mai. 25. Vrban. Iun. 8. Medard. Iul. 20. Elias. Sept. 24. Concept. Ioh. Octob. 9. Dionys. 16. Gallus. Quatuor tempora* (Quatember) quorum *dua priora dieb.* ☿ *post D. Inuocauit et Pentecosten. duo posteriora dieb.* ☿ *post exaltat. crucis et F. Luciae assignantur.*

Reliqui dies apud Protestantes calendariographi arbitrio permittuntur.

PROBLEMA XI.

L. *Calendarium uetus iulianum pro anno Christi dato componere.*

Resolutio. 1. Inquiratur, utrum annus Christi propositus sit bissextilis. (§. 29)

2. Dies anni distribuantur in menses. (§. 27. n. 3.)

3. Quaeratur numerus cycli solis (§. 48) et ex tabella §. 46. excerpatur litera dominicalis illius anni, eiusque ope dies in hebdomades distribuantur.

4. Inuestigetur porro numerus aureus, (§. 47) et eidem respondens terminus paschalis, cum litera characteristica, ex tabula cycli Lunae (§. 40) annotetur.

5. Quo-

5. Quoniam litera characteristica monstrat nomen diei hebdomadis, in quem cadit plenilunium paschale, (§. 41) si reperta non sit dominicalis, proxime sequente post diem plenilunii dominica pascha constituatur. Si uero characteristica eadem est cum dominicali, in dominicam sequentem pascha transferatur. (§. 36. n. 7.)

6. A paschate porro et retro numerentur et ordinentur feriae mobiles. tum etiam immobiles in diebus competentibus locentur. (§. 49)

7. Ex ephemeridibus astronomicis excerpantur motus solis ex lunae, item aspectus planetarum, maxime eclipses luminarium, et meridiano loci dati accommodentur.

8. Denique longitudo diei et noctis, et ortus et occasus solis, uel diebus singulis, uel cuiuslibet saltem septimanae principio adscribantur. (§. 126. sq. sphaer.)

PROBLEMA XII.

LI. *Calendarii ueteris uitia demonstrare.*

Resolutio. 1. Primum uitium contraxit hoc calendarium, ab excessu anni iuliani supra solarem tropicum ueriorem, quem alibi (§. 36. theor.) 11′. 13″. uel 14″ parem esse, dictum fuit. Quod si rem ita se habere nunc ponamus, intra 16 annos aequinoctium uernum tribus horis uersus calendas martii a prisco suo limite d. XXI. ei. mensis, (§. 38) retrahitur, et inde ab aeuo Dionysii usque ad seculum XVII, diebus

circiter X debuit retroeedere. quod etiam obseruationes Tychonis confirmarunt, quippe qui a. 1584. idem Mart. d. 10. h. 9. contigisse deprehendit. Cum igitur secundum canonem concilii nicaeni, pascha statuendum esset die dominico, qui plenilunium ab aequinoctio uerno proximum sequitur, (§. 36) contra hanc legem toties peccabatur, quoties, ante calendarii correctionem, luna XIV inter XI et XXI Martii cadebat, quae tametsi paschalis esset, per errorem tamen omittebatur, et pascha in mensem secundum promouebatur.

2. Deinde alium errorem inuexerat cyclus XIX annorum lunaris; si quidem constat 235 lunationes, XIX annis iulianis 1 h. 27'. 32". minores esse, (§. 34) adeoque, intra annos 312½, integro die phases lunae recedebant a limitibus, qui ope cycli Dionysiani illis tribuebantur, et labente seculo XVI fere quatriduo citius eueniebant.

PROBLEMA XIII.

LII. *Emendationis calendarii Gregorianae momenta praecipua explicare.*

Resolutio. Cum seculis recentioribus, ea, quae iam indicaui, ueteris calendarii uitia, tantum temporis progressu accreuissent, ut non solum ab astronomis, sed etiam ab imperitis, maxime quoad motum lunae, facile animaduerterentur, et saepe de illis emendandis in conciliis Constantiensi, Basileensi, Lateranensi et Tridentino frustra deliberatum esset, tandem

feli-

feliciore successu idem negotium aggressus est *Gregorius XIII*. P. M. opportunam de eodem cogitandi occasionem nactus, postquam *Aloysius Lilius*, Veronensis, Antonii, archiatri pontificii frater (consilio, ut fertur, Montalti Cardinalis, qui Gregorio nomine Sixti V. successit, suffultus. v. GREGOR. LETI in V. ei. L. V. ad a. 1582.) nouum eidem calendarii correcti specimen obtulerat. Huius enim examen a peculiari Cardinalium, quibus uiri astronomiae periti adiuncti fuerant, congregatione, praeside Montalto, fieri pontifex mandauerat, eoque peracto, insecutoque summorum principum, religioni pontificiae addictorum, consensu, sequenti modo pontifex ueterem calendarii formam corrigendam esse statuit.

1. Assumebatur anni solaris quantitas Alphonsina 365 d. 5 h. 49'. 16". qua posita, excessus anni Iuliani erat 10'. 44". ob quem intra 134 annos uno die, intra triplum uero spatium annorum 402, tribus diebus, aequinoctium uernale a prisco termino XXI Martii uersus principium mensis debet retrocedere. unde concludebatur, quod intra annos 1275, quibus a tempore Concilii Nicaeni a. 325, principium seculi XVII, siue a. C. 1600, differt, usus anni iuliani errorem produxerit 9 d. $\frac{225}{400}$, siue X fere dierum. quapropter decretum fuit, ut a. 1582 ex mense octobri dies X eiicerentur, et in locum quinti, dies decimus quintus succederet.

2. Sic reuocato ad d. XXI Martii aequinoctio

ctio uerno, ut circa eundem prope diem in posterum retineri posset, cautum est, ut in ea spatium annorum 400, tres dies intercalares omitterentur, ex illis nempe annis secularibus, quorum primi numeri non possunt diuidi per 4. ergo omittenda est intercalatio a. 1700. 1800. 1900. seruatur uero eadem anno 2000.

3. Correctio anni lunaris maioris res operae uidebatur. Quoniam autem cyclos perfaciles, sed emendatos, modumque iis utendi antiquum, retinere cupiebat pontifex, placuit epactas Lilii ad calendarium nouum conformare. Ideoque decretum fuit, ut lunae phases, quae alioquin, ob rationes antea memoratas, a limitibus suis intra $312\frac{1}{2}$ annos uno die erant recessurae, in posterum mutatione cycli epactarum ad eosdem reuocentur. quod quidem quomodo efficiatur, copiose, compositisque pluribus tabulis, declarat CLAVIVS in apologia calendarii Gregor. contra Maestlinum Lib. II. et in opere maiore de Calendario Gregoriano. C. X. sq. Romae. 1603. f.

CONSECTARIVM I.

LIII. Exemptis ex mense octobri a. 1582 diebus X, turbabatur ordo literarum dominicalium, et nouus propterea cyclus solis erat componendus, qui ab a. 1600. ad a. 1700 ualeret. Nam a. 1582. qui respondet anno XXIII. in cyclo solis, litera dominicalis erat G, et primus octobris erat dies lunae. septimus uero erat dominicus. demtis X diebus, succedebat dies decimus

cimus septimus, in locum septimi, una cum litera dominicali C, quemadmodum ex serie dierum illius mensis inspecta apparet:

October a. 1582.

a	b	c	d	e	f	G	a	b	c	d	e
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
☽	♂	☿	♃	♀	♄	☉	☽	♂	☿	♃	♀
f	G	a	b	C	d	e	f	g			
13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.			
♄	☉	☽	♂	☿	♃	♀	♄	☉			

itaque pro seculo XVII concinnandus erat cyclus solis, initium capiens a litera dominicali C.

CONSECTARIUM II.

LIV. Sed denuo eiecto die ex anno 1700, nouus iterum cyclus solis requirebatur, qui seculo XVIII inseruiret, cuius forma sequens est.

Cyclus Solis Gregor. ab A. 1700–1800.

Cycl.	Lit. Domin.	Cycl.	Lit. Domin.
1	D.C	15	G
2	B	16	F
3	A	17	E D
4	G	18	C
5	F.E	19	B
6	D	20	A
7	C	21	G.F
8	B	22	E
9	A.G	23	D
10	F	24	C
11	E	25	B.A
11	D	26	G
13	C.B	27	F
14	A	28	E

Cyclus Lunae Gregorianus ab A. 1700 – 1800.

Num. aur.	Epact.	Term. Pasch.	Lit. ch.
1	O	13 April.	E
2	XI	2 April.	A
3	XXII	22 Mart.	D
4	III	10 April.	B
5	XIV	30 Mart.	E
6	XXV	18 April.	C
7	VI	7 April.	F
8	XVII	27 Mart.	B
9	XXIIX	15 April.	G
10	IX	4 April.	C
11	XX	24 Mart.	F
12	I	12 April.	D
13	XII	1 April.	G
14	XXIII	21 Mart.	C
15	IV	9 April.	A
16	XV	29 Mart.	D
17	XXVI	17 April.	B
18	VII	6 April.	E
19	XIIX	26 Mart.	A

CONSECTARIVM III.

LV. Quia cycli hi prorſus accommodati ſunt legibus, ſecundum quas, in ueteri calendario, numerus aureus cum termino paſchali, et cyclus ſolis, cum litera dominicali adiecta, reperiuntur, (§. 47. 48) ideo, quae de his inueniendis, in ueteris calendarii explicatione, dicta ſunt, huc repetenda ueniunt.

CONSECTARIVM IV.

LVI. Sed cum terminis paſchalibus, in cyclo

clo lunae Gregoriano, etiam epactae adſcriptae ſint, harum ope aetas lunae ſub anni initium, (§. 24) non ſolum cognoſcitur, ſed etiam lunae phaſes per ſingulos menſes earundem adiumento epactarum quodammodo conſtitui poſſunt. *e. g. a. 1735 epacta gregor. eſt 6. ergo circa d. 8. Ian. plenilunium. et additis 15, circa d. 23. Ian. nouilunium continget.*

CONSECTARIVM V.

LVII. Ceterum facilis eſt ueteris et noui calendarii comparatio, ſi conſtet, quot dies fuerint ex ueteri calendario exemti. noſtro ſeculo quia eliminati ſunt dies XI, ideo ad numerum dierum ſtyli ueteris addantur XI, et prodeunt dies calend. gregoriani. uiciſſim a numero dierum ſtyli noui deme XI, et remanent dies ſecundum ſtylum ueterem computati.

PROBLEMA XIV.

LVIII. *Calendarium Gregorianum componere.*

Reſolutio. 1. Inquiratur, utrum annus Chriſti datus ſit biſſextilis. (§. 29)

2. Dies anni diſtribuantur in menſes. (§. 27)

3. Quaeratur numerus cycli ſolis (§. 48) et ex tabula literar. domin. quae praeſenti ſeculo competit, (§. 54) excerpatur litera dominicalis illius anni, et ope eiusdem dies in hebdomades diſtribuantur.

4. Inueſtigetur porro numerus aureus, (§. 47.) et huic competens epacta, cum termino

pa-

paschali et lit. characteristica, ex tabula cycli lunae, quae hoc seculo ualet, (§. 54) excerpatur.

5. Beneficio termini paschalis constituatur pascha, ordinentur feriae mobiles, quae inde dependent, addantur etiam feriae immobiles, cum reliquis, quae ad calendarii compositionem necessaria esse supra (§. 50) dixi.

CONSECTARIVM.

LIX. Calendarium Gregorianum, quia cyclis nititur, et differentiam temporis ciuilis et astronomici ad integrum diem et amplius augeri patitur, non posse omnis uitii immune pronuntiari, ipsi eiusdem conditores lubentissime confitentur. v. CLAV. adu. Maestlin. p. 322. Interim tamen temporum rationi sic consultum est, ut, legibus eiusdem in posterum rite obseruatis, errores tam enormes, quales uetus calendarium contraxerat, nunquam sint metuendi.

SCHOLION.

LX. *Contra emendationem Gregorianam scripserunt, MICH. MAESTLINVS in exam. C. G. IOS. SCALIGER in elencho anni Liliani. ed. cum Hippolyti Canone Paschali. SETH. CALVIS. d. error. C. G. F. VIETA in relat. Cal. uere Gregor. defenderunt idem CLAVIVS in apol. c. Maestl. et in pecul. respons. contra Scalig. cui add. DION. PETAVIVS L. V. D. T. PAVL GVLDINVS in refutat. elenchi Caluis. contra Vietam disputat Clauius in opere de Cal. Gregor. c. XXIV. p. 566.*

PROBLEMA XV.

LXI. *Calendarii emendati Protestantium leges explicare.*

Re-

Resolutio. Status Germaniae Protestantes, ab a. 1582 usque ad a. 1700 calend. iulianum retinuerunt. Huius uero seculi sub initium, negotio diligentissime in comitiis imperii expenso, ut incommodis, quae calendarii diuersitas in Germania passim creauerat, obuiam irent, d. 23. Sept. a. 1699. Ratisbonae unanimi consensu decreuerunt; 1. Vt dies superflui XI. a. 1700. post diem 18 Februarii eiicerentur. 2. Vt calculus paschalis in posterum nec Dionysiano nec Gregoriano computo accommodetur, sed ut aequinoctium uernum, et plenilunium paschale calculo astronomico inuestigentur. 3. Vt nomen *calendarii emendati* (Verbesserter Calender) eidem tribueretur. 4. Vt mathematici uitent in posterum astrologiae iudiciariae abusum. v. VENER. KLAVSINGII Tr. d. optima temp. emend. Placuit idem decretum Regi Daniae, et Rebuspubl. Foederati Belgii et Heluetiorum. Calendarium uero uetus Iulianum seruant adhuc Angli et Sueci.

CONSECTARIVM.

LXII. Sicuti autem ex his legibus, quomodo componi emendatum nostrum calendarium debeat, palam est, ita et illud inde manifesto elucet, quod talis forma temporum tum decreto concilii Nicaeni maxime consentanea sit, tum uel maxime deceat aetatem nostram studiis mathematum, praesertim astronomiae, florentissimam; item quod illius beneficio consensus cum calendario Gregoriano tamdiu ob-

tinetaur, quamdiu illud circa celebrationem festiuitatis paschalis notabiliter non aberrat. *uide sis diss. m. de dissensu emendatae temp. form. a Calend. Greg. a. 1724.*

CAPVT III.

De ANNO IVDAICO, AEGYPTIACO, GRAECO, TVRCICO, PERSICO.

DEFINITIO XX.

LXIII. *Annus iudaicus* hodiernus est lunae solaris. constat ordinarie mensibus XII lunaribus, alternatim plenis 30, et cauis 29 dierum, quorum nomina sunt; *Tisri* 30, *Marchesuan* 29, *Casleu* 30, *Thebet* 29, *Schebat* 30, *Adar* 29, *Nisan* 30, *Iiar* 29, *Siuan* 30, *Tammutz* 29, *Ab* 30, *Elul* 29 dierum. His accedit quandoque decimus tertius *Veadar* 30 dierum, embolimaeus, post primum Adar inserendus. Incipiunt menses a neomenia, quam olim a prima lunae phasi duxisse perhibentur, (testimonia iudaeor. collegit Langius de annis Chr. I. 9. p. 111.) alii uero censent, iudaeos ueteres, tantum calculi sui examinandi causa obseruationem primae falcis fecisse. STRAVCH. p. 51. Differentiam anni solaris, quando integrum men-

mensem 30 d. producit, addunt, intercalationem autem instituunt secundum regulam Gamalielis: post annos *tres*, *tres*, *duos*, *tres*, *tres*, *tres*, *duos*, componunt calendarium adiumento cyclorum, quos pro neomeniis tisri, et tekuphis, siue quatuor anni quadrantibus, inueniendis sequiore aeuo condiderunt. *Langius* p. 123. Anni principium duplex habent. *annus ciuilis* incipit cum neomenia Tisri, quae semper haeret circa aequinoctium auctumnale, quod modo praecedit, modo sequitur, prout cyclorum ratio exigit. *anni ecclesiastici* initium fit a neomenia nisan, quae modo praecedit, modo sequitur aequinoctium uernale. De calendario iudaeorum pluribus exponunt RICCIOL. C.R. c.14. IVL. BARTOLOCCIVS Biblioth. Rabbin. T. II. p. 392. GVLDINVS contra Caluis. L. V. c. 11. sq. de anno ciuili ueterum Hebr. tr. pecul. ed. I. SELDEN. Lugd. B. 1683. 8.

SCHOLION.

LXIV. *Sinensium quoque annus ut iudaeorum lunae solaris est, XII. uel XIII mensibus absolutus, quotannis calendarium nouum uulgatur solemni caerimonia, in quo motus et adspectus planetarum, et solis ac lunae eclipses annotantur. illi componendo plus quam centum docti uiri insudant. hodie antiqui eius errores ab europaeis correcti sunt. v. L. LE COMTE Nouu. mem. de la Chine. T. 2. p. 76. I. A. SCHALL historia expedit. Christianae ap. Chinenses. c. 2. sq.*

DEFINITIO XXI.

LXV. *Annus Aegyptiacus*, siue *Nabonassa-*

ναβονασσάρεως, uocatur ſyſtema 365 dierum, quo ante imperium Auguſti Aegyptii multis retro ſeculis uſi ſunt, qui etſi uagus et minime commendabilis ſit, tamen memorandus hic eſt, quia Ptolemaeus aſtronomus eodem utitur. menſes XII ſunt: *Thot*, *Paophi*, *Athyr*, *Choiak*, *Tybi*, *Mechir*, *Phamenoth*, *Pharmudi*, *Pachon*, *Pauni*, *Epiphi*, *Meſori*, ſinguli 30 dierum, quibus in fine quinque *ἐπαγόμεναι* adiiciuntur.

CONSECTARIVM.

LXVI. Hic annus, quia quadrante diei anno Iuliano minor eſt, ſingulis quadrienniis uno die deficit, et intra 365. 4 = 1460 annos illius principium per omnes anni Iuliani tempeſtates uagatur. Hanc periodum uocarunt *annum magnum canicularem*, quia ex ortu ſirii ſiue caniculae (quam tanquam cauſam inundationis Nili Aegyptii inprimis colebant) obſeruabatur, eſſe quadriennium iuſto minus uno die. PLIN. lib. 2. c. 47. et HORVS APOLLO Lib. 2. c. 89. Fuiſſe autem antiquitus annum quoque Iulianum in Aegypto frequentatum, teſtis eſt HORVS APOLLO L. I. c. 5. conf. LANGIVS I. 16. CENSORINVS Cap. 16. etiam luſtrum ſiue quadriennium annum magnum Aegyptios nominaſſe perhibet. add. VOSSIVS de orig. idol. L. 1. c. 28.

DEFINITIO XXII.

LXVII. *Anni Graecorum* forma, poſt Olympiades receptas, lunae ſolaris fuit, ordinarie

dinarie XII mensibus lunaribus constabat, quibus decimus tertius intercalaris, ubi opus erat, adiiciebatur. initium eius capiebatur a neomenia solstitio aestiuo proxima. *sed de ordine mensium uarie disceptatur, quia nemo ex antiquis Graeciae scriptoribus annum illum clarius descripsit. quin nec eadem olim calendarii forma in diuersis graeciae ciuitatibus in usu fuit: initia quoque anni et mensium nomina uarie discrepabant. v. VSSERII diss. de Macedonum et Asianorum anno solari. conf. LANGIVS l. 14. RICCIOLVS l. 19. MARSHAM* Sec. XIIX. p. 653.

DEFINITIO XXIII.

LXVIII. De *anno Turcico* iam supra notaui, (§. 21) eum mere lunarem esse, qui alternis XII mensibus, plenis 30, et cauis 29 dierum, componitur. Mensium nomina sunt, *Muharram* 30, *Safar* 29, *Rabia prior* 30, *Rabia posterior* 29, *Giumeda* uel *Zomada prior* 30, *Zomada posterior* 29, *Raiab* 30, *Saaban* 29, *Ramadan* 30, *Schawal* 29, *Dulkaadah* 30, *Dulheggiah* comm. 29. embol. 30. v. VLVGH-BEIG de epochis p. 10. edit, IO. GRAVII Lond. 1650. 4.

DEFINITIO XXIV.

LXIX. *Persae*, etsi cum Turcis, pro ritibus superstitionis suae ordinandis, annum lunarem adhibeant, tamen sub imperio Sultanis Gelal, uel Iellal Eddin, inde a seculo undecimo, nempe a d. 5. mensis Saaban, ann.

Hegirae 468, uel secundum alios, a d. 10. Ramadan Hegir. a. 471. receperunt una *annum ciuilem solarem*, quem *naurus* uocant, et quo aetates suas metiuntur. cuius descriptio, quia elegantia singulari se commendat, hic praetermitti non debet. Scilicet annum uerum solarem definiunt 365 d. 5 h. 48 m. 53 s. cuius discrimen a iuliano est 11′. 7″. quo posito, intra 31 annos iulianos, totam appendicem anni solaris ultra dies, nempe 5 h. 48′. 53″, propter excessum anni iuliani supra uerum solarem, intercalari deprehenderunt, itaque annum quidem iulianum, ob intercalationis commoditatem seruant, et ordinarie septem uicibus, quolibet anno quarto, et postea semel anno quinto intercalarem diem addunt, ut commissum anno iuliano errorem mox iterum tollant. annum auspicantur a meridie illius diei, quo sol ingressus est principium arietis, menses eorum sunt 30 dierum, ut ingressus solis in signa sequentia semper prope mensium initia haereat. in fine dies 5 ultra 360 addunt. Nomina mensium sunt. 1. *Fervardin*. 2. *Ardababest*. 3. *Chordad*. 4. *Tir*. 5. *Mordad*. 6. *Shahrivar*. 7. *Meher*. 8. *Aban*. 9. *Adar*. 10. *Di*. 11. *Behmann*. 12. *Esfandarmod*. v. VLVGHBEIG. c. 5. p. 38. AD. OLEARII Itinerar. pers. p. 440. 627. SANSON etat present de Perse. p. 264.

CA-

CAPVT IV.

DE EPOCHIS CELEBRIORIBVS.

DEFINITIO XXV.

LXX. *Epocha* (ab ἐπέχειν, inhibere, subsistere, nominata) siue *Aera*, in chronologia notat terminum aliquem solennem, unde, tanquam a principio, plures anni porro uel retro numerantur.

DEFINITIO XXVI.

LXXI. Harum epocharum demonstratio, ut ex claris principiis petatur, utuntur chronologi *characteribus* siue *characterismis*, qui sunt indices temporum certi, quibus epochae alicuius constitutio uel definitio absoluitur. Adhibentur autem characteres trium generum: *historici*, quales testimonia auctorum fide dignorum subministrant. *astronomici*, quando cum tempore definiendo, coelestium motuum momenta, ueluti eclipses solis et lunae etc. concurrunt. *chronologici*, siue cycli uarii, qui ab artificibus, pro accurata temporum ratione ineunda, inuenti sunt. Inprimis cycli lunae, (§. 39) solis (§. 46) et indictionum, qui ad distinguendos annos aerae christianae potissimum adhibentur.

DEFINITIO XXVII.

LXXII. Quia *cycli indictionum* iam feci mentionem, de eodem hic notandum est, quod sit spatium annorum quindecim iulianorum, perpetuo in se rediens, cuius initium, reductum ad aeram christianam, hanc tribus annis anteuertit.

CONSECTARIVM.

LXXIII. Itaque additis tribus, ad annos Christi datos, si summa diuidatur per 15, residuus numerus indicabit, quotus annus Christi sit in cyclo indictionum. Si nihil supersit, fluit annus cycli ultimus decimus quintus. *Origo huius cycli perobscura est; de qua pluribus agunt PETAV. XI. 40. STRAVCH II. 7. I. GOTHOFR. in prolegom. Cod. Theod. MABILLON de re diplomatica. p. 178. 376.*

PROBLEMA XVI.

LXXIV. *Quibus characteribus epocha orbis conditi demonstretur, explicare.*

Resolutio. Colligantur ex codice sacrarum literarum V. T. hebraico interualla annorum, 1) qui in genealogia patriarcharum, inde a condito orbe usque ad diluuium, memorantur Gen. V. VII. tum 2) addantur anni, qui a diluuio ad Abrahami natiuitatem, Gen. IX. 11. et 3) uocationem eiusdem, Gen. XII. 4. inde 4) ad exitum Israelitarum ex Aegypto, elapsi sunt; Exod. XII. 40. Gal. III. 17. Porro 5) sequatur spatium temporis, quod ad exstructionem templi Salomonis, I. Reg. VI. 1. et rursus

6)

6) hinc ad Iorobeamum, I. Reg. XI. 42, et 7) a Iorobeamo ad excidium templi Salomonis, Ezech. IV. 5, computatur. His ſi adiiciantur reliqui 8) anni captiuitatis Iſraelitarum, Ier. XXIX. 10. conf. Ezech. XXXIII. 21. et ſequens ſpatium 9) usque ad annum ſecundum Darii Nothi (unde LXX hebdomades Danielis exordium capiunt) ex ſcriptoribus profanis ſuppleatur, ipſaque 10) ſumma LXX hebdomadum annalium, Dan. IX. addatur, prodibit numerus annorum 4018, qui a condito orbe ad excidium templi poſterioris praeterierunt et detractis annis 69, elapſis ab exordio aerae Chriſt. usque ad templi ſecundi finem, reſtant anni 3949 a mundo creato usque ad aerae Chriſtianae principium numerandi.

Horum interuallorum decem numeri ſunt ſequentes

	Anni
1. a condito mundo ad diluu.	1656
2. ad natiuit. Abrahami	292
3. ad uocationem eiusdem	75
4. ad exitum ex Aegypto	430
5. ad extruct. templi Salomon.	480
6. ad Iorobeam	36
7. ad excid. templi Salom.	390
8. ad ſolutionem captiuit. Babyl.	59
9. a Cyro ad a 2 Darii Nothi.	110
10. ad excid. templi poſterioris.	490
conf. STRAVCH. Lib. IV.	4018

CONSECTARIVM.

LXXV. Etſi autem hic annorum, a condi-

to mundo usque ad destructum templum posterius elapsorum, numerus recte ex testimoniis ante laudatis colligatur, tamen pro absoluto et perfecto uenditari non debet; quia 1) de mense et die, quo mundus coepit, non constat; 2) et qualis forma annorum ante diluuium in usu fuerit, non omnino certum est: (interim collatis locis Gen. VII. 11. VIII. 3. 4. probabile redditur, annos solares, uel saltem 360 dier. ante diluuium iam fuisse receptos.) tum etiam, quia in genealogia patriarcharum anni tantum rotunde numerantur, et mensis et dies omittitur. v. PETAV. IX. 6.

SCHOLION.

LXXVI. *Verum, si loco codicis hebraei consulatur graecus, magnum in his interuallis discrimen deprehenditur. Plerumque enim ab interprete graeco in genealogia patriarcharum ante et post diluuium centum anni singulis generationibus adduntur, et post diluuium ab eodem noua inseritur generatio integra Cainanis, geniti ab Arphaxad, quae in Hebraico textu deest. Gen. XI. 12. ita ut a principio mundi usque ad natum Abrahamum* 1486 *anni accedant. Cui sententiae propemodum suffragantur IOSEPHVS, antiqu. iud.* I. 4. *OROSIVS histor. I. 1. et ipsa ecclesiae graecae chronologia. ex recentioribus eandem defenderunt ISAACVS VOSSIVS in diss. de 70 interpretum chronologia. Hagae.* 1661. 4. *Brianus Walton in prolegom. Bibl. polygl. et nouissime Whistonus. Vossii autem argumenta exigui sane ponderis, confutarunt ex instituto G. HORNIVS, CHR. SCHOTANVS, ANT. HVLSIVS. de qua lite in lectionibus uberius disserendi occasio dabitur. AVGVSTINVS* d. Ciu. D. XV. 13. *pridem annotauit, similitudinem mendositatis in graeca uersione non casum redolere sed industriam, eo uideri erro-*

rem

rem tribuendum esse scriptori, qui de bibliotheca Ptolemaei codicem graecum describendum prius accepit.

PROBLEMA XVII.

LXXVII. *Explicare characteres et definitionem epochae Christianae.*

Resolutio. 1. Testatur Lucas, III. 1. 23. baptizatum fuisse Iesum sospitatorem, cum esset ὡσεὶ ἐτῶν τριάκοντα ἀρχόμενος, siue *cum ingressus esset annum aetatis tricesimum*, (*) idque temporis momentum in annum XV Tiberii refert. Principium autem imperii Tiberii confirmatur characterismo eclipsis lunae quae anno iul. 59 d. 28. Sept. h. 3. mat. quadragesimo die post mortem Augusti, cui mox mense Augusto Tiberius successit, accidit. *Tacit.* I. Ann. 28.

2. Deinde uetus est in ecclesia christiana traditio, secundum quam Iesus Christus creditur natus d. XXV. Decembris, uid. AVGVSTIN. d. Trinit. IV. 5. CHRYSOSTOM. homil. de natiuit. Dni. p. 468. edit. Front. Ducaei. et baptizatus d. VI. Ianuarii. et adhuc uterque dies recolendae nati et baptizati Seruatoris memoriae sacer est. v. VOSSII diss. d. natali anno Christi. Part. 2.

3. Qua-

(*) Iustinus, Origenes *aliique tam antiqui quam recentiores interpretes uocabulum* ἀρχόμενος *non referunt ad aetatem, sed ad ministerium Christi. adeoque fere expleto anno XXX Seruatorem baptizatum esse contendunt. v. G. I. VOSSII Diss. de anno Christi natali Part. 1. n. 38. sq.*

3. Quapropter, si ad annum Iul. 59, quo regnare coepit Tiberius, addantur anni 15, summa docet, baptismum Christi factum fuisse a. Iul. 74. d. VI. Ianuarii. quo tempore natus erat annos 29 et dies 12. et anno Iul. praecedente 73. a. d. XXV. Decembr. impleuerat idem annum aetatis 29. hoc numero a 73 detracto, restat annus Iulianus 44, quo d. XXV. Decembris, Christus natus fuit.

CONSECTARIVM.

LXXVIII. Secundum uulgarem aeram, natiuitas Christi incidit in d. 25 Dec. ann. Iul. 45. adeoque, si iam dicta probentur, deficit illa anno uno a uero epochae principio. Huc comparandi sunt libri II WILH. LANGII d. annis Christi.

SCHOLION.

LXXIX. *Ceterum nullum est dubium, Dionysium Exig. circa a. 527, quo cyclum paschalem edidit, annos a nato Christo, primum coepisse numerare, cum antea partim ab V. C. partim a Coss. partim a Diocletiano, partim denique ab indictione, annos suos ueteres denominarint. Sed an illa, quam hodie seruamus, aera, a Dionysio fuerit proposita, non liquet. Multi Bedam, qui a. 720 floruit, illius auctorem laudare malunt. LANG. I. 1. Illud certum est, serius hanc aeram christianam in literis tam principum, quam priuatorum fuisse adhibitam. I. MABILLON. d. R. D. II. 28. monuit, eam in scriptis priuatorum in Italia et Gallia uix ante seculi IX medium occurrere, in diplomatibus pontificum non legitur ante medium sec. XI. In regum diplomatibus quando recepta fuerit, disputatur. in illis nempe, quae res ecclesiae spectant, a Carolo M. et eius successoribus quandoque adscribitur, in aliis uero, quae ciuilia negotia continent,*

nent, serius obuia est. conf. CONRING *censur. dipl. Lindau. c.* 17. *HAMBERGERI et IANI diss. d. epocha Christiana.*

PROBLEMA XVIII.

LXXX. *Epochas alias celebriores cum annis aerae Christianae copulare.*

Resolutio. 1. *Epochae iudaicae uulgaris* principium refertur ad d. VII. Octobris anni Iul. 3761 ante aeram Christianam. sed, quo auctore haec epocha iudaeis fuerit persuasa, non constat.

2. *Epocha mundi Graecorum*, siue illa, qua ecclesia graeca utitur, retro ab exordio aerae Christ. distat annis iul. 5508, et 4 mensibus, prope accedit ad numeros codicis graeci, unde etiam desumta primum uidetur.

3. *Epocha olympiadica* incipit a nouilunio, quod ante aestiuum solstitium proxime accidit, anno ante C. N. 776. circa d. VIII. Iulii. nam plenilunio post illud solstitium proxime sequente, d. XXII Iulii, celebratus fuit primus agon Iphiti. est postea quolibet quadriennio exacto ludi olympici in plenilunio, quod aestatis principium insequebatur, repetebantur. atque inde ab illo primo certamine Iphiti graeci per olympiades et harum annos tempora numerarunt. RICCIOL. C. R. III. 2.

4. *Vrbis Romae conditae epocha* coepit anno ante C. N. 752. d. 21. April. secundum fastos capitolinos. sed secundum Varronem annus primus V. C. cadit in ann. a. C. N. 753. PETAV. III. 2.

5. *Na-*

5. *Nabonassarea* incipit d. XXVI. Febr. anni ante C. N. 747. PETAV. III. 3.

6. *Iuliana* incipit ann. ante C. N. 45. quo Iulius Caesar calendarium Rom. emendauit. (§. 27) RICCOL. IV. 3.

7. *Diocletiana* siue *Martyrum*, qua hodienum Aethiopes utuntur, pertinet ad d. XXXI. Aug. anno Chr. 248.

8. *Turcica* S. *Hegirae* iniit ab a. Chr. 622. XVI. Iulii. quo Muhamed Mecha expulsus fuit. PETAV. IV. 15.

9. *Persica* s. *Iesdegerdica*, ab imprio Iesdegerdi, secundum Ulugbeighium refertur ad a. Chr. 635. XVI. Iunii. Hodie in Persia abiit in desuetudinem, teste OLEARIO itin. Pers. p. 628. et praeter Hegiram a Persis hodie adhibetur *Gelalea*, ob emendatum sub Gelale calendarium, (§. 69) haec coepit d. XIV. Martii A. C. 1079.

CONSECTARIVM.

LXXXI. Comparatio annorum epocharum modo laudatarum cum annis aerae Christianae facilis est, si in epocha aliqua anni iuliani numerentur. in reliquis ratio differentiae a forma iuliana haberi debet. extant etiam passim apud chronologos tabulae, quibus labor ille facilitatur. v. *Ricciol.* Lib. VI. sigillatim, pro turcica epocha copulanda cum nostrate, notandum, annos iulianos 521 producere 537 arabicos uel turcicos.

SCHO-

SCHOLION.

LXXXII. *Ceterum de iisdem, quas modo memoraui, epochis nulla inter chronologos notabilis dissensio est, Petau. rationar. P. II. p. 51. Sed de aliis constituendis inter illos non omnino conuenit. Superaddam praecipuarum principia, prouti eadem diligentius examinauit RICCIOLVS, L. II. Troiae excidium refert ad ann. ante C. N. 1184. (nam cum Solino c. 2. numerat annos 408 ab excidio Ilii ad olympiadem primam, cum quo et CENSORINVS fere consentit. c. 21. MARSHAM Can. Sec. XII. p. 328. auctoritate marmor Oxon. annum ante C. N. 1209 praefert. aliis placet annus ante C. N. 1400. NEWTON Troiam captam promouet ad ann. ante C. N. 900. comparatis solstitiorum et aequinoctiorum uetustis obseruationibus. v. VOLTAIRE lettres sur les anglois. ep. 17. p. 152.) captiuitatem Iud. Babyl. ad ann. a. C. N. 605. Darii Hystaspidis initium regni ad a. 522. ante C. N. Xerxis transitum in Graeciam ad ann. a. C. N. 480. mors Alexandri contigit ante C. N. a. 323. Punicum bellum primum gestum est ann. 264. ante C. N. Augusti aera Hispanica copulatur cum ann. 38. ante C. N. mitto aeras alias minus celebres. conf. PETAV. l. c.*

DEFINITIO XXVIII.

LXXXIII. *Periodus iuliana* est interuallum 7980 annorum iulianorum, ex cyclis, lunae 19, solis 28 et indictionum 15, in se multiplicatis, factum: quod IOSEPHVS SCALIGER d. emend. temp. L. V. p. 337. pro epochis diuersis inter se melius componendis usum habere posse putauit.

CONSECTARIVM.

LXXXIV. Fuit ergo annus primus P. I. is, cum quo tres cycli incipiebant. et nullus annus P. I. praeter primum, ante totius interual-

li finem, eosdem trium cyclorum numeros habet. quod a posteriore exemplis potest declarari. quamobrem diuiso quolibet numero annorum P. I. dato, per cyclicos numeros 19. 28. 15. residuum monstrat, quales cycli lunae, solis et indictionum, eidem anno P. I. respondeant. si nihil remanet, ipse diuisor est numerus cycli quaesitus.

SCHOLION.

LXXXV. *Sed quomodo uicissim ex datis cyclis, indagari possit respondens annus Per. Iul., docent passim chronologi. facillima regula est, quam demonstrant WOLFIVS Elem. Chronol. §. 181. et KEILL introd. ad astron. p. 467. datus nempe annus cycli lunae multiplicetur per 4200, solis per 4845, indictionum per 6916, facta addantur, et summa diuidatur per 7980, residuum indicabit annum Periodi Iulianae. ita deprehenditur, annum Christi primum, qui habet cyclum lunae 2, solis 10, indictionum 4, concurrere cum ann. 4714. P. I. et ante aeram Chr. elapsi sunt 4713 anni P. I. atque ope huius summae expedite reperiuntur anni P. I. qui respondent annis ante et p. C. N. numeratis. Ceterum haec periodus technica etiam PETAVIO, aduersario Scaligeri, perplacuit. D. T. Lib. IX. c. 1. Sed cum anni aerae Christianae ante et post C. N. similibus cyclis, tanquam characteribus, distinguantur, et nobis sint notiores, ut propterea copulatio annorum aliarum epocharum cum annis ante et p. C. N. clarior et distinctior euadat; doctissimi hodie uiri censent, chronologiam ficto illo annorum circulo facile carere posse. v. RICCIOL. L. 29. Alm. L. IV. p. 241.*

GNO-

GNOMONICA.

CAPVT I.

DE HOROLOGIIS REGVLARIBVS.

DEFINITIO I.

I. *Horologium Sciathericum* uocatur figura, in qua umbra ſtyli uel indicis, (γνώμονος) a ſole uel luna illuminati, horas diei uel noctis deſignat. eſt uel *regulare*, quod recta in unam ex cardinalibus mundi plagis uertitur, uel *irregulare*, quod deſcribitur in ſuperficie, quae a cardinalibus plagis declinat.

DEFINITIO II.

II. *Gnomonica* eſt ars horologia eiuſmodi ſolaria uel lunaria accurate delineandi.

SCHOLION.

III. *Veteres huius artis initia modo ad Anaximandrum, LAERT. L. II. modo ad Anaximenem, eius diſcipulum, quorum uterque ſexto ante C. N. ſeculo floruit, referunt. PLIN. H. N. II. 78. Verum ſacrae literae nos docent, minimum ducentis annis horographiam antiquiorem eſſe, ſiquidem II. Reg. XX. 11. horologium Achazi diſerte memoratur. inter recentiores, germani prae ceteris gnomonicam excoluerunt, quod diffuſa CLAVII, KIRCHERI et WELPERI opera abunde teſtantur. cum Welpero commentariis I. C. STVRMII, et ſupplementum DOPPEL-*

MAYERI, *de horologiis maioribus omnino conferri debet. Norimb.* 1708. 1719 *f. commendandum quoque est tironibus compendium horologiographiae, quod* STVRMIVS *Tom. II. math. iuuen. p.* 657. *inseruit.*

DEFINITIO III.

IV. Horologia solaria in classes sequentes distribuuntur. *aequinoctiale* est, cuius planum est circulo aequatoris parallelum, siue quod supra horizontem tantundem, quantum aequator eleuatur. *horizontale*, quod delineatur in plano horizontali. *uerticale*, quod in plano uerticali describitur. idque est uel *meridionale*, in plano uerticali meridionali, uel *septentrionale*, in plano uerticali septentrionali, delineandum, item uel *orientale* et *occidentale*, quando paries uerticalis horologii ortum uel occasum spectat. *polare* est, cuius superficies uersus polum dirigitur, ideoque supra horizontem, secundum magnitudinem anguli eleuationis poli, attollitur.

CONSECTARIVM.

V. Illud generatim ex allatis definitionibus liquet, quod gnomonica tota pendeat a principiis astronomiae. siquidem horologium descripturus non solum solis et lunae motum nosse, sed etiam artificia callere debet, quibus situs plagarum cardinalium, tum etiam eleuatio poli et aequatoris reperiuntur. (§. 34. sq. et 92. 94. astr. sphaer.)

THE-

THEOREMA.

VI. *Vmbra styli, qui, situ aequidistante ad axem mundi, e centro circuli, paralleli ad aequatorem, perpendiculariter in terrae superficie erigitur, circuli circumscripti peripheriam ita partitur, quemadmodum sol motu communi diuidit suum circulum diurnum.*

Demonstratio. Si axis mundi, qui per centrum motus solis in utrumque polum dirigitur, (§. 18. sph.) solidus foret, et eum ambiret circulus, in horas XXIV diuisus, ad solem qui motu communi siue diurno uiam aequatori parallelam perambulat, (§. 22. ib.) axis mundi, illius luce collustratus, umbram in regionem directo oppositam (§. 34. opt.) proiecturus, simul et circulum circumductum sic partiturus erat, sicuti ipse sol motu suo, circulum suum diurnum distinguit. Potest autem loco axis mundi non solum axis terrae, sed etiam quilibet index uel stylus super terra situ ad axem terrae parallelo collocatus assumi, quia distantia centri terrae, uel cuiuslibet puncti in superficie terrae, a centro motus solis, ad ipsam distantiam solis longe maximam, proportionem perexiguam, et in horographia minime notabilem, ac prorsus contemnendam, habet. (§. 25. theor. §. 21. geogr.) Ergo umbra styli axi mundano paralleli praestat id, quod in theoremate fuit propositum. Q. E. D.

CONSECTARIUM.

VII. Si ſtylus totus non eſſet axi mundano parallelus, ſed tamen extremum illius punctum concurreret cum extremo indicis axi mundi uel terrae paralleli, illud punctum umbra ſua eadem puncta in plano horario deſignaret, quae extremum gnomonis totius monſtraturum erat.

SCHOLION.

VIII. *Vnicum illud theorema modo explicatum continet praecipuum totius horographiae fundamentum, ſed in applicatione eiusdem ad horologia diuerſa, et in demonſtratione rationis umbrarum, non eadem methodo ſcriptores utuntur. re diligenter expenſa, mihi illa gnomonicae explicatio omnium maxime perſpicua uidetur, ſi aequinoctiale planum circulare, in horaria interualla diuiſum, ſtyloque perpendiculari inſtructum, cum planis reliquorum horologiorum, polaris, horizontalis, uerticalis, meridionalis, item orientalis et occidentalis, rite componatur, et, pro nexu inter horologia regularia monſtrando, ſchemata eorum materialia, ex eodem fundamento delineata, adhibeantur. Hanc methodum ſeruare ſoleo in lectionibus, eidemque praeſentes demonſtrationes horographicas accommodare conabor.*

DEFINITIO IV.

F. I.) IX. *Triangulum fundamentale* eſt *trigonum rectangulare* ABC, quod praeter ſitum planorum, in quibus horologia regularia deſcribuntur, etiam angulos eleuationis poli et aequatoris, nec non magnitudinem ſtylorum et radiorum, quibus arcus horarii deſignantur, ob oculos ponit.

PROBLEMA I.

X. *Triangulum fundamentale delineare.*

Resolutio. 1. Semidiametro arbitrariae longitudinis DH, erigatur super recta HR semicirculus.

2. Ad centrum D applicetur transportatorium, et fiat angulus HDP aequalis eleuationi poli, ducaturque linea PDC.

3. Ex D erigatur super PC perpendicularis DQ, eaque ultra D uersus B continuetur.

4. Ex quocunque libet lineae PD puncto A, demittatur recta ad HR normalis, usque ad lineam BQ.

5. Denique ex B ducatur linea BC, parallela ad HR, et componetur triangulum fundamentale ABC quaesitum.

Demonstratio. Cum enim angulus HDP aequalis eleuationi poli, et alter ad G rectus sit, erit angulus GAD par eleuationi aequatoris. (§. 94. sphaer.) et rursus, quia angulus BCA = HDP (§. 72. geom.) et BDC rectus est, iterum angulus DBC referet eleuationem aequatoris. Quamobrem si HR horizontem, et HZR portionem meridiani, exhibeat, PH eleuationem poli, et QR eleuationem aequatoris, Z uero zenith exhibet. ideoque linea AB uerticale, BC horizontale, BD aequinoctiale, AC polare planum refert. simul et AC indicat situm stylorum sic erigendorum, ut uel sint axi mundano paralleli, uel saltem ut eorum punctum

extremum, pro parte talis gnomonis axi mundano paralleli haberi possit.

PROBLEMA II.

XI. *Horologium aequinoctiale componere.*

F. 2.) *Resolutio.* 1. Semidiametro DB describatur circulus, eiusque peripheria in 24 aequales partes diuidatur, et intra arcum ABC, qui sedecim interualla horaria continet, numeri horarum a 4 matutina ad 8 uespertinam, (pro nostro uel simili horizonte) eductis ex centro lineis adscribantur.

2. Haec figura in tabulam iustae magnitudinis, in utrumque eius latus, superius et inferius, ita tamen, ut contra sibi immineant, transferatur, in inferiore autem plano tantum spatia horaria XII, a sexta matutina ad sextam uespertinam annotentur.

3. Erigatur tabula supra horizontem, ut angulus cum horizonte interceptus, aequalis sit eleuationi poli, linea autem horae XII, in linea meridiana ponatur, et punctum horae XII in septentrionem uertatur.

4 Gnomon perpendicularis, arbitrariae longitudinis, (uel saltem aequalis semidiametro DB) super utroque plano e centro erigatur, et habebitur rite compositum horologium aequinoctiale.

Demonstratio. Nam planum huius horologii est aequatori parallelum, et stylus super eodem perpendicularis dirigitur uersus polum, et

et poteſt axis mundani uices gerere, (§. 6) ideoque umbra eius ad ſolem proiecta, eodem modo diſtinguet circulum circumſcriptum in partes aequales, quemadmodum ſol motu ſuo aequabili diurnum circulum in partes ſimiles partitur, (§. 6) quod dum fit, horae diei indicantur. (§. 7. chronol.) interim, quia ſol altero ſemeſtri infra aequatorem uerſatur, quo tempore tantum inferius planum colluſtrat, ea propter etiam ſuper hoc, eadem diuiſio ſemicirculi in XII horas aequales neceſſaria eſt.

CONSECTARIVM.

XII. Si ſuper tabula aequinoctiali, in inferiore et ſuperiore latere, horologium aequinoctiale mobile fiat, indice iuxta hor. XII inſtructum, eidemque circumſcribatur circulus immobilis, in partes aequas $29\frac{1}{2}$, §. 16. Chronol. (initio ab hora XII. facta, et partitione ſecundum ſeriem horarum p. m. 1. 2. 3. ſq continuata) diuiſus, et ſtylus perpendicularis e centro erigatur, ipſum uero planum eodem modo, uti aequinoctiale ſolare, ſupra horizontale planum collocetur, producitur horologium lunare. ſiquidem, nota aetate lunae ex ephemeridibus, promotoque dextrorſum orbe mobili, cui aequinoctiale inſcriptum eſt, donec index numerum dierum a nouilunio elapſorum attingat, umbra ad ſolem a gnomone proiecta, deſignabit horas noctis. quia quantum luna motu proprio diſceſſit ſiniſtrorſum a ſole, tantum etiam hora XII, cui index imminet, dextror-

ſum a linea meridiana dimouetur, ut lumen lunae vices radiorum ſolarium poſſit explere, id quod euidentius, monſtrato in praelectionibus tali horologio, declaratur. v. STVRM. l. c. c. 10.

PROBLEMA III.

F. 3.) XIII. *Horologium polare componere.*

Reſolutio. 1. Semidiametro aequinoctialis horologii BD, deſcribatur ſemicirculus DEC, eiusdemque quadrans alteruter DE in aequales partes ſex diuidatur;

2. Deinde ſuper extremitatibus diametri DC ponantur duae perpendiculares inde finitae inter ſe parallelae, MN, OR; quae ſunt duae tangentes ſemicirculi DEC.

3. Poſtea ex centro B ducantur per diuiſiones quadrantis DE rectae lineae ſex, usque ad tangentes, et interualla, quae in lineis DM et CR hoc modo deſignantur, transferantur in reliquas tangentium portiones DN, et CO.

4. Ex punctis interſectionum linearum MN, OR, ſic inuentis, transuerſales rectae fiant, iisdemque adſcribantur numeri horarii, uti figura docet.

5. Planum horologii erigatur ſecundum lineam eleuationis poli, et linea horae XII in meridiana, ſtylus autem perpendicularis ex centro B, aequalis ſemidiametro BD, ponatur, ita obtinebitur horologium polare deſideratum.

De-

Demonstratio. Patet ex schemate, lineas MN, OR, esse tangentes horologii aequinoctialis, quarum intersectiones, continuatis illius horariis lineis, reperiuntur. quapropter, si tale planum polare AC, ad perpendiculum applicetur ad planum aequinoctiale BDQ, ut tangat circulum horologii aequinoctialis, et ut lineae horae XII concurrant, huius stylus BD, aequalis semidiametro polaris, accurate imminebit centro horologii polaris. Sed dum sol collustrat horologium aequinoctiale, cui polare accommodatum est, umbra extremi puncti styli illius in horarias lineas huius continuata cadit, si ergo stylus semidiametro BD par, (§. 7.) in centro polaris B erigatur, is idem in horologio polari est praestiturus. quemadmodum rursus, adhibito schemate materiali, luculentius ostenditur. (F. 1,

CONSECTARIVM I.

XIV. Talis est compositio polaris meridionalis, sed septentrionale quoque requiritur, pro horis matutinis ante sextam, et uespertinis post sextam, indicandis, quia sol, dum per aestatem, supra aequatorem mouetur, (§. 49. sph.) mane et uesperi planum septentrionale adspicit. Verum pro illo delineando non alia re opus est, quam ut horariae MO, IK, et NR, LP, in planum polare oppositum septentrionale, seruata eadem a centro distantia, transferantur, et stylus similis illi plano in centro applicetur.

CONSECTARIVM II.

XV. Si loco ſtyli ſolitarii, duplex, ſi- (F. 4. milis cum BD altitudinis, in punctis D et C erigatur, et transuerſaria linea DD copuletur, haec umbra ſua, in transuerſarias polaris proiecta, horas ſignabit.

PROBLEMA IV.

XVI. *Horologium orientale componere.*

F. 5.) *Reſolutio.* 1. In plano uerticali, in orientem conuerſo, ducatur linea horizontalis H H; et ſuper eadem alia HO uerſus meridiem dirigatur, quae cum horizontali angulum H eleuationi aequatoris aequalem intercipit.

2. Erigatur HS, perpendicularis ad HO, et aequalis diametro horologii aequinoctialis, uel polaris, fiatque SR, parallela lineae HO.

3. In has parallelas, ex polari transferantur ſeptem ſpatia horaria ex M uerſus Q, (F. 3.) cum octo lineis horariis transuerſis.

4. His adſcribantur horae matutinae IV - - XI. et ſuper linea horae ſextae erigatur ſtylus ſolitarius, uel duplex, qui eandem, cum gnomone polaris, longitudinem et poſitionem habet, et erit facta horologii orientalis regularis compoſitio.

Demonſtratio. Applicata enim linea horologii orientalis OH, normali ad latus occidentale horol. aequinoctialis, ita ut concurrant lineae horae ſextae, quia utriusque horologii ſtylus aequalem habet altitudinem, concurret

utram-

utrumque illius extremum. quare cum latus O H ſit tangens aequinoctialis, (§. 13) umbra extremi puncti ſtyli perpendicularis (§. 7.) continuata ex X, attingit non modo lineam O H, ſed etiam reflectitur in lineam mediam Y Z, et horas in hac deſignat. Id quod denuo ſchemate materiali, ſolaribus radiis rite expoſito, amplius declaratur.

PROBLEMA V.

XVII. *Horologium occidentale componere.*

Reſolutio. In muro uerticali, qui oc- (F. 6. cidentem ſpectat, fiant ea omnia, quae, pro horologio orientali fabricando, neceſſaria eſſe dixi, et mediae lineae horae pomeridianae I - - VIII adſcribantur, ita ſatisfiet quaeſtioni. ſolutionis autem ratio ex praecedente demonſtratione liquet.

PROBLEMA VI.

XVIII. *Horologium horizontale componere.*

Reſolutio. 1. Ex triangulo fundamen- (F.3. tali aſſumatur linea B C, eaque in continuatam horariam XII aequinoctialis horologii transferatur in H C.

2. Tum a punctis interſectionum lineae O R uerſus H rectae ducantur, et duae utrimque maxime a media remotae, ex O, K, P, R, eductae, ultra H continuentur, praeterea per H ducatur tangenti O R parallela VI. VI, et adſcribantur horae, uti figura docet. 3. Hoc

3. Hoc schema transferatur in planum horizontale, ut linea HC in meridianam incidat, t punctum C in septentrionem, H in meridiem uertatur.

4. Denique ex H oblique colloсetur stylus, secundum eleuationem poli, (siue secundum angulum BCD, △ fund.) et erit facta compositio horologii horizontalis.

Demonstratio. Si enim horologium horizontale cum aequinoctiali sic componatur, ut utrimque concurrant lineae horae VI, stylus utriusque horologii erit parallelus et aequalis. Quapropter, cum umbra puncti extremi, gnomonis aequinoctialis D, proiecta, feriat tangentem eius OR, necessum est, ut idem praestat punctum extremum styli horologii horizontalis, et incidat in lineas ex H uersus eandem tangentem eductas, quo facto, horae in plano horizontali monstrantur.

CONSECTARIVM.

XIX. Si loco styli obliqui DC, in horizontali normalis ID, sed qui tantum, quantum IC requirit, a centro horologii distat, ponatur, idem in indicandis horis officium obit umbra puncti extremi D. (F. 1.

PROBLEMA VII.

XX. *Horologium uerticale componere.*

Resolutio. 1. E triangulo fundamentali assumatur circino catherus AB, et in diametrum aequinoctialis continuatam in DV transferatur. (F. 3.

2. De-

2. Deinde a tangente MN ducantur uersus V rectae, et tangenti MN fiat per V parallela 6, 6, hisque lineis horae adſcribantur.

3. Ex V oblique, ſuper linea horae XII, erigatur ſtylus ſecundum eleuationem aequatoris, (ſiue ſecundum angulum BAD Δ fundam.) totumque hoc ſchema, in pariete, qui accurate reſpicit meridiem, deſcribatur, et compoſitum erit *horologium uerticale meridionale.*

4. Sed quia ſol per aeſtatem, mane et ueſperi, planum ſeptentrionale illuminat, ideo interualla horaria ante ſextam matutinam, et poſt ſextam ueſpertinam, quae obſcuris in figura lineis ſignata ſunt, in planum uerticale ſeptentrionale transferantur, ſtylus autem per V protruſus recta continuetur; ita *horologium uerticale ſeptentrionale* componitur.

Demonſtratio. Nam ſi baſis horologii uerticalis fiat tangens horologii aequinoctialis extremum D ſtyli aequinoctialis BD, incidit in lineam ſtyli uerticalis AC, (F. 1.) ideoque nullum eſt dubium, umbram illius, ſimiliter, uti in aequinoctiali, horas monſtraturam eſſe.

CONSECTARIVM.

XXI. Si loco ſtyli obliqui, perpendicularis GD, qui a centro uerticalis habet diſtan (F. 1. tiam aequalem lineae AG, ſuper horaria XII ponatur, quia eius punctum ultimum incidit in punctum D, eius umbra ſimiliter horas rite diſtinguet.

CAPVT II.

DE INSTRVMENTO DECLINATORIO ET HOROLOGIIS IRREGVLARIBVS.

DEFINITIO V.

XXII. *Instrumentum declinatorium* est, cuius ope declinatio planorum a mundi cardinibus, item reclinatio et inclinatio ad horizontem, mensuratur.

PROBLEMA VIII.

XXIII. *Instrumentum declinatorium componere.*

F. 7.) *Resolutio.* 1. Super assere quadrilatero rectangulo AE, describatur semicirculus AGB, isque in singulos gradus diuidatur. (§. 21. geom.) numeri uero graduum quadrantis, facto initio a puncto G, uersus A et B adscribantur.

2. In centro semicirculi C firmetur regula, circa clauum mobilis, longitudinem semidiametri habens, et huic imponatur compassus, siue arcula, gestans acum magneticam H, cuius declinatio a cardine septentrionis nota est. (§. 46. sphaer.) sic autem centro aptanda est regula, ut rursum auferri, et in eius locum filum cui pendulum pondus annexum est, clauo centrali alligari queat.

PRO-

PROBLEMA IX.

XXIV. *Declinationem planorum a plagis cardinalibus, item inclinationem et reclinationem ad horizontem ope instrumenti declinatorii inuenire.*

Resolutio. Casus 1. *Pro declinatione* (F.7. *muri, in meridiem spectantis*, huic applicetur instrumenti diameter A B, et regula cum compasso imponatur semidiametro C G. si acus magnetica super linea meridiana quiescat, murus A B accurate sine declinatione in meridionalem plagam conuertitur. Si uero imposita regula semidiametro C G acus non quiescat super linea meridiana, mouetur regula dextrorsum uersus B, uel sinistrorsum uersus A, donec acus super linea sua quiescat, priore casu, paries A B in occasum, posteriore casu in ortum declinat, et regula in quadrante gradum declinationis resecat et definit.

Demonstratio. Posita regula in C F meridiana, linea X Y occasum et ortum respicit, (§. 43. sphaer.) ergo A B declinat ab ortu Y in occasum X. contrarium uero contingit, regula intra quadrantem A G collocata.

Casus 2. *Pro inuenienda declinatione muri in ortum uel occasum spectantis.* applicato latere instrumenti A D ad planum orientale, si, regula super semidiametro C G posita, acus lineae meridianae immineat, planum A D directo respicit ortum, si uero regula dextrorsum uersus F mouenda sit, donec acus super linea C F quiescat, murus ab ortu in meridiem declinat;

nat; quando autem regula sinistrorsum mouenda est, planum ab ortu in septentr. declinat. similiter, applicato latere B E ad murum occidentalem eiusdem situs in cardinem occasus, uel declinatio ab eodem reperitur. (§. 43. sph.)

Casus 3. *Pro inuenienda inclinatione uel reclinatione plani ad horizontem.* loco regulae C F applicatur in C filum cum pondere pendulo, et eius discessus in linea C G, dum latus instrumenti D E plano incumbit, uersus A uel B inclinationem uel reclinationem, et anguli inclinationis uel reclinationis mensuram prodet.

PROBLEMA X.

XXV. *Horologium uerticale in plano meridionali quod a meridie in occasum declinat, componere.*

Resolutio. 1. Delineetur obscuris ductibus horologium horizontale regulare HMN.
F. 8.)

2. Ex puncto C super linea C N determinetur transportatorio angulus declinationis e. g. 10 gr. et ducatur linea R S, tanquam basis uel linea contingentiae horologii uerticalis declinans.

3. Continuentur a sinistris lineae horariae 8, 9 etc. usque ad lineam R S.

4. Ex C erigatur perpendiculum C G, aequale lineae A B ex Δ fundamentali. et ad puncta intersectionis lineae declinantis R S ducantur concurrentes in G horariae; iisdemque horae ante et pomeridianae adscribantur.

5. Ex

5. Ex H ad lineam declinantem R S ducatur normalis obscura H K, et ex K alia sursum uersus G. haec linea G K uocatur substylaris.

6. Transferatur hoc schema in parietem, cuius declinatio 10 gr. reperta est, sed linea R S ducatur horizonti parallela.

7. Ex lineis H K et K G componatur △ rectangulum H K G, et secundum angulum G super linea substylari stylus, par hypotenusae G H, erigatur et firmetur. ita hoc horologium declinans haud aliter ac regulare horas ostendet. (F. 9.

Demonstratio. Constat ex supra dictis (F. 3. §. 18. 20. et liquet etiam ex schemate III. quod horizontale et uerticale meridionale regulare, habeant eandem lineam contingentiae uel basin, O R uel M N, et quod, composito utroque horologio unus idemque stylus A C, ex △ fund. utrique inseruiat. et solent fieri ex hoc fundamento compassus plicatiles, in quibus utrumque horologium coniungitur, et filum, quod centra copulat, loco styli adhibetur. Si ergo puncto extremo lineae horae XII. horol. horizontalis, imponatur horologium uerticale meridionale, sed declinans aliquot gradibus in occasum, palam est, quod, mutato situ lineae contingentiae, etiam in alia puncta eiusdem incidat umbra styli horizontalis secundum suas lineas continuandi, ideoque eo, uti dixi, modo, noua puncta horaria uerticalis horologii determinantur. Enim uero, quantum linea G S recedit

cedit a linea CN, tantum quoque punctum G deflectit a puncto V, manente interim situ horizontali lineae RS. quapropter, una cum plano declinante uerticali, a meridiana quoque recedit subſtylaris linea, et mutatur angulus eiusdem in puncto G. Cum tamen nihilominus planum RGS uerticale adhuc ſit, patet, ad exemplum regularis, ope noui △ fundamentalis HGK, ſtyli poſitionem inueniri. id quod quilibet, ſi huius rei experimentum capere uelit, clarius in re praeſenti intelliget.

CONSECTARIVM.

XXVI. Simili modo deſcribuntur etiam horologia uerticalia in planis, quae a meridie in ortum declinant. Sed tum angulus declinationis ſupra lineam CN aſſumitur.

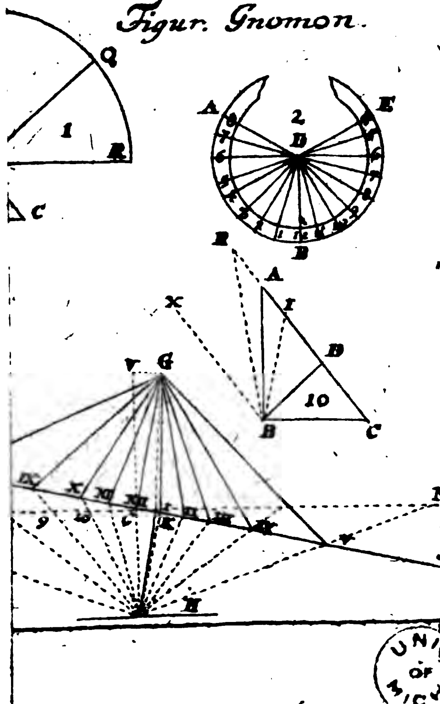
PROBLEMA XI.

XXVII. *Horologia in planis uerticalibus inclinatis uel reclinatis ad horizontem deſcribere.*

F. 10.) *Reſolutio.* 1. Si planum uerticale inclinans BI, cadat inter planum uerticale AB, et aequinoctiale BD, (id quod inuentus angulus inclinationis prodet §. 24.) delineetur horologium horizontale regulare, eiusdemque horae XII imponatur loco AB, linea inclinans BI, et ad eius extremum, ex horariis punctis lineae contingentiae MN. rectae ducantur, ſtylus uero ſuper horaria XII ſecundum angulum BIC erigatur.

2. Si


XXV.
Hala.
Lipsia
Dresda.
F. 9.


Figur. Gnomon.
Q
1
R
C
A
2
E
D
B
X
I
10
G
V
H

Tab. XXVI.

Fig. 3.

4

7

Decl. in ortum

G Decl. in occas.

Occ

Or.



2. Si planum uerticale reclinans BR, cadat inter uerticale AB et polare BX, denuo fiat regulare horizontale, et loco lineae uerticalis AB, assumatur reclinata BR, ad eiusdemque extremum horariae ex linea contingentiae dirigantur, stylus uero secundum angulum BRA firmetur. Quod si hoc utroque casu expediatur in plano meridionali non declinante, horologium rite rit paratum.

Demonstratio. Euidens est huius compositionis ratio ex nexu horologiorum regularium, uerticalis et horizontalis, cuius antea memini. (§.25) manet enim utroque casu stylus RIC axi mundano parallelus, et quia horariae lineae, in inclinato et reclinato plano ad eadem puncta lineae tangentis horizontalis deductae sunt, ideo umbra similiter in inclinante et reclinante horologio, atque in regulari horizontali, horas distinguet.

SCHOLION.

XXVIII. *Alios casus data opera explicant scriptores gnomonici, sed illos, quia exiguam utilitatem habent, libens nunc omitto.*

MECHANICA.

DEFINITIO I.

I. *Mechanica* est disciplina mixtae matheseos, in qua modus, corpora pondero-

sa, minore uirtute uel sustentandi uel mouendi, explicatur.

SCHOLION.

II *Alii hoc titulo totam de motu grauium doctrinam designant, de qua praeter ceteros accurate agunt* NEWTON *princip. L. I. et* HERMANNVS *in phoronomia siue Libris II, de uiribus et motibus corporum solidorum et fluidorum. utile etiam fuerit cum his coniungere, quae* WOLFIVS *in elem. mechan.* GRAVESANDE *in instit. philos. Newton. et elem. phys. mathem L. I. item* MVSSCHENBROEKIVS *in elem. phys. c. 5. sq. perspicue et succincte de eodem argumento tradiderunt. ipsam uero mechanicam illustrant* CASATI, PARDIESII *et* VARIGNONII *opera. ad praxin et usum huius doctrinae uiam monstrant,* BESSONVS, RAMELLVS, BOEKLERVS, FVRTENBACHIVS *et* LEVPOLDVS, *quorum theatra machinarum prostant.*

DEFINITIO II.

III. *Linea horizontalis* est, cuius puncta singula aeque distant a centro terrae.

CONSECTARIVM.

IV. Reuera ergo linea horizontalis est portio circuli magni sphaerae terrae, (§. 5. F. 1.) geogr.) interim, quia recta exigua AB, quae globum terrae in H tangit, parum ab arcu ingentis illius sphaerae DE, secantibus CA, CB definito, differt, ideo linea recta AB, quae est ad terrae semidiametrum perpendicularis, pro horizontali merito habetur.

EXPERIMENTVM.

V. *Docet autem experientia, quod omnia ponderosa corpora, nulla ui cohibita, uer-*

sus

ſus terram ruant. et ſigillatim ea, quae libere pendent, quando hinc inde agitantur, non ante quieſcunt, quam donec haereant in linea ad horizontem perpendiculari, ſecundum quam uerſus terrae centrum diriguntur.

DEFINITIO III.

VI. Vis illa, qua corpora uerſus centrum terrae trahuntur, *grauitas* dicitur, et centrum terrae, quo omnia grauia tendunt, *centrum grauium* uocatur.

CONSECTARIVM I.

VII. Cum cauſa grauitatis ſit maſſa materiae, qua corpus conſtat, ſequitur, tanto maiorem eſſe uim grauitatis, quanto maior eſt maſſa corporis. et non mutata materiae quantitate, etiam grauitas manet eadem.

CONSECTARIVM II.

VIII. Corporum autem grauitates ſunt in ratione directa maſſarum. et in corporibus homogeneis grauitates ſunt magnitudinibus proportionales.

DEFINITIO IV.

IX. *Grauia* dicuntur *in aequilibrio* eſſe, quando duo corpora ſimul mobilia ſic iunguntur, ut alterum alterius grauitatem uincere nequeat. *ueluti ſi ex librae iugo, in aequas partes diuiſo, utrimque in extremis aequalia pendeant pondera, neutrum poteſt*

praeualere, quia utrumque aequali grauitatis suae nisu deorsum tendit.

DEFINITIO V.

X. *Centrum grauitatis* est punctum in corpore, circa quod utrimque sitae uel suspensae partes eiusdem in aequilibrio sunt.

DEFINITIO VI.

XI. *Linea directionis* est recta ducta in eam partem, in quam tendit corpus mobile.

CONSECTARIVM I.

XII. Fulcrum, cui corporis centrum grauitatis imminet, totum illius pondus sustinet, ideoque in centro grauitatis, tanquam in puncto geometrico, totum corporis pondus collectum spectare licet. et quando centrum grauitatis non sustinetur, corpus quiescere non potest, sed grauitate sua mouetur.

CONSECTARIVM II.

XIII. Si corpus sola grauitate trudatur, linea directionis tendit uersus centrum terrae, et fit portio semidiametri terrestris continuatae. ipsum uero grauitatis centrum semper est in linea illa directionis (§. 5.)

CONSECTARIVM III.

XIV. Quando igitur linea directionis alicuius corporis cadit intra basin, cui idem innititur, corpus stat firmum immotumque, quia totius molis pondus in basin dirigitur. sed si

linea

linea directionis extra basin cadat, corpus necessario deorsum ruere debet.

CONSECTARIVM IV.

XV. Firmius quoque erectum corpus consistit, si axis per mediam eius molem, adeoque per centrum grauitatis ductus, sit ad basin perpendicularis, item si basis fuerit paulo latior.

CONSECTARIVM V.

XVI. Attamen exigua corporis declinatio a perpendiculo non impedit firmitatem, quia adhuc linea directionis intra basin cadit, in qua totius corporis moles recumbit, quemadmodum ob hanc caussam per plura secula steterE turres obliquae ad horizontem, Pisana et Bononiensis, quae de industria sic aedificatae dicuntur. uid. CASATI mechan. I. 9. MOTTII epit. T. A. P. IV. p. 157. LABAT voyage d' Italie T. 2. p. 109. Ceterum, quomodo horum axiomatum, simul et ueritatum, quae postea de uecte in medium proferentur, adminiculo, plura phaenomena, circa motum animalium obuia, declaranda sint, docet ex instituto I. ALPH. BORELLVS de motu animal. P. I. c. 18. sq.

DEFINITIO VII.

XVII. *Potentiae mechanicae* uocantur instrumenta eiusmodi, quibus corpora ponderosa minore uirtute uel sustentantur uel mouentur.

SCHOLION.

XVIII. *Circa numerum potentiarum non conuenit*

inter mechanicae magistros. alii quatuor primarias laudant, uectem, axem cum peritrochio, trochleam et planum inclinatum, quibus nonnulli rotas dentatas et cochleam addunt. Diffident etiam circa modum uires machinarum explicandi. ARISTOTELES quaest. mech. c. 1 aequilibrium et uectem pro potentiarum principio habet. add. Monantholii commentar. p. 110. eodem pertinent demonstrationes ARCHIMEDIS, de planis aequiponderantibus, quorum uestigia posteri plerique legunt. recentiore aetate egregius geometra VARIGNONIVS, in tentamine mechanicae nouae, et opere mechanices posthumo, incrementa uirium per potentias, ope theoriae motus compositi, declarat. In tractatione praesenti, ut captui tironum demonstrationes accommodentur, ab aequilibrio et uecte machinarum caussas deducere conabor, quae quidem methodus omnium maxime plana est.

DEFINITIO VIII.

XIX. *Vectis* dicitur quilibet baculus, qui F. 2.) ad pondus aliquod facilius uel sustentandum uel mouendum adhibetur. in eodem notanda sunt tria puncta, nimirum 1) *hypomochlium* siue *punctum fulcri* H, cui uectis innititur, 2) *punctum ponderis* P, quod pondere oneratur, et 3) *punctum uirium* V, ubi uis graue corpus sustentans uel mouens adhibetur.

CONSECTARIVM.

XX. Et in quacunque linea, quae simul mobilia corpora copulat, tria illa puncta deprehenduntur, ibi uectem concipere licet.

POSTVLATVM.

XXI. *In propositionibus, quae sequuntur,*

tur, uectem, et quamlibet machinam; liceat absque pondere et affrictu, et absque ullo obstaculo, quod a renisu mediae cuiusdam materiae oriri possit, considerare.

DEFINITIO IX.

XXII. *Vectis* duobus potissimum modis potest uariari. aut enim fulcrum, (F. 2. H est inter pondus P et uim V, qui uectis uocatur *primi generis* et *heterodromus*, quia pondus et uis mouentur in partes contrarias, aut pondus est inter fulcrum et uim, isque *uectis* est *secundi generis* et *ho-* (F. 3. *modromus*, ubi pondus et uis simul mouentur in easdem plagas.

SCHOLION.

XXIII. *Quando autem uis inter pondus et fulcrum applicatur*, tertii *quidem* generis uectis *oriri uidetur, sed quia, uti mox constabit, ita uis non iuuatur, uerum impeditur, ideo talis linea uectis nomen proprie ferre nequit.* (§. 19) *habet tamen usum in contemplatione motus ossium artuum, qui a musculis efficitur.*

THEOREMA I.

XXIV. *Pondera P et V e librili* (F. 5. *brachiorum inaequalium HCB sic suspensa, ut habeant reciprocam rationem brachiorum, manent in aequilibrio.*

Demonstratio. Sit librile AB diuisum in brachia inaequalia CH, CB, quorum subtripla 1 : 3 est ratio, et suspendantur ex his pondera P et V, quae habent similem rationem

reciprocam; nempe maius a brachio minore, minus a maiore ſuſpendatur, dico ea in aequilibrio fore. Nam, neglecta grauitate brachiorum, (§. 21) ſi utrumque pondus P et V, in F. 6.) baculum aequalis craſſitiei E G extendatur, manente eadem materiae quantitate, pondus non mutatur, (§. 7) ipſa uero pondera in materia homogenea habent rationem magnitudinum, (§. 8) quapropter portio E F pondus maius, altera F G pondus minus repraeſentat; quorum eſt ratio ſubtripla, qualis reciproce etiam eſt brachiorum H C : C B, ducta autem per centrum librilis C linea directionis C D, illa tranſit per mediam materiam, et E D = D G, quare duo illa pondera inaequalia P et V ſunt in aequilibrio. (§. 10)

Hoc theorema, quod in tota mechanica praecipuum eſt, in lectionibus experimento amplius declarari et confirmari debet.

CONSECTARIVM I.

XXV. Si loco ponderis maioris P, quodlibet onus, uel alicuius corporis reſiſtentia habeatur, et pro pondere minore aſſumatur preſſio tractusue hominis uel animalis, elaterium, aut ſimilis quaepiam uirtus, facile intelligitur, uectem P H V referre librile, quod brachiis in F. 2.) aequalibus gaudet, atque adeo inter pondus P et uim V, reciproca eſt ratio diſtantiarum ab hypomochlio. V H : P H. ſiue P H : V H = V : P. h. e. in uecte primi generis, *uis ad pondus ſuſtentandum habet ſe, ut diſtantia*

pon-

ponderis ab hypomochlio, ad distantiam uis sustinentis ab eodem: et uicissim, *pondus ad uim sustinentem habet se, ut distantia uirium ab hypomochlio, ad distantiam ponderis ab eodem.* Datis ergo tribus proportionalibus quartum reperitur ope regulae proportionum. *notandum hic obiter est, in sequentibus positionibus literas V et P saepe ad uim et pondus denotandum adhiberi.*

CONSECTARIVM II.

XXVI. Si paulo plus ualeat uis, quam ratio modo commemorata exigit, uis non solum sustentare pondus P, sed etiam uincere et mouere potest.

CONSECTARIVM III.

XXVII. Sed quia rectae distantiae uirium et ponderum ab hypomochlio assumuntur, si obliquae CL et CEB datae essent, hic aequiualent rectae CD et CB. nempe linea directionis ponderis et uirium debet ad uectem adhibitum normalis esse. (F. 7.

CONSECTARIVM IV.

XXVIII. Ceterum neminem latet, librile brachiorum inaequalium esse *stateram*, ubi paruo pondere aliquot librarum, e. g. 50 lb. ingentia onera totidem centenariorum, ueluti currus foeno onusti, librantur. solet tamen illius compositio empirice fieri, quia crassities brachii maioris paulatim a trutina uersus alterum extremum imminuitur.

CON-

CONSECTARIVM V.

XXIX. In libra uero, ubi pondera oneribus sunt aequalia, ad perfectionem instrumenti absoluta aequalitas brachiorum eiusdem spissitudinis, siue aequalis oneris et ponderis, distantia a centro librilis, requiritur, si igitur iugi brachia sint inaequalia, potest quidem aequilibrium obtineri, lancibus diuersae grauitatis appensis, ita ut lanx grauior breuiori, leuior longiori scapo applicetur, sed libra talis uertitur in stateram, et dolosa redditur, emtorque fraudatur, cui merces e brachio breuiore appenditur. Fraus tamen facile bilancium permutatione manifestatur. add. STVRMII mech. math. iuu. c. 2.

CONSECTARIVM VI.

XXX. Solus quoque uectis crassior et ponderosior, pondus haud leue brachio minore suspensum uel illi impositum sustentare potest, quia materia uectis tanto plus grauitat, quanto est a puncto quietis remotior. CASAT. p. 245.

CONSECTARIVM VII.

XXXI. Virtus uectis innumeris et ubique obuiis exemplis spectatur. Hac enim usus plurium instrumentorum, ueluti forficum, forcipum, cultrorum incisoriorum, manubriorum, quae terebris et clauibus adiunguntur, et quae alia sunt huius generis, longe expeditior et commodior redditur. inde etiam effectus uarii in motibus animalium pendent. BORELL. l. c. PARDIES static. §. 35. sq.

CON-

CONSECTARIVM VIII.

XXXII. Si librile brachiorum inaequa (F. 8. lium PCV, in quo pondera, extremis eiusdem applicata, sunt in aequilibrio, circa punctum quietis C moueatur, pondus minus V, quod uim refert, magnum arcum Vu, pondus maius P, breuem arcum Pp peragrat, adeoque uis celerius, pondus tardius mouetur, arcus uero Vu, Pp similium angulorum (uerticalium ad C §. 48. geom.) habent rationem semidiametrorum CV, CP, (§ 130. geom.) ergo *pondera, quae, suspensa ex inaequalibus iugi brachiis, manent in aequilibrio, seruant rationem reciprocam spatiorum Vu, Pp, per quae mouentur.* et quia perpendicula Mu et Lp eandem habent rationem, quam lineae Cu, Cp, uel CV, CP, (§. 92. geom.) sequitur, *quod pondera aequilibria, inaequalis iugi brachiis annexa, seruent quoque rationem reciprocam perpendiculorum. per quae mouentur.*

CONSECTARIVM IX.

XXXIII. Cumque arcus *Vu* et *Pp* sint mensurae celeritatis motus uirium et ponderis, ualet etiam haec regula, quod, quotiescunque pondus P tardius, uis, cum illo simul mobilis, V celerius mouetur, impetus oneris languescat, et ex aduerso potentia sustentans uel mouens iuuetur uel augeatur.

CONSECTARIVM X.

XXXIV. Quae hucusque de incremento uirium per uectem heterodromum tradita (F. 9. sunt,

sunt, accommodari quoque possunt ad *uectem homodromum*, siquidem, si ponamus, uim V sustinere in aequilibrio pondus P, quando utrique motus deorsum conceditur, spatium, in quo mouetur uis, est *Vu*, alterum in quo mouetur pondus, est *Pp*, ratio horum spatiorum *Vu*, *Pp*, similis est illius, quam habent lineae HV, HP, (§. 130. geom.) ergo HP : HV = V : P, siue *uti se habet distantia ponderis ab hypomochlio, ad distantiam uirium mouentium ab eodem, ita reciproce sese habet uis ad pondus.*

CONSECTARIVM XI.

XXXV. Haec regula si transferatur ad uectem improprie dictum tertii generis HVP, erit PM : VN = HP : HV = V : P, ideoque hic uis amplior, quam ualet pondus, ad idem sustentandum, uel mouendum, necessaria est.

DEFINITIO X.

XXXVI. *Axis cum peritrochio* (F. II. uocatur rota FG, cum axe suo uolubilis, ubi uis in peripheria rotae F applicatur; pondus secundum peripheriam axis DE, circa quam funiculus uoluitur, mouetur.

THEOREMA II.

XXXVII. *In axe cum peritrochio, uis ad pondus sustentandum habet eandem rationem, quam semidiameter axis ad semidiametrum rotae.*

Demonstratio. Positis enim pondere in D

et

et ui in F, centrum axis C est punctum quietis, et D et F sunt puncta ponderis et uirtutis, refert ergo linea D C F uectem primi generis, ubi DC: FC = V : P, (§. 25) siue, uti se habet semidiameter axis, ad semidiametrum rotae, ita se quoque habet uis ad pondus.

CONSECTARIVM I.

XXXVIII. Siue uti sese habet peripheria axis ad peripheriam rotae, ita uis rotae applicata, ad pondus ab axe pendens retinendum. (§. 32) si uero ui sustentante paulo maior uirtus in F sese exerat, motus tum uirium tum ponderis P sequitur, idemque circumuoluto circa axem funiculo adducitur et eleuatur.

CONSECTARIVM II.

XXXIX. Quando linea directionis uirtutis ad semidiametrum rotae CF non ad perpendiculum, sed oblique, ueluti in M, adhibetur, tum ratio uis ad pondus minuitur, habet enim sese ut DC: CN. (§. 27)

CONSECTARIVM III.

XL. Quomodo autem ad axem cum peritrochio mouendum, uires hominum et animalium, lapsus et impetus aquarum fluentium, item uentorum, nec non elaterium, et pondera alia maiora applicentur, exempla uaria in molettrinis, metallifodinis, horologiis automatis, et alibi obuia luculenter docent. conf. LEVPOLDI th. machinar. generale, c. 17. 18.

CON-

CONSECTARIVM IV.

F. 12.) XLI. Similiter uis augmenta capit, si rotarum dentatarum unius uel plurium adminiculo iuuetur. nam si sic parentur rotae et tympana, ut interuallis dentium rotae respondeant dentes uerticilli uel tympani 1. 2, ratio numeri dentium rotae et uerticilli manifestat simul proportionem peripheriarum uel magnitudinis. quare dum uis adhibetur in F, habet illa ad pondus P rationem semidiametri axis ad semidiametrum rotae 3, sit illa sub sextupla, sexta pars uirium sufficit ad retinendum pondus P. Verum dum uirtus admouetur secundae rotae in E, ut circumagat rotam F ope uerticilli 2, quia peripheria uerticilli 2 et rotae E est subquintupla, iam opus est quinta parte uirium, quae in F erant necessariae, addita rota tertia D, eiusdem proportionis ad uerticillum 1, erit denuo quinta pars uirium adhibenda, quae necessaria erat in rota secunda E, ergo multiplicatis fractionibus $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$, prodit $\frac{1}{150}$, portio nempe uirium, quae ponderi P sustentando par esse possit. Vnde elucet, *rationem potentiae, quae rotis dentatis utitur, esse compositam, ex rationibus uerticillorum et rotarum.* Quare harum rationum multiplum dat quantitatem uirium, quae ad pondus sustinendum requiruntur.

CONSECTARIVM V.

XLII. Vicissim si detur uis et pondus, potest inueniri tam numerus rotarum, quam ratio

uerticillorum et rotarum, quae sustentandi dati ponderis causa componi debent. Diuiditur nempe quantitas ponderis per quantitatem uis, et quotus dispergitur in factores aliquot, horum numerus multitudinem rotarum significat, ipsi uero factores exhibent proportionem uerticillorum et rotarum. e. g. sit P 3000 libr. uis D 20. priore numero per posteriorem diuiso, quotus dabit 150. assumantur tres eius factores 6. 5. 5. apparet, tres rotas sufficere, quarum axes uel uerticilla ad rotas ipsas habeant rationem $\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{5}$.

CONSECTARIVM VI.

XLIII. Denique, si non integra rota axi alicui mobili circumponatur, sed solum uectis unus uel plures eidem inserantur; horumque extremis uis admoueatur, quemadmodum in *ergata*, *succula*, aliisque huiusmodi (F. 13. 14. organis fieri solet, proportio uirtutis ad pondus, comparata semidiametro axis cum longitudine uectis, facile reperitur.

DEFINITIO XI.

XLIV. *Trochlea* est orbiculus circa axem mobilis, in cuius peripheria funis ductarius, pondus secum adducens, uersatur.

THEOREMA III.

XLV. *Trochlea superior AB immobilis nihil confert ad uirium augmentum.* (F. 15.

Demonstratio. Huic enim si circumuoluatur funiculus P A B M, a quo pondus P dependet, punctum quietis est in centro trochleae C, in A urget pondus, in B uis applicatur, et tum pondus tum uis a puncto quietis aeque remota est, ergo diameter B A imitatur iugum librae, et tantum debet ualere uis in M, quantum trahit pondus in A, adeoque uis ope trochleae immobilis nullum incrementum lucratur.

THEOREMA IV.

F. 16.) XLVI. *Trochlea autem unica inferior mobilis efficit, ut dimidia uirtute pondus G sustentetur.*

Demonstratio. Nam, alligato ad clauum C funiculo, eodemque trochleae mobilis inferiori peripheriae circumposito, ita ut funis ductarii portiones C H, M V sint parallelae, patet pondus urgere centrum trochleae in P, ductaque diametro V P H, haec uectem secundi generis refert, quia in puncto H uectis quiescit et in V uis adhibetur, (§. 20) adeoque pondus est inter hypomochlium et uim, et P H : V H = V : P. cumque P H = $\frac{1}{2}$ V H, uis dimidia in M duplum pondus potest sustinere.

CONSECTARIVM.

XLVII. Si duae uel plures trochleae iungantur, (qualis machina, *dispastum*, *trispastum*, uel *polyspastum*, a numero trochlearum inferi-
F. 17.) orum, denominari solet.) *uis multipli-*

catur

catur in ratione dupla trochlearum inferiorum mobilium, uel etiam *pro ratione numeri funium, in quos pondus distribuitur*. si duae adsint trochleae inferiores mobiles, pars quarta, si tres, pars sexta uirtutis oneri retinendo sufficit.

SCHOLION.

XLVIII. *Quando funiculi AD, BE non sunt paralleli, minuitur nonnihil proportio uirtutis et ponderis, ostenditque VARIGNON tentam. nou. mech. p.25. uires tum augeri secundum rationem sinus anguli CFE, ad sinum anguli dupli DFE, quae paulo minor est subdupla. idem inde occasionem nactus est, totam mechanicam, in opere maiore, ope principii motus compositi, illustrandi. Conf. CARTES. epist. 24. P.2. p. 93. usum trochlearum elegantibus exemplis illustrat LEVPOLD. T.M.spec.c. 8. sq. add. SCHOTT. mag. nat. P. III. p.279. ubi Fontanae artificia, quibus obeliscum Vaticanum a.1586. erexit, describuntur.*

DEFINITIO XII.

XLIX. *Planum inclinatum* dicitur, quod cum linea horizontali concurrente angulum obliquum intercipit.

THEOREMA V.

L. *Si pondus G super plano inclinato secundum lineam FG, lateri AC parallelam, adducatur, uis sustentans E ad pondus G, habet rationem AB: AC, altitudinis plani inclinati, ad latus obliquum eiusdem, in quo pondus quiescit.*

Demonstratio. Ducta enim linea (F.19. directionis GID perpendiculari ad horizontem BC, secundum illam truderetur a grauita-

te sua corpus G. si planum inclinatum abesset. (§. 5. 13.) uerum quia innititur plano inclinato in puncto contactus H, erit H punctum adhibitae uis, et in I, in breuissima a puncto quietis distantia, in linea directionis GLD, potest collecta grauitas ponderis, quae tota eo inclinat, spectari (§. 12) quamobrem occurrunt hic nobis tria puncta, quae ad uectem primi generis componendum sunt necessaria, (§. 20) et linea GHI tanquam uectis heterodromus considerandа est, ubi HI : HG = Vis : Pondus. (§. 25.) sed $\triangle$ GHI ∽ $\triangle$HIK, (§. 121. geom.) et HIK ∽ KDC ∽ ABC (§ 92. geom.) ergo HI : HG = KD : KC = AB : AC = V : P.

CONSECTARIVM.

LI. Si uero pondus E trahatur secundum lineam AE horizonti parallelam, quod contingit, quando planum inclinatum sub pondere secundum horizontalem BC protruditur, uis assumenda est in linea directionis suae G, pondus est in I, et punctum quietis rursum concurrit cum puncto contactus H. ideoque ob similitudinem triangulorum rectangulorum, quae sic efformantur, et quia GE = HI, et GH = EI, recte se habet proportio GE : GH = AB : BC = V : P. nempe tum *uis ad pondus habet rationem altitudinis plani inclinati ad basin eiusdem.*

DEFINITIO XIII.

LII. *Cochlea* est planum inclinatum axi cylin-

cylindrico circumuolutum. siue est cylindrus ad formam helicis sulcatus. et haec uocatur *cochlea interior*, cui respondet *exterior* siue cylindrus cauus, in qua foueae spirales prominenti plano inclinato claui cochleati respondentes exsectae sunt.

CONSECTARIVM I.

LIII. Iuuatur ergo uis cochleis applicita, secundum plani inclinati leges. nempe uti sese habet altitudo cochleae, siue distantia inter duas prominentias, ad peripheriam integrae helicis, ita quoque uis sese habet ad resistentiam superandam uel pondus attollendum.

CONSECTARIVM II.

LIV. Quanto ergo tenuiores cochleae alicuius prominentiae, et ampliores earum peripheriae sunt, tanto quidem facilius illa contorquetur, sed tamen ut eminentiae sustinere possint pressionem uiolentam rei comprimendae uel eleuandae, ideo eas crassiores facere oportet.

CONSECTARIVM III.

LV. Amplius uim augeri, si longior uectis DEF clauo cochleato intrudatur, ex supra dictis palam est. (§. 43.)

CONSECTARIVM IV.

LVI. Perquam insignem quoque uiribus accessionem largitur *cochlea infinita FG*, (F. 22.) cuius helices tantum duae integrae, et duae dimidiae, supra claui cylindrici superficiem

prominentes, dentibus rotae E oblique positis, uel inclinatis, sic accommodatae sunt, ut ope manubrii recurui HM, cohlea dextrorsum et sinistrorsum torqueri, et una rotam dentatam circumagere possit. Si enim ab axe rotae D penderet pondus ingens attollendum, primo uis applicata in E augetur, pro ratione peripheriae axis ad peripheriam rotae, (§. 38) deinde crescit pro ratione distantiae helicum ad earum peripheriam (§. 53.) tandem accedit aliud augmentum manubrio curuato, secundum proportionem semidiametri axis H ad longitudinem manubrii HM, quo fit, ut beneficio machinae huius compositae, exigua uirtute, stupendae moles promoueri attollique queant. sit D : E = 1 : 10. distantia helicum ad circulum cochleae seruet rationem 1 : 6 denique H : HM = 1 : 5. ita pondus P sustentabitur parte sui trecentesima. homo ergo, qui absque incommodo gestat centenarium, tali machina trecentos seruat in aequilibrio. (§. 42.) FVRTENBACH specul. artis. f. 146. LEVPOLD T. M. special. §. 244.

DEFINITIO XIV.

F. 23. 24.) LVII. Cuneus est prisma triangulare, ABD, cuius bases sunt triangula aequicrura. siue est planum inclinatum duplex in aciem D concurrens.

CONSECTARIVM I.

LVIII. Cum usus cunei sit is, ut acies eiusdem applicetur ligno uel alii corpori findendo, et ipse cuneus ictibus mallei intrudatur et ur-

gea-

geatur, uis agens ictus mallei, resistentia uero materiae separandae refert obstaculum uincendum quando iam totus cuneus intrusus est, quisque uidet, potentiam percurrisse altitudinem cunei CD, materiam uero fissam uel separatam discessisse secundum longitudinem basis cunei AB, ad ductum planorum inclinatorum AD, BD. quamobrem potentia ad resistentiam corporis separandi, si huic superandae par sit, habet rationem quam basis cunei AB ad illius altitudinem. (§. 51)

CONSECTARIVM II.

LIX. Vnde liquet, quod etiam experientia compertum habemus, tanto facilius intrudi cuneum, quanto basis eius est contractior, quamuis, ut separatio fiat materiae findendae, oportent basin illam maiorem assumere, ne, dum materia cuneo intruso cedit, integritas corporis adhuc perduret.

CONSECTARIVM III.

LX. Hinc petenda est explicatio usus effectusque uariorum instrumentorum cuneiformium, cultrorum, furcarum, dolabrarum, securium, terebrarum, et similium.

CONSECTARIVM IV.

LXI. Verum circa applicationem cunei aliae praeterea causae, quae motum illius uel promouent, uel impediunt, considerandae sunt. Iuuatur cuneus ictibus mallei percutientis, qui tanto sunt fortiores, quanto celerius a malleo

grauidre infliguntur. accedit tremor materiae, qui poros aperit, et clauo intrudendo uiam facit, et quo (ceteris paribus) aptior est materia ad tremorem illum suscipiendum conseruandumque, siue quo elaterem maiorem habet, eo citius et facilius illa a cuneo disrumpitur. Vicissim remorantur cuneum, affrictus, materia ductilis, quae cuneo prementi facile cedit, sed elatere exiguo praedita est; implicatio fibrarum materiae et alia. DECHALES mechan. L. 7. frustraque adeo nonnulli uirtutem cunei percussi cum pondere comparare nituntur. SCHOTT mag. nat. P. III. p, 315.

CONSECTARIVM V.

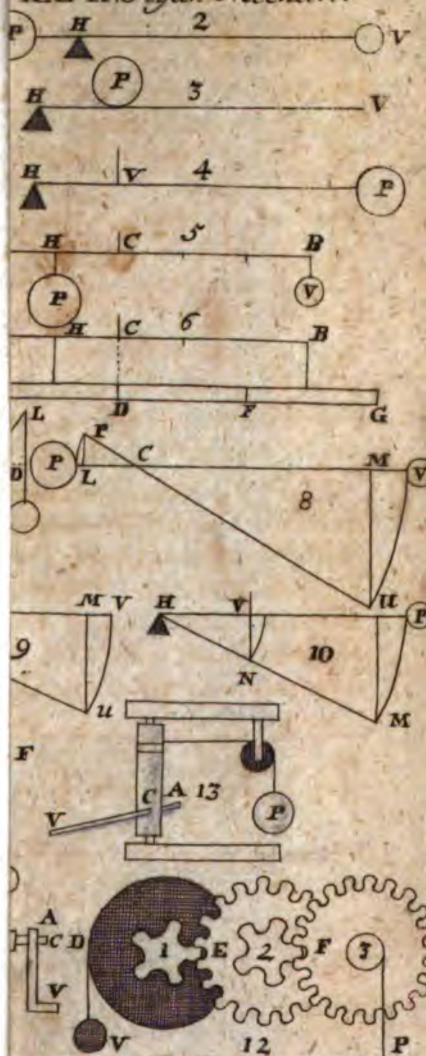
LXII. Ceterum in tota praxi mechanica, ubi materia uariis imperfectionibus, et inprimis multiplici affrictu laborans, ad componendas potentias adhibetur, diligenter curandum est, ut horum obstaculorum ratio et aestimatio experimentis quodammodo deprehendatur. conf. *comment. acad. reg. scient.* a. 1699. p. 257.

HYDROSTATICA.

DEFINITIO I.

I. *Hydrostatica* est scientia de fluidis et aliis corporibus, quae fluido innatant, uel in illud demersa sunt, ponderandis.

SCHO-


XXVII. Figur: Mechan.
P
H
2
V
P
H
3
V
H
V
4
P
H
C
5
B
P
V
H
C
6
B
L
D
F
G
F
C
M
D
P
L
V
8
M
V
H
V
U
P
9
10
N
u
M
F
C
A 13
V
P
A
C
D
1
E
2
F
3
V
V
12
P



XXVIII.













SCHOLION.

II. *Principia huius doctrinae primus indagauit ARCHIMEDES, cuius extant libri de insidentibus humido. Postea incultum fere hoc caput iacuit, usque ad aetatem GALILEI, cui experimentum, de aqua in antliis suctoriis ultra XIIX cubitos non assurgente, ab aquilege communicatum fuerat. sed non uidetur eius rationem assecutus u. Galil. mechan. p. 16 Recentiore aetate elementa hydrostatica composuit SIMON STEVINVS, phaenomena hydraulica et pneumatica illustrauit MAR. MERSENNVS. edidit quoque ROBERTVS BOYLE paradoxa hydrostatica, et medicinam hydrostaticam, libellos selectis experimentis refertos. laudem autem inprimis merentur, MARIOTTII, GVILIELMINI, NEWTONI, VARIGNONII, HERMANNI et aliorum opera, in quibus hydrostaticam et hydraulicam uarie locupletarunt.*

DEFINITIO II.

III. *Fluidum* est corpus, cuius particulae non cohaerent, sed ob mobilitatem diffluunt, nisi alicuius uasis parietibus contineantur. *solidum* autem est, cuius partes inter se cohaerent, ut sponte sua non diffluant, siue cuius singulae partes moueri nequeunt, quin tota massa eundem motum participet.

CONSECTARIVM I.

IV. Demto ergo obstaculo, fluidum diffluit et ad centrum grauium, quousque licet, recta uel oblique appropinquat: quod dum fit, fluidum obuia corpora non solum deorsum, sed etiam ad latus trudit.

CONSECTARIVM II.

V. Partes autem fluidi stagnantes et quiescentes, quae superficiem eiusdem componunt

debent a centro grauium aeque abesse, alias plus remotae ad idem accederent. ex quo colligitur, superficiem fluidi stagnantis et tranquilli esse portionem superficiei sphaericae terrae. (§. 5. mech. et 5. geogr.)

DEFINITIO III.

VI. *Massa* coporis est quantitas materiae, quam capit, siue complexus et aggregatum omnium particularum, quibus corpus constat.

DEFINITIO IV.

VII. *Volumen* dicitur spatium quod materia alicuius corporis occupat.

DEFINITIO V.

VIII. *Densitas* est ratio, quam materiae quantitas in quolibet corpore habet ad corporis uolumen.

CONSECTARIVM.

IX. Resultat eadem ex collatione massae cum uolumine corporis, in massa consideratur materia sola, poris interpositis non distincta, sed hi mixti materiae constituunt uolumen. uelluti spuma magnum occupat uolumen, dum intermedii aeris bullae fluido immiscentur, ruptis dein bullulis, in paruam molem fluidi materia collabitur et fit densior. Cumque corpora omnia poros habeant, patet densitatem maiorem uel minorem sitam esse in maiore uel minore pororum amplitudine uel multitudine.

DE-

DEFINITIO VI.

X. Contra uero ea *raritas* corporum est qualitas reciproca densitati, consistens in ratione uoluminis ad massam. Nempe corpus, quod magnum uolumen et exiguam materiae quantitatem habet, *rarum* dicitur v. HERMANNVS phoron. §. 14. sq.

DEFINITIO VII.

XI. *Corpus altero specie grauius* nominatur, quod sub eodem uolumine plus ponderis habet quam alterum: *specie leuius*, quod sub eodem uolumine minus pondus habet, quam alterum: *materia aequiponderans corpus* est, quod alteri parem tum magnitudinem tum grauitatem habet.

CONSECTARIVM I.

XII. Cum materia sit causa grauitatis corporis, (§. 7. mech.) corpus specifice grauius est etiam densius altero, et uicissim specie leuius est altero rarius.

CONSECTARIVM II.

XIII. Porro comparatio solidi et fluidi docet, quod solidum immissum fluido toto suo pondere fluidum premat, idemque loco extrudere nitatur.

CONSECTARIVM III.

XIV. Quando ergo solidum specie grauius est fluido, praeualet illius pressio, idque, expulso fluido, demergitur.

CON-

CONSECTARIVM IV.

XV. Specie autem leuius solidum tantum ex fluido, cui incumbit, loco eiicit, quantum ponderi corporis solidi aequipollet, ideoque solidum demergi nequit, sed fluido solum innatat. Notaque massa et pondere fluidi, quod a solido innatante loco motum est, ipsum pondus solidi innatantis, v. g. navis cognoscitur.

CONSECTARIVM V.

XVI. Fluidi stagnantis pondus totum quiescit, et sustentatur tum fundo, tum parietibus uasis continentis. Singulae autem portiones talis fluidi, e. g. F. a circumpositis et subiectis partibus. in quas grauitatem exercent gestantur.

CONSECTARIVM VI.

XVII. Quod si iam in locum portionis fluidae F succedat materia aequiponderans, etiam haec a fluido reliquo, quocunque intra fluidum loco ponatur, retinetur.

SCHOLION.

XVIII. *Ex consect. 5. collegerunt nonnulli, elementa uel saltem fluida in proprio loco non grauitare. sed res ipsa loquitur, pondus fluidi F intra fluidum homogeneum, non amitti, sed tantum super partibus uicinis quiescere. et frustra obiicitur experientia urinatorum, qui profunde sub aquis mersi non sentiunt pondus molis ingentis aquae imminentis, siquidem illud omne, a reliqua aqua intra litora stagnante, retinetur, dum interim partes fluidi facile mobiles, motui corporis urinatoris promte cedunt. Boyle parad. hydr. p. 58. 64. de compositione campanae urinatoriae disserunt pluribus* LANIS *magister. nat. et artis T. 2. p. 204.*

STVRM.

STVRM. Coll. Curiof. pr. emendauit hoc instrumentum ILL. HALLEIVS v. T. P. A. 1716. *p.* 492. *il. a* 1721. *p.* 177,

THEOREMA I.

XIX. *Solidum fluido specie grauius, suspensum intra fluidum, tantum amittit de pondere suo, quantum ualet pondus fluidi, a solido loco expulsi.*

Demonstratio. Nam portio fluidi, quae antea eo in loco erat, quem solidum demersum occupauit, sustinebatur a massa fluidi homogenei circumiecta, (§. 16) quare si solidum in locum fluidi F succedat, reliqua fluidi materia tantundem ex solido sustentat, quantum prius gestare poterat, nempe pondus quod fluido F aequipollet, tantumque sic detrahitur ponderi portionis solidi corporis demersi.

CONSECTARIVM I.

XX. Si ex seta equina, quae putatur aquae aequiponderans, BOYLE p. 61. corporis solidi particula, e bilancis iugo, extra aquam aequilibri, intra aquam suspendatur, et definiatur, quantum illud pondere deficiat, innotescit pondus aquae loco a solido expulsae, cuius uolumen aequale est uolumini corporis solidi.

CONSECTARIVM II.

XXI. Et quando duo corpora diuersae specificae grauitatis, sed uolumine aequalia, uelut globi aequales, plumbeus et stanneus, in fluido merguntur, decrementa ponderis sui paria pati debent. Vicissim, si duo corpora intra

fluidum specifice leuius suspensa, aequaliter pondere minuantur, oportet uolumina eorundem aequalia esse.

CONSECTARIVM III.

XXII. Notis mole et pondere solidi corporis, intra aquas eleuandi, e. g. tormenti bellici demersi, datoque aquae, uolumine aequalis, pondere, hoc a pondere corporis mouendi detracto, relinquitur pondus, quod, dum corpus solidum intra fluidum mersum est, superari debet, ut illud attollatur. machinas in hunc finem idoneas describit Anon. *Tr. des moyens de rendre les rivieres navigables p. 95.*

CONSECTARIVM IV.

XXIII. Maiora uero corpus solidum ponderis sui decrementa patitur, si mergatur in fluido grauiori, quam si demittatur in fluidum leuius.

CONSECTARIVM V.

XXIV. Et solida specifice leuiora, quae fluido innatant, altius deprimuntur in fluido leuiori quam in grauiori. Veluti naues eadem onustae sarcina profundius demittuntur in aquam pluuiam, quam in marinam. Item solidum ponderosius plus descendit in fluidum, quam aliud eiusdem molis, sed specifice leuius, quorum utrumque super fluido natat. Globus aeneus in argento uiuo natans, plus deprimitur, quam ferreus eiusdem magnitudinis, quia aes est ferro specifice grauius.

CON-

CONSECTARIVM VI.

XXV. Idem corpus solidum modo innatat fluido, modo demergitur, si, dum est in fluido, potest reddi grauius. globulus uitreus (F. 2. cauus S, aperto sed angusto ostio gaudens, in quem (ore prius exsucto aere) tantum aquae admissum fuit, quantum requiritur, ut globus pondere contenti fluidi grauatus intra aquam ad summum usque demergatur, si uesica, qua lagenae orificium A B clauditur, sub qua nonnihil aeris restat, digito fortius constringatur, aer subiectus uesicae aquam comprimit, haec, in bullulam uitream S ingressa, hanc reddit ponderosiorem, efficitque, ut illa fundum petat. v. *Schott* m. nat. P. III. p. 384. *Sturm* Coll. curios. P. 2. p. 64. sq. solent etiam icunculae siue pupae uitreae, intus cauae (*uitrunculos Helmontianos* uocant nonnulli) fieri, quae idem spectaculum exhibent.

CONSECTARIVM VII.

XXVI. Quando efficiendum est, ut leuius in hoc mergatur, oportet uim adhibere, quae extrudat ex loco fluidum, quod solido leuiori non cedit. tanta autem uis est necessaria, quantus est excessus ponderis fluidi, paris cum solido innatante uoluminis, supra ipsius solidi pondus. siquidem, tanti ponderis accessione facta, solidum intra fluidum demittitur. (§. 13. 14.) Cessante uis externae pressione, solidum a fluido eleuatur, quia fortior est conatus descendendi, quo gaudet fluidum grauius, quam est

nisus

nisus grauitatis solidi; ideoque hoc isti cedit, et attollitur.

PROBLEMA I.

XXVII. *Fluidum ponderare.*

Resolutio. 1. Paretur cubus plumbeus uel aeneus, cuius latus pollicem capit, illiusque pondus lance, a qua crine equino suspenditur, libretur.

2. Mergatur talis cubus digitalis in fluidum, et notetur decrementum ponderis quod patitur, quod aequipollet ponderi fluidi, quod uolumine cubo digitali aequale est. (§. 19)

3. Quod si iam moles totius fluidi, digitalis cubi mensura, definiatur, et haec per unius cubi pondus multiplicetur, pondus totius fluidi innotescet.

PROBLEMA II.

XXVIII. *Proportionem grauitatis specificae plurium fluidorum inuenire.*

Resolutio. Cubus digitalis metallicus demittatur in singula fluida proposita, et ubique accurate ponderis decrementa notentur, haec, quia monstrant pondera fluidorum mole metallico cubo aequalium, (§. 19) simul proportionem grauitatis specificae fluidorum datorum produnt.

DEFINITIO VIII.

XXIX. *Libella hydrostatica*, uel *hygrostathmica*, est instrumentum, cuius auxilio discrimen grauitatis specificae fluidorum facilius innotescit. PRO-

PROBLEMA III.

XXX. *Libellam hydrostaticam componere.*

Resolutio. 1. Paretur sphaera uitrea (F.3. A, cuius diameter digito aequalis est, eademque instruatur collo cauo uitreo BC, longo tres quatuorue digitos, cuius diameter unam lineam capit.

2. Fistula colli BC diuidatur in aliquot partes aequales, quos *gradus* liceat nominare.

3. Iniiciantur in sphaeram A aliquot exigui globi plumbei, uel stannei (uel infundatur pauxillum argenti uiui): donec immissa sphaera in aquam dulcem fontis uel fluminis, usque ad tertiam circiter colli partem BE mergatur, et erecta in aqua natet, eoque facto extremum orificium C hermetice, liquato ad candelam uitro, claudatur.

Demonstratio. Esse autem hoc instrumentum, ad diuersam specificam grauitatem liquorum explorandam, idoneum, sic ostenditur. nempe demissa libella in fluidum aqua dulci leuius, profundius mergitur, quia pondere suo maiorem leuioris fluidi portionem ex loco expellit, sed in fluido grauiore minus descendit, (§. 24) quare gradus collo adscripti notati, dum libella in uariis fluidis natat, indicabunt, quodnam ex illis leuius uel grauius sit. Leuius nempe est illud, in quo altius descendit, grauius, in quo non tantum demergitur.

SCHOLION.

XXXI. *Quomodo colli diuisiones experimentis definiri, et in tabulam referri queant, ut proportio specifici ponderis fluidorum uariorum accuratius inuestigetur, docet* HERMANNVS *phoron.* p. 156. *add.* STVRM. *Coll. Cur.* P. 2. p. 60. *uocatur haec libella die Wein-oder Bier-Probe, quia densitati uariae uini uel cereuisiae indagandae seruit. simili libella, maiore forma e cupro facta, nonnulli salis copiam, quam salinae continent, definire annisi sunt,* DECHALES *M. M. T. II.* p. 160. SCHOTT. *Curs. M.* p 454. *Verum fallax est illud experimentum, et rectius examen salinarum euaporatione lenti ignis ope instituitur. conf.* LEVPOLD. *theatr. machinar. hydrotechnicarum c.* 3.

PROBLEMA IV.

XXXII. *Inueuire proportionem grauitatis specificae fluidi et solidi, uolumine aequalium.*

Resolutio. 1. Datum solidum fluido specie grauius suspendatur intra fluidum, et notetur decrementum ponderis, quod patitur, quod est pondus fluidi uolumine solido aequalis, (§. 20) quare, si solidi pondus extra fluidum lance reperiatur, proportio grauitatis specificae duorum illorum corporum, solidi nempe et fluidi, statim innotescit. e. g. globus aliquis plumbeus extra aquam capit pondus 1150 granor. (qualia 480 continet uncia) intra aquam pereunt 110 grana, ratio ergo ponderum specif. plumbi et aquae est 115 : 11.

2. Quod si solidum fluido fuerit specie leuius, quod huic innatat, mensuretur uolumen tam fluidi e loco a solido pulsi, quam solidi

lidi corporis innatantis. et quia portio fluidi, quae solido incumbenti cessit, aequipollet ponderi totius solidi, (§. 15) et iam ante constat, de ratione uoluminum fluidi e loco extrusi et solidi innatantis, inde pondus fluidi, quod solido uolumine par est, et una proportio grauitatis specificae cognoscitur. e. g. cubus quidam ligneus, pendens libras duas, dimidia sui parte in aquam mergitur, dimidia pars ultra aquae superficiem eminet, quapropter aqua uoluminis eiusdem, habet pondus cubi lignei duplum nempe 4 libras, et ratio grauitatis specificae ligni illius et aquae est 1 : 2.

PROBLEMA V.

XXXIII. *Inuenire rationem uoluminum corporum solidorum eiusdem ponderis, sed specifice grauiorum fluido, in quod merguntur.*

Resolutio. Solida aliquot, de quorum proportione uoluminum quaestio est, suspendantur in fluidum specifice leuius, et notentur decrementa ponderis, quae singula solida patiuntur, quae quidem indicant pondera fluidi eiusdem uoluminis cum solidis, ab his e loco extrusi; (§. 20) cum ergo uoluminum fluidi eiusdem ratio eadem sit quae ponderum, (§. 8. mechan.) patet, quod decrementa ponderis solidorum inuenta, manifestent proportionem uoluminum solidorum quaesitam.

SCHOLION.

XXXIV. *Grauitates specificae plurium corporum*

 lea-

laudatis, modo artificiis & curiosis repertae huiusmodi sunt. aurum 100, *mercurius* $71\frac{1}{2}$, *plumbum* $60\frac{1}{2}$, *argentum* $54\frac{1}{3}$, *aes* $47\frac{1}{3}$, *ferrum* 42, *stannum purum* $38\frac{1}{2}$, *magnes* 26, *marmor* 21, *lapis* 14, *crystallus* $12\frac{1}{2}$, *aqua* $5\frac{1}{3}$, *uinum* $5\frac{1}{4}$ *cera* 5, *oleum* $4\frac{1}{4}$. *v. Mersenni phaen. hydraul. p.* 192. *plures et accuratiores proportiones affert* CELEBERR. MUSSCHENBROEK *elem. phys.* §. 498.

PROBLEMA VI.

XXXV. *Fluidum specie grauius in fluido specifice leuiore ponderare.*

1. *Resolutio.* Sumamus exempli loco argentum uiuum, cuius pondus specificum in aerometria cognitu est necessarium.

1. Ponderetur uitrum aliquod uacuum subere clausum extra aquam, (fuit pondus dum experimentum cepi 97 gran.)

2. Deinde idem impleatur aqua, et eius pondus extra aquam (257 gran.) et intra aquam (37 gr.) inuestigetur. Differentia a pondere priore ($97-37=60$) denotat pondus aquae, quod idem uolumen cum uitro habet. (60 gr) (§. 20.)

3. Idem uitrum impleatur mercurio, et notetur pondus illius extra aquam, (2310) et intra aquam, (2160) differentia (150) manifestat pondus aquae, quod par uolumen mercurio et uitro habet. detracta igitur portione aquae, quam ante uitro respondentem reperimus, (60) supererit pondus aquae (90) aequalis cum argento uiuo uoluminis.

4. Quod

4. Quod si pondus mercurii uitro inclusi (2213) diuiditur per pondus aquae eodem uitro contentae, (257 − 97 = 160) quotus $13\frac{13}{16}$ indicat, quod specificae grauitates mercurii et aquae habeant rationem 14 : 1, siue quod mercurius quatuordecies aqua sit ponderosior conf. BOYLE medicina hydrostat. p. 15. ed. Genev.

SCHOLION.

XXXVI. *Solet etiam in hydrostatica explicari artificium, inueniendi portiones duorum metallorum, ex quibus corpus aliquod mixtum compositum est, quod iam olim calluit Archimedes. VITRVV. IX. 3. uerum illius rationes commodius calculi analytici adminiculo illustrari possunt. v. inf. c. 4. anal. §. 52.*

THEOREMA II.

XXXVII. *In canalibus uel fistulis continuis, siue communicantibus, siue eiusdem siue diuersae capacitatis, fluida homogenea; quae habent eandem altitudinem perpendicularem, sunt in aequilibrio.*

Demonstratio. Cas. 1. *Quando uero* (F. 4. *que aequalis est capacitas fistularum AB, CD,* per se clarum est, altitudines perpendiculares fluidorum AB et CD aequales esse debere, quia utrimque eadem est moles, et idem utriusque pondus. (§. 9. mech.)

Cas. 2. *Quando autem fistularum capa* (F. 5. *citas diuersa est;* nihilominus altitudines EF et H i erunt aequales. nam cum duo haec mobilia connexa sic aduersus se inuicem nitantur, ut, si in ampliore fistula, fluidum descenderet

ad G, (v. g. 1. digit.) fluidum in fistula angustiore HI, semper altius debeat attolli, in HK, pro ratione amplitudinis fistularum, (e. g. ad 3 dig. altitudinem, si fistula EF sit triplo amplior altera Hi) ita ut spatia descensus uel ascensus, EG, HK, habeant rationem reciprocam ponderum simul mobilium, sequitur, quod neutrum alterum superare, sed quod aequilibrium seruare debeant. (§. 32. 33. mech.) id quod experimentis amplius illustrari potest.

F. 6.) Casus. 3. *Denique quando fistulae non solum diuersam amplitudinem habent, sed etiam oblique ad horizontem inclinatae sunt*, tamen altitudines perpendiculares fluidorum communicantium sunt aequales. siquidem ex geometria constat, (§. 241. sq. geom.) prismata et cylindros eiusdem baseos et altitudinis aequales esse, nempe cylindrus PN = NO, qua ratione casus hic ad praecedentem reuocatur.

CONSECTARIVM I.

XXXVIII. Inde sponte manat regula hydraulica, in siphonibus continuis uinci non copia aut pondere aquarum, sed perpendiculis.

CONSECTARIVM II.

F. 7.) XXXIX. Quod si autem in eiusmodi fistulis continuis stagnarent duo fluida diuersi ponderis, tum praeualeret utique nisus fortior grauioris, et tanto altius deberet assurgere leuius, quanto premens alterum est ponderosius. siue *altitudines rectae talium columnarum*

R S,

RS, TV, habent reciprocam rationem grauitatis specificae liquorum, in siphonibus communicantibus stagnantium. Veluti in RS sit mercurius, in TV aqua, erit analogia RS : TV = 1 : 14, quae est ratio ponderis specifici aquae in TV haerentis, et mercurii, qui stagnat in fistula RS. (§. 35.)

AEROMETRIA.

DEFINITIO I.

I. *Aerometria* est scientia metiendi aerem.

SCHOLION.

II. *Tota haec mixtae matheseos disciplina noua est. Etsi enim ueteres non ignorarint, quod aer ponderosus et elasticus sit, et quod alias uicissitudines, caloris, frigoris, humiditatis et siccitatis, item motus et impetus, quae sub aestimationem cadunt, subire soleat, (ARISTOTEL. probl. sect. 25.) tamen instrumentis, mensurando corpori tam tenui idoneis, destituebantur, quam etiam ob causam nec NICOLAVS CVSANVS Cardinalis, tentatam aeris mensionem absoluere (v. ei. dial. d. staticis experimentis.) nec SIMON STEVINVS promissam aerostaticam componere potuit. (v. ei. hypomn. math. T. III. p. 158. et 205) Prima occasio, nobile hoc scientiae naturalis caput melius tractandi, superiore seculo casu nata est, ab experimento aquilegis Florentini, qui ultra 18 cubitos aquam suctu attolli non posse deprehenderat. (§. 2. hydrost.) illud enim cum TORRICELLIVS a. 1643 argento uiuo fuisset imitatus, ansam praebuit disputandi, utrum*

spatium uacuum produci possit, et quinam inde effectus pendeant. Hos dum diligentius rimatur OTTO GVERIKE Consul Magdeburgensis, circa annum 1650 antliae pneumaticae organon reperit, eodemque a. 1654 uaria experimenta Ratisbonae, Caesare et Principibus nonnullis applaudentibus, instituit. (v. ei. experim. Magdeb. it. SCHOTTI mech. hydraul p. 441 et eiusd. techn. curios. L. I. c. 14) quae postea antlia sua aliter instructa auxit amplificauitque eximius naturalis scientiae promotor BOYLEVS (v. ei experim. nou-physs. mech.) Praeterea auspiciis Leopoldi Ducis Hetruriae, Academici Florentini uarias obseruationes, ad aeris mensionem utiles, laudabili solertia instituerunt, tum etiam instrumenta in hunc finem aliqua fabricare docuerunt. Horum tentaminum collectio primum a. 1667 italice prodiit, nuper autem a. 1731 in latinum sermonem conuersa, luculentoque commentario ab excellentis doctrinae uiro PETRO VAN MVSSCHENBROEK illustrata est. Totum tandem hoc de aere rite dimetiendo argumentum primus in scientiae formam reuocauit WOLFIVS, editis a. 1709 aerometriae elementis. cuius laudatissimi antecessoris uestigia premens, ego quoque aerometriae principia mathematicis institutionibus inserenda duxi.

DEFINITIO II.

III. *Aer* est corpus fluidum, tenue, ualde pellucidum, quod undique globum terrae ambit, et, utut oculis non cernatur, tactu tamen euidenter percipitur.

DEFINITIO III.

IV. *Elater* est uis, qua corpus, quod pressum cedit, cessante pressione iterum sese expendit, et pristinum statum recuperare nititur. *Aristot.* meteorol. IV. 9.

EX.

EXPERIMENTA, QVAE AD ELATEREM AERIS COMPROBANDVM FACIVNT.

V. I. *Vesica infletur nonnihil aere et ligetur, ne aer iterum exeat. hanc si quis premat digito, aer cedit, sed sublato digito aer sese restituit in priorem statum, et uesicae rotunditatem reddit.*

2. *In sclopeto pneumatico, si aer aliquoties embolo, intra angustum receptaculum comprimatur, et, quando amplius comprimi nequit, exitus illi in fistulam sclopeti, in quam globus plumbeus ad fundum detrusus est, permittatur, aer arctissime constipatus, e receptaculo suo prosiliens, tanto impetu tantaque celeritate globum obuium pellit, ut intra distantiam 20 uel 30 pedum, asserem mediocris spissitudinis possit perforare. Neque uni saltem ictui sufficit, sed plures producit, etsi paulatim remissiores et debiliores.*

3. *In antlia quoque pneumatica, adductu embolo, factoque in cylindro antliae spatio, aere uacuo, et aperto dein epistomio fistulae, quae, tum in campanam, disco antliae impositam, aere plenam, tum in ipsum antliae cylindrum, continuatur, per hanc sese aer explicat, et diductior fit, quo, clauso prius epistomio in campanam*

patente, et aperto alio foris biante, per embolum extruso; si deinceps aliquoties haec praxis iteretur, semper aer sub campana residuus magis magisque diducitur, in quo memorabiles nonnulli effectus possunt monstrari.

4. *Vel si sub campana antliae uesica nonnihil inflata adbuc tamen flaccida et ligata ponatur, educto aere crasso, uesica magis magisque, prouti aer circumpositus sensim plus attenuatur, intumescit.*

F. I.) 5. *Porro paretur cylindrus cupreus AB, per cuius medium ad fundum fere extenditur angusta fistula CD, infundatur in hunc cylindrum aqua EB, tertiam circiter partem illius occupans, et inuersum uasculum, siphoni antliae pneumaticae, cui cochlea extremo addita accommodata est, imponatur, et embolo semel et iterum aer intrudatur; hoc facto cylindrus, epistomio E prius clauso, ab antlia remoueatur, et inuertatur, ut aqua in fundum ED relabatur. tum, aperto epistomio E, iucundum aquae alte profilientis spectaculum poterit exhiberi, dum aer inclusus ualdeque compressus, pristinum recuperare expansionis gradum nititur, et propterea aquam in altum celeriter attollit.*

CON-

CONSECTARIVM I.

VI. His aliisque experimentis pluribus uis aeris elastica tam perspicue demonstratur, ut ob tot rerum testimonia, uerbis amplius opus non sit. Illud autem sigillatim hinc colligamus licet, quod uis elateris aerei amplificetur, postquam uiolenter fuit compressus, et quod eadem minuatur, quando minus urget uis externa premens.

CONSECTARIVM II.

VII. Aerem quoque antliae, campana comprehensum, antequam aliunde comprimitur, iam ualde condensatum esse oportet, siquidem data ipsi facultate liberius sese expandendi, statim diducitur et rarescit, ut in aere rarefacto effectus singulares sese prodant, qui in eodem ante rarefactionem locum non habebant. Dixi aerem antliae adminiculo attenuari et rarescere, siquidem non omnis ita euocatur, sed restitat semper portio aeris, quae amplius in maius spatium sese expandere nequit.

EXPERIMENTA, QVAE AD PONDVS AERIS PERTINENT.

VIII. 1. *E globo uitreo aere pleno, antlia aer euocetur, et postquam id factum est, globus probe clausus diligenter libretur. postea aperiatur globi epistomium, et aer admittatur, ita statim globus redditur ponderosior.*

2. *Vel in globum cupreum syringe antliaue aer aliquoties intrudatur, et, clauso eius*

eius epistomio, in illius pondus libra inquiratur, eoque inuento, aperiatur epistomium, ut aer compressus iterum sese dilatare possit, experientia comprobabit, globum aere compresso repletum grauiorem, sed, dimisso aere superfluo, leuiorem fieri. simile experimentum ope follis inflati instituit Cusanus. add. SCHOTT mag. stat. p. 323. mag. nat. P. 3.

CONSECTARIVM I.

IX. Liquet igitur, aerem pondus habere, et instar aliorum corporum uersus centrum grauium dirigi. (§. 5. mech.)

CONSECTARIVM II.

X. Pondus quoque aeris superioris, inferiori incumbens, hunc reddit magis compressum et condensatum. (§. 7) et quo longius abest aeris regio a terra, eo minorem illa molem aeris superioris sustinet, eoque sic rarior efficitur. v. LANIS magister. nat. et artis T. 2. p. 209.

THEOREMA I.

XI. *Elater aeris ab alio incumbente pressi aequipollet toti ponderi aeris imminentis.*

Demonstratio. Dum enim aer superior pondere suo nititur in inferiorem, hic quidem pressioni quodammodo cedit, sed renititur quoque ui sua elastica, (§. 6.) et hac pondus incum-

incumbens sustinet, ideoque elater aeris ab incumbente pressi, aequipollet ponderi aeris prementis.

CONSECTARIVM I.

XII. Mutato pondere aeris imminentis et prementis, etiam elater aeris pressi uariatur) crescente nempe uel decrescente pondere illius, huiusque quoque uis elastica augetur uel minuitur. siue elateres aeris habent rationem ponderum eundem comprimentium.

CONSECTARIVM II.

XIII. Elater autem aeris aeque compressi, ubique idem est, et contentus uasculo aer, qui cum externo per poros uel foramina uasculi communionem habet, eodem gaudet elatere, quo contiguus externus.

CONSECTARIVM III.

XIV. Sed impedito aeris externi commercio, quod fit recipiente, quem uocant, siphoni antliae pneumaticae imposito, et embolo adducto, productoque spatio, unde aer recipiente conclusus non premitur, hic elatere suo explicat sese, et in cylindrum antliae ingreditur, quemadmodum paulo ante §. 5. dixi.

PROBLEMA I.

XV. *Inuenire pondus massae aeris, quae pedi cubico aequalis est.*

Resolutio. 1. Globus uitreus aere ple (F.2.) nus A, instructus collo B, prius in aere libratus, applicetur antliae pneumaticae, et aer euocetur,

cetur, clausoque epistomio C, iterum idem globus libretur, et notetur decrementum ponderis, quod crassiori aeri, qui antea globum occupauerat, respondet. (§. 20. hydrost.)

2. Deinde inquiratur in globi soliditatem, (§. 267. geom.) quae dimensione infusae in globum aquae facilius cognoscitur, et innotescit uolumen aeris crassi, cui repertum pondus conuenit, ex quo etiam pondus pedis cubici regulae proportionum beneficio deprehenditur. v. OTTO DE GVERIKE experim. de uacuo. f. 101.

CONSECTARIVM.

XVI. Si pondus aquae, quam eadem sphaera uitrea capit, cum pondere aeris comparetur, utriusque corporis specificae grauitatis ratio prodit. *e. g. VOLDERVS in qu. acad. de grauitate aeris. p. 50. tales inuenit numeros. pondus uasis aere pleni fuit 7 lb. 1 unc. 2 drach. 48 gr. euocato crasso aere, restabat pondus 7 lb. 1 unc. 1 dr. 31. gr. differentia 77 gr. indicat pondus aeris, neglecto nempe pondere perexiguo aurae expansae, quae in sphaera restitat. infusa in globum aqua, habebat idem pondus 9 lb. 11. unc. 5. dr. 43. gr. siue 74743 gr. quare ratio ponderis aquae et aeris erat 74743 : 77 = 971 : 1. Idem Volder antea repererat pondus pedis cubici aquae 64 librar. quare pro pede cubico aeris inferendum erat 971 : 1 = 64 siue 1024 unc. (putando 16 unc. unius librae) uel 491520 gr. quo numero per 971 diuiso prodeunt 506 grana s. 1 unc. 26 gr. pro*

pede

pede cubico rhenano aeris. Plures proportiones grauitatis specif. aquae et aeris collegit, aliumque problema soluendi modum indicauit MVS-SCHENBROEK comment. ad tentam. Florent. p. 126. secundum illius experimenta media proportio est 722 : 1. celeberr. JO. BERNOVLLIVS reperit proportionem 800 : 1. v. HERMANNI phoron. p. 171.

SCHOLION.

XVII. *ANTON. DEVSING in disqu. de uacuo s. 2. c. 4. dubitat, utrum aeris pondus in aere possit inuestigari, quia idem a circumiecto aere sustinetur, (§. 16. hydrost.) enim uero, cum aer globo contentus, et a reliquo separatus, augeat pondus globi, utique maius pondus aequilibre requiritur, quando plenus aere est, quam postquam aer crassior fuit eductus, quod etiam experientia confirmat.* conf. *Hermanni* l. c. p. 170.

EXPERIMENTA ALIA, QVIBVS INSIGNES ALIQVI EFFECTVS PONDERIS AEREI DEMONSTRANTVR.

XVIII. 1. *In fistulam AB, e fer-* (F. 3. *reis laminis stanno obductis factam, longam 35 pedes rhenolandicos, infra epistomio AB clausam, per apertum ostium B aqua affundatur, postea orificium B claudatur, ut aer in fistulam penetrare nequeat, denique conuerso epistomio A, alterum extremum os A aperiatur, haerebit aqua fistulae in libero aere ad altitudinem AC 33 circiter pedum (nam, uti deinceps §. 22. dicetur, aeris pondus non semper idem est,) suspensa.*

2. Vel

2. *Vel assumatur tubus uitreus AB, tres circiter pedes longus, altero extremo B clausus, isque argento uiuo impleatur. postquam repletus est inuertatur, et parum quidem mercurii per os apertum A profundetur, relinquetur tamen in fistula columna mercurii 28 uel 29 circiter digitos alta, itidem in libero aere suspensa. quod quidem experimentum Torricellium a. 1643 Florentiae reperisse constat.* v. Tentam. Florent. *p.* 23.

3. *Talis fistula uitrea mercurio plena, subiecta ostio aperto A patella, sub recipiente debitae longitudinis firmetur, et orbi antliae pneumaticae imponatur, aerque crassus educatur; quamprimum aer recipiente compehensus adducto embolo dilatatur, statim subsidet mercurius, continuataque dilatatione aeris, fere omnis e fistula in patellam profundetur. Admisso autem rursus in recipientem campanam aere, columna mercurii priorem rursus altitudinem assequetur.*

CONSECTARIVM I.

XIX. Cum itaque nulla alia caussa externa reperiri possit, quae ponderosas aquae uel mercurii columnas in fistulis, et quidem ad certam altitudinem, retineat, et ex ultimo experimento clare intelligatur, quod aere subducto, columnarum illarum longitudines minuantur,

ad-

admissa uero restituantur, nemo ni fallor erit, qui dubitare cum ratione possit; aerem crassum, ostio fistularum aperto incumbentem, pondere suo graues illas aquas uel mercurii moles sustentare.

CONSECTARIVM II.

XX. Itaque columna aërea, aequalem cum aquea uel mercuriali diametrum habens, his debet aequiponderare. (§. 9. mech.)

SCHOLION.

XXI. *Praeterea experimenta alia, ueluti, quae hemisphaeriis magdeburgicis, uel marmoribus politis capiuntur. nec non illud, quod lagena uitrea lato praedita fundo, antliae pneumaticae siphoni ostio suo applicata, postquam aer euocatus est, cito frangitur. quae, et plura similia, uim aeris prementis longe maximam clarissime probat.*

EXPERIMENTVM.

XXII. *Laudatus antea Torricellius, cum aliquamdiu, post repletam mercurio fistulam uitream, columnae mercurialis altitudinem subinde obseruaret, animaduertit, eam mutabilem esse, et maiorem uel minorem reddi, prouti status aeris et tempestatis uariatur, ipsam uero uariationem altitudinis columnae mercurii intra duos fere digitos contineri.* tentam. Flor. *p. 24. atque hinc Barometri instrumentum originem accepit.*

DEFINITIO IV.

XXIII. *Barometrum* uel *Baroscopium* est

fistula uitrea, plus quam XXX pollices longa, et scala instructa; in qua mercurialis columna, in libero suspensa aere, haeret. quale instrumentum, quia augmento uel decremento ponderis aerei inseruit, barometrum uocatur.

PROBLEMA II.

XXIV. *Barometrum componere.*

Resolutio. 1. Eligatur fistula cylindrica AB, e uitro puro et albo parata, longa 33 pollices pedis rhenolandici, cuius diameter sesquilineae uel duabus lineis pollicis par est.

2. Fistulae huius extremum os alterum B hermetice, ut aiunt, claudatur, hoc est, fuso ad candelam uitro obstruatur.

3. Tum alteri extremo aperto lignea capsula A, unum lata, duos alta pollices cera signatoria affigatur, debet tamen fistula AB non prorsus fundum uasculi lignei attingere, sed inde sequilineam abesse.

4. Dematur deinde capsulae fundus uel operculum, et in fistulam uitream filum ferreum ad extremum usque B protrudatur. applicatoque ad ostium apertum A infundibulo uitreo, uel chartaceo, mercurius bene purgatus infundatur, donec ad summum usque etiam capsula lignea repleatur.

5. Quo facto, filum ferreum extrahatur, operculum capsulae imponatur, et fistula sensim eleuetur, situque perpendiculari super assere aliquo firmetur.

6. Denique aperiatur foramen E, quod ante

te oppilatum erat, et mercurius, qui abundat, profunderur, ipsa uero columna mercurii in fistula nonnihil descendet, et circa altitudinem 28 uel 29 pollicum rhenanorum haerebit.

7. Quapropter linea superficiei mercurii infra in capsula stagnantis per foramen E notetur, et ab eadem in assere juxta fistulam digiti circino assumti numerentur, e tribus uero digitis supra 28, nempe 29. 30. 31. in suas lineas diuisis, scala formetur, debitoque fistulae loco agglutinetur. Sic compositum habebitur baroscopium.

Demonstratio. Quod hoc instrumentum inseruiat manifestando uario aereae columnae ponderi, ex ante §. 19. 20. traditis luculenter constat. haeret enim in hac fistula argentum uiuum, et quia per rimas capsulae A aer externus potest penetrare, si in hoc aliquae mutationes ponderis euenerint, illas aequilibris mercurii columna prodet. nempe maior uel minor erit columna mercurii, prouti aer redditur ponderosior, uel leuior. id quod etiam experientia confirmat.

CONSECTARIVM I.

XXV. Dum fabricatur barometrum, praecipue opera danda est, ut supra argentum uiuum in fistula aer non relinquatur, ne forte idem uaria expansione, quae pro diuerso caloris gradu mutari solet, mercurii ascensum descensumue turbet. eliminatur autem aer, tum filo ferreo, qui facultatem sursum egrediendi

praebet, tum etiam admotis carbonibus, a quibus aer mercurio permistus calescit et expanditur. addunt quidam in summo sphaerulam, ut ibi aer residuus, si quis est, latius possit distendi. v. LANIS magister. natur. T. II. p.284.

CONSECTARIVM II.

XXVI. Praeterea cura est adhibenda, ut fistula sit munda, et ut mercurius a sordibus et scoriis rite liberetur. et hoc quidem chimico igne rectissime praestatur. alterutrum si deficiat, mercurii ascensus descensusque impeditur.

SCHOLION. I.

XXVII. *Habet fabrica barometri, quam descripsi, laudem suam. simplex enim est, et facile accurateque potest tractari. Interea artifices eandem uariis modis perfectiorem reddere conati sunt. Scilicet, ne du-*
F.5.) *bium superfit circa terminum, a quo pollices altitudinis columnae mercurii numerantur, infra curuatur ad rectos angulos fistula, ut linea FG inferius columnae extremum monstret. uerum tum scalam digitorum H mobilem applicare consultum est.*

SCHOLION II.

XXVIII. *Sed quia uariatio altitudinis mercurii intra duos digitos propemodum continetur, alii in id elaborandum duxerunt, ut scala haec redderetur paulo longior, ut minores mercurii mutationes in eadem in oculos incurrerent. quapropter HVGENIVS excogi-*
F.6.) *tauit barometrum duplex, ubi reciprocatio mercurii in cylindro ampliore A, cuius diameter digito par est, contingit. alteri enim columnae argenti uiui extremo inferiori C similem cylindrum accommodat. fistulae uero AB et CD sunt graciles, et in CD stagnat supra mercurium liquor leuior, ueluti spiritus uini, uel oleum tartari, quo fit, ut liquor in angusta fistula CD multo plus, e.g. duodecuplo, altius, ascendat uel descen-*

das, quam in maioribus tubis A et C. Interim quia liquor a calore expanditur, et a frigore contrahitur, ideo tale barometrum fallax est et ambiguum. Melius hunc scopum attigit egregius uir, et supra meam laudem positus, IO. BERNOVLLI (F. 7. *VS, adhibita, praeter cylindrum ampliorem in summo E, angusta fistula F G horizontali, in qua admodum sensibiles redduntur uariationes mercurii. conf.* HERMANNI *phoronom. §. 323. Alii superiore parte fistulam inclinant, ut in locum altitudinis uel scalae H M, obliqua sed longior K L substituatur. add. Auctor anon. gallus Tr. d. Barom.*

SCHOLION III.

XXIX. *Disputatum etiam fuit de mercurio in barometris lucente, de qua peculiaris et amplior olim a me exercitatio in lucem publicam edita est. Verum hodie constat, quod spatium, in quo mercurius lucem fundit, aerem adhuc sed rarefactum uel attenuatum contineat, ideoque barometra lucida mensioni aerostaticae minus sunt accommodata, lege sis, quae dixi in dissert. de obseruatorio meteorologico p. 9. sed satis pro instituti ratione de baroscopio conficiendo dictum est, restat, ut usus eiusdem, tum in tempestatum mutationibus praenunciandis, tum in mole uel pondere, item altitudine, aeris atmosphaerici reperiundis, exponatur.*

EXPERIMENTA, QVAE AD VSVM BAROMETRORVM, IN PRAECOGNOSCENDIS TEMPESTATIS MVTATIONIBVS, PERTINENT.

XXX. 1. *Mercurii ascensus serenitatem, descensus nubilosam, pluuiam, niuosam uel uentosam tempestatem praenuntiat. et prouti plus ascendit uel descendit mercurius,*

curius, ita etiam mutationes aëris sequi solent maiores uel minores.

2. *Si tempore pluuio amplius descendit mercurius, pluuia diuturnior et largior praemonstratur.*

3. *Quando intra breue tempus profunde admodum, v. g. ad 8. 10. 12 lineas et amplius, mercurius demittitur, uentorum uiolentia increbescere et magna damna passim dare solet. cuiusmodi tristi spectaculum d. 28. Febr. 1734. post mer. inter hor. 1—2, cum columna mercurii 28 dig. 7 lin. ped. Lond. altitudinem haberet, hic et alibi fuimus experti.*

4. *Nonnunquam notabilem aliquot linearum descensum nec pluuia nec uentus sequitur, quia alibi uel pluuia deiecta, uel uenti impetus fractus est.*

5. *Borea licet ualide spirante, tamen mercurialis columna attolli solet.*

6. *Hieme et aestate quandoque die integro et amplius mutationes barometri praecedunt mutationem tempestatis. Verum uerno tempore, et uergente auctumno praesagia illa citius excipit euentus. Reliqua experimenta rectius usu colliguntur.*

PROBLEMA III.

XXXI. *Pondus columnae aeris atmosphaerici cuiuscunque diametri inuenire.*

Re-

Resolutio. Dixi supra §. 20. columnam aqueam, quae intra fistulam in libero aere suspensa haeret, in aequilibrio esse cum columna aerea eiusdem diametri, quae aqueam illam sustinet. Itaque pro inueniendo pondere columnae aereae datae diametri, columnae aquae tum pondus, tum baseos segmentum indagari debent, utrumque enim etiam de aerea columna aequilibri ualet.

Nimirum 1. basis columnae aquae data, multiplicetur per illius altitudinem, ita cognoscitur soliditas columnae aqueae, pedibus et digitis cubicis definita. (§. 245. geom.)

2. Deinde inferatur; ut se habet soliditas pedis cubici, digitis cubicis expressa, ad soliditatem columnae datam, ita pondus unius pedis cubici, (§. 15.) ad pondus totius columnae aquae. et hac cognita, innotescit simul columna aeris aequiponderans eiusdem baseos. *e. g. sit altitudo columnae uel prismatis aquae 31 pedum, basis unius pedis, siue 144 pollicum quadratorum. soliditas uero pedis cubici capit 1728 digitos cubicos. quapropter multiplicata basi 144 dig. in altitudinem 31 ped. prodit soliditas prismatis aquae, 53568. et cum constet, unum pedem cubicum pondus 64 librarum habere, inferatur;*

$$1728 : 53568 = 64 : 1985$$

nempe columna prismatica aquea mediae altitudinis, 31 pedum continet 1985 libras, quae aequiponderat columnae aeris eiusdem baseos, quae aqueam sustinet.

CONSECTARIVM I.

XXXII. Alibi in geographia §. 14. demonstratum est, superficiem terrae capere 9288000 milliaria germanica quadrata, quarum latera singula continent 4000 passus, ergo milliare quadratum 16,000000 passus quadratos comprehendit, et superficies terrae tota habet 148'', 608,000',000,000 passus quadratos, sed singuli passus quadrati 25 pedes quadratos habent, ideoque facta ultimi numeri multiplicatione per 25, proueniunt pro tota terrae superficie 3,715'', 200,000',000,000, pedes quadrati, quo numero multiplicato per pondus aeris, quod uni pedi quadrato incumbit, nempe 1985 librarum, prodit 7''',374,672'',000,000',000,000, numerus librarum, siue pondus totius aeris atmosphaerici, libris determinatum, resectisque duabus cifris, restat pondus eiusdem aeris atmosphaerici, toti terrae insidentis, centenariis expressum: 73,746'',720,000',000,000.

CONSECTARIVM II.

XXXIII. Si aer in quauis a terra distantia eiusdem densitatis esset, posset columnae aëreae altitudo, ex nota proportione ponderis specifici aeris et aquae inuestigari. Nempe supra indicatum est §. 15, Volderum reperisse proportionem grauitatis specificae aquae et aeris, 970 : 1, porro in hydrostatica §. 39. demonstratum fuit, altitudines columnarum aequiponderantium, fluidorum diuersi ponderis specifici, habere reciprocam rationem specificae

eificae grauitatis liquorum, quapropter multiplicato numero 970 per 31 pedes, quae est columnae aquae, quae aereae aequipollet, altitudo, prouenit altitudo aeris 30070 pedum, siue 6000 circiter passuum, siue sesqui milliaris germanici, v. STVRM. Colleg. curios. P. I. p. 42.

CONSECTARIVM III.

XXXIV. Enim uero certum est et exploratum, aerem superiorem, utpote minore pondere compressum, magis esse dilatatum et rariorem, sed qua proportione densitas diminuatur, et quousque illius expansioni locus sit, nondum ita patet, ut nullum dubium relinquatur. De uariis, qui huc pertinent, eruditorum conatibus et sententiis, agunt HERMANN phoron. Lib. 2. c. 8. Dn. DE MAIRAN de aurora boreali Sect. 2. c. 1. 2. add. *Comment. Ac. R. Gall.* A. 1703. p. 280. A. 1716. p. 138. MOTTE Epit. T. A. P. III. p. 138.

CONSECTARIVM IV.

XXXV. Denique etiam illud ex dictis liquet, quod, si columna aeris aequiponderat columnae mercurii, haec cum illa debeat et crescere et decrescere. id quod experientia comprobat. nam argentum uiuum in barometro humilius est in montibus uel turribus, ubi minor illi opponitur columna aeris. v. *Comment. A. R.* l. c. LANIS p. 215.

SCHOLION.

XXXVI. *Ceterum pro inueniendo aeris pondere, libens*

libens usus fui pondere columnae aqueae, quia gracilis mercurii columna, cuius basistam accurate non potest definiri, huic negotio minus apta est.

EXPERIMENTVM.

XXXVII. *In tubulum uitreum, cui sphaera adhaeret, affundatur spiritus uini rectificatus, quem uocant, uel argentum uiuum, ita ut utraque materia circa medium fistulae uitreae subsistat, et sphaera admoueatur uapori aquae ebullientis, hoc facto, spiritus uini uel mercurius in tubulo subito ascendet, et ad summum usque orificium perueniet, quin etiam profluet, si diutius calido uapori exponatur. Rursus uero a uapore calido sphaera remoueatur, et aeri frigido accessus ad eam permittatur, tum spiritus uini uel mercurius uersus sphaeram descendet, et minus spatium uterque liquor occupabit.*

CONSECTARIVM.

XXXVIII. Itaque calore spiritus uini et argentum uiuum cito expanduntur, a frigore uero condensantur, id quod aliis quoque corporibus quibuslibet, sed minore gradu, accidere, experimenta probant. v. *tentam. Florent.* P. 1. p. 1. P. 2. p. 3. sq.

DEFINITIO V.

XXXIX. *Thermometrum* uel *Thermoscopium* est instrumentum, cuius adminiculo incrementa caloris et frigoris aerei inueniuntur et aestimantur.

PRO-

PROBLEMA IV.

XL. *Thermometrum componere.*

Resolutio. 1. Eligatur fistula uitrea (F.9. circiter duos alta pedes AB, cui infra sphaera A adhaeret. sit diameter sphaerae sesqui digito, diameter fistulae interna uni pollicis lineae aequalis.

2. Infundatur in hanc fistulam spiritus uini rectificatus, colore aliquo (purpureum coccinella, flauum crocus producit. alii radicem anchusae pro rubro, curcumae pro flauo colore adhibent) tinctus, ut circa medium tubuli superficies stagnantis liquoris haereat. infusio autem iuuatur, si sphaera tubuli admoueatur carbonibus uiuis, ut uehementer incalescat, et aer contentus ualde expandatur, tum os fistulae apertum inseritur spiritui uini, qui in patella stagnat, et sic, dum refrigescit sphaerula cum annexo tubo, ab aere externo spiritus uini premitur, et in tubuli sphaeram sese insinuat.

3. Postquam nonnihil spiritus uini in fistula resedit, admoueatur sphaerula spiritu plena aquae ebullienti, et in illam quoque mergatur, expecteturque, donec spiritus expansus ad summum usque ostium apertum peruenerit, aeremque obuium, antea fistula contentum, expulerit. tum claudatur hermetice os tubuli apertum.

4. Transferatur fistula clausa in cellam subterraneam, ibique per integrum diem relinquatur, et notetur punctum, quod subterraneo fri-

frigore contractus spiritus in tubulo attingit. idque punctum habeatur pro principio, unde sursum gradus caloris, deorsum gradus frigoris numerantur, unius uero gradus magnitudo, diametro uel semidiametro fistulae definiatur. et scala huiusmodi gradibus distincta ad latus tubi agglutinetur: sic *thermometrum methodo Florentinae academiae* erit compositum. v. tentam. Flor. pr. et ibid. additamentum MVSSCHENBROEKII p. 8. sq.

CONSECTARIVM.

XLI. Elucet hinc, multa obstare, quo minus instrumentum, de quo dixi, mensuram caloris et frigoris uniformem suppeditare, et thermometri nomen iure ferre possit. nam et spiritus uini, quo repletur, non semper est eiusdem bonitatis et subtilitatis, nec aer omnis, magna licet adhibita diligentia, potest eliminari, sed nec principium, gradus tam caloris quam frigoris numerandi, recte et uniformiter statuitur, ut alia impedimenta, experimentis cognita, nunc omittam. neque adeo hoc organo caloris uel frigoris aucti uel minuti mensurationem, sed qualemcunque tantum aestimationem suscipere licet.

SCHOLION I.

F. 10.) XLII. *Olim etiam in usu erat thermometrum Drebbelii Batavi, (alii Roberto a Fluctibus inuentionem illius tribuunt) ubi summum locum tenet sphaera A, aere referta, infra in fistula stagnat liquor colore tinctus, qui descendit, quando calore aer sphaera A contentus expanditur, et ascendit, quando aer*

iterum

intra sphaeram A frigore contrahitur. sed quia per apertum ostium D liquor sensim exhalat, et intra breue tempus in auras abit, insuperque pressioni aëris externi est obnoxius, ideo merito hoc genus thermoscopii obsoleuit. Exhalatio tamen spiritus uini nonnihil potest cohiberi, si eidem in uasculo C D stagnanti aliquot olei guttae affundantur, et orificium D ualde reddatur angustum.

SCHOLION II.

XLIII. *Loco spiritus uini in Florentino recentiores nonnulli mercurium siue argentum uiuum, quippe mutationi non obnoxium, adhibent. Sed requiritur, ut pro thermometro mercuriali tubulus ualde angustus sit, ut expansio et contractio argenti uiui facilius animaduertatur. conferanda huc sunt monita celeberrimi Dn.* **DE LISLE** *inserta miscellaneor. Berolinens. Tom. IV. p. 343. sq.*

EXPERIMENTVM.

XLIV. ***Assumatur filum crassius cannabinum, uel chordae ex neruis animalium concortae portio, alteroque extremo in uas aqua repletum immergatur, alterum extremum manu prehensum teneatur: quamprimum filum aquam nonnihil imbiberit, aliquoties torquetur et reuoluitur, laxiusque et tumidius euadit, et una notabiliter abbreuiatur.***

CONSECTARIVM.

XLV. Funiculus igitur humore imbutus intumescit, et crassitie crescit, longitudine decrescit.

DEFINITIO VI.

XLVI. *Hygrometrum, Hygroscopium,* uel

uel *Notiometrum* uocatur instrumentum, cuius ope humiditatis et siccitatis aeris incrementa et decrementa quodammodo aestimantur.

PROBLEMA V.

XLVII. *Hygrometrum componere.*

Resolutio prima. Chorda fidium crassior F. 11.) ABF, tres pluresue pedes longa, altero extremo infixo parieti clauo B alligetur, ex altero extremo F pondus pendeat, quod chordam in rectam lineam extendit, ex indicem rectilineum EF gestat, chorda illa imponatur rotae uel orbiculo AD circa axem mobili, e regione indicis EF parieti affigatur lamella GH, in quo duo tresue digiti in lineas suas diuisi sunt. Quando aer redditur humidior, intumescit chorda, et pondus F cum indice eleuatur, rursus, cum aer siccescit, prolongatur chorda, et pondus cum indice demittitur. (§. 44) itaque sursum index gradus humoris, deorsum idem gradus siccitatis aeris designat.

Resolutio secunda. 1. Vt chorda eo facilius humorem imbibat, immergatur liquori, quem *alcalicum* uocant, qui ex cineribus clauellatis in cella humidiore aliquamdiu repositis exstillault, ibique per biduum relinquatur.

2. Exemta deinde chorda et clauo alligata, pondere appenso extendatur, et dum humida est, contorqueatur, et, brachio horizontali ponderi et parieti applicato, retorsio chordae impedia-

pediatur, eoque situ chorda ad fornacem exsiccetur, ut rigida et stabilis euadat.

3. Paretur tubulus ligneus AB, pedis uel palmi longitudine, utroque extremo apertus; superiori extremo, tanquam axi orbis DE, super quo circulus in gradus diuisus descriptus est, applicetur. tubus ipse aliquot a latere foraminibus, per quae liber aer perspirat, instruatur.

4. Intra tubum AB portio chordae exsiccatae similis longitudinis inseratur, infra cuneo firmata, supra in A globulus ligneus eidem chordae alligetur, qui retractionem chordae intra tubum impediat: praeterea globulo huic ligneo index leuis applicetur.

5. Quando humor aeris chordam ambientis hanc expandit, reuoluitur eadem, et index una sinistrorsum flectitur, atque ita gradus humoris signat, exsiccata uero chorda dextrorsum contorquetur, et indice eodem conuerso siccitatem aeris praenuntiat. (§. 44.)

SCHOLION I.

XLVIII. *Plures modos tradunt anonymus gallus de barom. thermom. et hygrom. p. 57. sq. VALLEMONT physique occulte c. 11. p. 223. sq. LEUTMANNUS instrum. meteorognostic. cap. 3. p. 113. conferantur selectae de barometris, thermometris et hygrometris obseruationes digestae a LOWTHORPIO epit. transact. philos. Vol. II. cap. 1.*

SCHOLION II.

XLIX. *Commendatur etiam a nonnullis manometrum, siue manoscopium, pro densitate et raritate aeris aestimanda, parato globo metallico aere uacuo, qui secundum hydrostatica principia (§. 23. hydrostat.) suspensus*

pensus ex bilance in aere, plus de sua grauitate amittit, cum aer est ponderosior, minus uero ponderis decrementum patitur in aere leuiori. Verum enim uero, cum barometrum quoque, dum aeris maius minusue pondus indicat, manoscopii officium quodammodo praestet, (§. 12. hydrostat.) re maturius expensa, manoscopium parum utile esse deprehendo. conf. WOLFII elem. aerometr. p. 279.

SCHOLION III.

L. Sed et anemoscopii exigua est utilitas. nam quaecunque hactenus huius generis instrumenta pro impetu aeris metiendo inuenta sunt, uotis nostris minime respondent, quia uel difficilem uel incertam reddant uiolentiae uentorum mensionem. conf. WOLFII lib. cit. p. 326. LEVTMANNI tr. cit. cap. 4. In promtu sunt alia indicia multo clariora. aerem quietum esse intelligimus, cum ne folia quidem arborum agitat. Motus uero uentorum gradus quatuor ex consilio IACOBI IVRINII ita commode constituuntur et distinguuntur. Ventus nempe mollis et debilis est, qui uix folia et exiguos arborum ramos mouet, fortior merito putatur, qui ramos maiores, et maximos concutit, denique quartus et summus gradus est uiolentiae uentorum, cum procella accidit, qua arbores uel franguntur, uel integrae, euulsis e terra radicibus, inclinantur et deiiciuntur. adde his quae dixi de hac re in collectione obseruationum astronomicarum et meteorologicarum a. 1729 edita §. 1. 2. aplustris magis uolubilis composi- F. 13). *tionem docet LEVTMANNVS tr. cit. cap. 5. quam Figura 13. perspicue ob oculos ponit. nimirum uexillum* a, *ex lamina metallica paratum, supra pileolo* b, *infra annulo* c *instruitur, annulum et pileum copulat annulus ex altera parte, cui globus crassior* e *affixus est, ut suspenso uexillo ex pileolo, idem cum arcu et globo* e *seruet aequilibrium. tale uexillum fulcro ferreo cylindrico* d *sursum nonnihil acuminato pileo imponitur, et supra inferiorem annulum clauus intruditur, ne a uento attolli et deiici queat. ita factum leuissime aeris motui obsequitur. de indice uerticali aplu-*

stribus

stribus applicando, pro plagis uentorum melius discernendis, agit NICOL. BION in officina mathem. L. 8. c. 8.

SCHOLION IV.

LI. *Ad mutationes, quae in aere eueniunt, pertinet uel maxime pluuiae et niuis casus. itaque operam dederunt rerum naturalium cultores, ut huius quoque quantitatem rite metirentur, de qua re nunc paucis exponam.*

DEFINITIO VII.

LII. *Hyetometrum* est instrumentum, cuius ope aquae pluuialis et niuis liquatae quantitas mensuratur.

PROBLEMA VI.

LIII. *Hyetometrum componere.*

Resolutio. 1. Ex laminis ferreis (F. 14. stanno obductis paretur quadratum A, cuius latus capit duos pedes; ipsum uero hoc quadratum continet pedes quadratos quatuor: quadrato imponatur margo octo altus pollices, et in angulo quadrati uno foramen fiat, cuius diameter duos pollices capit.

2. Huic foramini applicetur fistula ex similibus laminis facta B, cuius alterum extremum hiat in ahenum uel uas cupreum C.

3. Quadratum A loco subdiali, situ nonnihil uersus foramen, cui fistula B annexa est, inclinato, ponatur et firmetur.

4. Cum igitur pluit, pluuia super hoc quadrato delapsa per decliue eius planum ruit in fistulam B et uas suppositum C. nix uero su-

per eodem quadrato liquatur ad fornacem uel focum, et aqua inde collecta seruatur.

5. Vt perspecta habeatur quantitas pluuiae et niuis, paretur cubus exiguus D, ex laminis metallicis, cuius latus duos capit pollices, et altitudo eius in singulas lineas diuidatur. Sit praeterea etiam aliud uas amplius E ad manus; quod decem cubos tales minores continet.

6. Mox, postquam pluuia uel nix decidit, aqua in uase C stagnans, ex pluuia uel niue collecta, primum mensura maiore E decem cuborum, deinde quod superest ultra decem cubo minore D mensuratur, et quando nec cubus minor impletur, huius lineae aquae infusae altitudini respondentes notantur.

His numeris in diarium relatis, summa cuborum minorum altitudinem perpendicularem aquae pluuialis et niuis, quae per mensem uel annum decidit, prodet.

Demonstratio. Quadratum hyetometricum latere suo 24 digitos, area eius $576 = 24.24$ digitos quadratos capit. sed cubi parui basis 4 digitos quadratos, illius altitudo 24 lineas pollicis continet, comprehendit igitur cubus paruus $24. 4 = 96$ pollices prismaticos, quorum basis pollex quadratus, altitudo lineae aequalis est. quamobrem si area hyetometri 576 diuidatur per 96, fit $576 : 96 = 6$, siue, si ex sex cubis paruis, qui singuli prismata 96, pro basi pollicem et pro altitudine lineam habentia,

com-

comprehendunt, effundatur in aream hyerometri aqua, teget illa totam aream ad altitudinem unius lineae perpendicularem. Datus ergo numerus cuborum paruorum aquae per integrum mensem collectus diuisus per 6 quotus indicat altitudinem aquae, per totum mensem collectae, perpendicularem, lineis pollicis mensuratam. Veluti ponamus, aquam pluuialem toto mense delapsam esse 54, diuisa hac summa per 6, quotus dabit 9 lineas pro altitudine aquae.

CONSECTARIVM.

LIV. Si cubi aquei unius parui pondus cognitum habeatur, etiam pondus aquae, quae super pede quadrato, uno uel pluribus, uel etiam super area ampliore, delapsa fuit, innotescit. conf. *Comment. Ac. R. Paris.* a. 1700. p. 7. add. differt. de obseruatorio meteorologico §. 8.

SCHOLION.

LV. *Ex plurium annorum obseruationibus Parisiis habitis constat, mediam aquae pluuiae, quae ibidem cadit altitudinem esse 19 uel 20 digitorum. Comment. Acad. Reg. a. 1701. p. 12. Vitembergae sex annorum obseruationibus*, 1728 – 1733, *reperi mediam aquae pluuialis altitudinem* 18½ *digitorum pedis Parisini.*

HYDRAVLICA.

DEFINITIO I.

I. *Hydraulica* est ars fluida loco mouendi.

CONSECTARIVM I.

II. Duo igitur hic explicandi sunt casus, nempe de fluido in altum tollendo, nec non de eodem ex uno loco in alium deriuando.

CONSECTARIVM II.

III. Vt motus fluidorum in altum fiat, uirtus externa necessaria est, quae pondus eorum uincat, eademque sursum propellat. Constat autem tum ex principiis hydrostaticae et aerometriae, tum experimentis notissimis, eleuandis aquis uires sequentes applicari posse.

1. *Pondus aeris liberi*, siquidem extra dubium nunc ponere licet, aerem solo natiuo pondere suo, columnam aquae minimum triginta pedibus rhenanis aequalem sustentare (§. 18. aerom.)

2. *Pressionem aeris condensati uel rarefacti*, utroque enim modo uis illius elastica crescit.

3. *Motum emboli*, quo aqua in fistula haerens protruditur.

4. *Haustra uarii generis*, uariisque a caussis agitata.

5. *Aequilibrium aquarum* intra fistulas stagnantium. (§. 37. hydrostat.)

CON-

CONSECTARIVM III.

IV. Deriuatio aquarum fit ex loco altiore in humiliorem, quoniam haec fluidi natura est, ut, nisi uase quodam coerceatur, per decliue ruat. (§. 4. hydrostat.)

SCHOLION.

V. *Hydraulicam prae reliquis illustrant CASP. SCHOTT in mechanica hydraulico-pneumatica, et in technica curiosa Lib. V. JOHN BATE mysteries of nature and art. Part. 1. DECHALES Tom. III. M. M. tr. 18. B. HAMBERGERVS in diss. pecul. de hydraulica. IACOB LEVPOLD Tomis II. theatri machinarum hydraulicarum: ad uniuersam de motu fluidorum doctrinam spectant MARIOTTE traite du mouvement des eaux, DOMINICI GVLIELMINI aquarum fluentium mensura, nec non tractatus eiusdem de fluminum natura et proprietatibus. Tom. I. oper.*

PROBLEMA I.

VI. *Aquam siphone inflexo attollere.*

Resolutio. 1. Fiat sipho inflexus A (F. 1. B C cruribus inaequalibus: crus breuius AB in aquam stagnantem immergatur, crus uero longius BC extra aquam propendeat.

2. Ore ad C applicato subducatur aer, qui in siphone haeret, quo facto, aer, pondere suo aquam stagnantem premens, hanc in siphone ultra B attollet, (§. 3) quae tamdiu per longius crus effluet, quamdiu orificium A aquis immersum est.

CONSECTARIVM I.

VII. Eandem ob caussam, aqua siphone recto, qui uentre uel sphaera in medio instructus est, item guttulo, F. 2. 3. 4. ex uno uase in

 aliud

aliud transfertur, modo pollex superiori orificio siphonis, postquam fluido repletus est, imprimatur, atque ita aeris accessus impediatur;

CONSECTARIVM II.

VIII. Siphones curuati tamdiu usum praestant, quamdiu altitudo perpendicularis, ad quam aqua attollenda est, 30 uel 31 pedes rhenanos non excedit. Olim, antequam huius effectus uera caussa detecta esset, putabant philosophi, naturam uacuum abhorrere, & hoc uacui metu aquas ad quamcunque altitudinem prouocari posse. I. B. PORTA mag. nat. L. XIX. c. III.

PROBLEMA II.

IX. *Aquas antlia sugente extollere.*

F. 5.) *Resolutio.* 1. Intra puteum LM firmetur cylindrus AB ligneus uel metallicus, intus aequabili uel laeuigata superficie praeditus, cuius per os inferius apertum, uel per foramina aliquot, ima eius parte, qua aquis immersus est, facta, aqua putei ingrediatur.

2. Vltra aquae superficiem, aliquot pedum interuallo, ualuula C sursum mobilis in cylindro firmetur;

3. Supra ualuulam inseratur cylindro embolus D alneus, uel aeneus, illius cauitati respondens, aliquoties perforatus, superiori autem basi emboli corium crassum imponatur, et embolus a longurio FD pendeat.

4. Praeterea cylindro AB eo loco, ubi aqua

e pu-

e puteo adducta debet effluere, fistula metallica uel lignea H applicetur.

5. Dum sursum trahitur embolus D aer infra eum descendere nequit, itaque inter embolum D et ualuulam C spatium aere crasso uacuum producitur, idcoque aer externus aquam in fistula stagnantem ultra ualuulam C pressu suo attollit. sed retruso embolo clauditur ualuula C, et aqua per foramina emboli, eleuato eius corio, ultra eum promouetur. Hoc si aliquoties fiat, abundat aqua supra embolum D et per fistulam H profluit.

SCHOLION.

X. *In antlia sugente praecipua esse cura debet, ut ualuula tum inferior, tum ea, quam embolus gestat, recte sit fabricata. fiunt autem ualuulae eiusmodi uel aeneae uel ligneae has prae prioribus usus ap-* (F. 6. 7. 8. *probauit in machina Marlyensi; fit nempe capsula lignea perforata, foramini ualuula clauis affigitur et imponitur ex duplici corio facta, cui duplex circulus ferreus. imminet, qui curuationem corii impedit: similiter etiam emboli alnei corio uestiti ibidem adhibentur. quemadmodum pluribus docui in descriptione machinae Marlyensis cap. I. §. 7. 8. de ualuulis antliarum ex instituto agit LEVPOLD T. I. cap. X.*

PROBLEMA III.

XI. *Aquas aere condensato extollere.*

Resolutio. Paretur uas cupreum sphaericum uel cylindricum A B, in eodemque fistula angusta C D, fundum uasis fere attingens firmetur. (F. 9. Deinde aqua infundatur, ut duae partes tertiae repleantur. Porro ope antliae pneumaticae, uel syringe aut siphone quocun-

que, ad os D applicato, aer intrudatur. Cessante pressione emboli siphonis, aer ita condensatus liberius statim sese expandere nititur, atque ita aquam subiectam per foramen D magna celeritate extrudit.

PROBLEMA IV.

XII. *Fontem Heronis componere.*

F. 10.) *Resolutio.* 1. Cylindrus A B ex laminis ferreis stanno obductis paratus, supra et infra margine instructus, diuidatur diaphragmate C D in duas partes.

2. A basi superiore fere usque ad partis imae fundum fistula E F, diametrum trium uel quatuor linearum habens, et per diaphragma C D penetrans, ponatur.

3. Ex inferiore receptaculo L alia fistula similis amplitudinis G H, quae fere orbem superiorem attingit, firmetur. in eodem receptaculo superiore etiam alia fistula angustior I K, duobus digitis ultram marginem eminens, et parte ima fere ad diaphragma usque continuata, collocetur.

4. Infundatur aqua per canalem E F, quae fere repleat inferiorem partem C B, dein, inuerso cylindro, illa per fistulam G H influat in partem superiorem A D, ut inferior pars uacua et tantum aeris plena sit.

5. Infundatur porro aqua in superiorem cylindri patinam, haec descendet per fistulam E F, et quia aer collectus in cylindro C B exire nequit, premitur idem pondere aquae in fistu-

la

la EF haerentis; aer pressus ascendit per fistulam HG, in partem superiorem AD, ibique comprimit aquam, ut per fistulam IK prosiliat.

CONSECTARIUM.

XIII. Quia aqua per E infusa tantum aerem premit, non confunditur cum fluido in AD, ideoque stagnante uino in AD, et aqua per E affusa, uinum merum per foramen K expellitur.

SCHOLION.

XIV. *Excogitati sunt etiam alii modi, quibus aqua aere compresso extollitur. sed quia usum exiguum habent, libens eosdem praetermitto. v. SCHOTTI hydraul. p. 213. LANIS Mag. N. et A. T. II. L. 5. c. 3.*

PROBLEMA V.

XV. *Aquam aere rarefacto attollere.* (F. II.

Resolutio. 1. Vas cylindricum cupreum AB (ex laminis crassioribus factum, ut uim aeris expansi ferre possit,) diaphragmate CD in duo receptacula diuidatur, superiori parti angusta fistula EF inseratur, in eademque parte fiat alia fistula GH, utrimque aperta, a diaphragmate CD fere ad orbem superiorem producta.

2. Repleatur utraque pars aquis ultra dimidium, et uas imponatur carbonibus, ut aer contentus incalescat et expandatur, quod dum fit, aer pellit aquas cylindri CB, ut in partem superiorem per fistulam HG ascendant, et aer in AD residuus similiter expansus aquam per fistulam EF extrudit.

SCHO-

SCHOLOIN.

XVI. *Similis effectus cernitur in aeolipilis, quarum etiam VITRVVIVS meminit Lib. I. c. 6. ubi aqua ignibus in uapores expansa et aeri permista magno strepitu per angustum foramen erumpit. Alia artificia huius generis SCHOTTVS p. 226. 256. et HAMBERGERVS d. hydraul. p. 32. 68. commemorant. sed cum haec omnia ad aquam maiore copia altius attollendam inutilia essent, Thomas Savery et Dionysius Papinus monstrare annisi sunt, aerem calore expansum, aqueisque uaporibus turgidum, mouendis ad insignem altitudinem aquis omnino idoneum esse. Savery de hoc argumento librum anglico sermone, the miners friend, Papinus alium sub titulo: ars noua ad aquam ignis adminiculo efficacissime eleuandam: uulgauit. cumque etiam haec inuenta uariis imperfectionibus laborarent, et eiusmodi machinae hydraulicae igni animatae difficulter nec absque periculo regerentur, non admodum in pretio fuerunt, donec circa annum 1724 aliam uiam iniit Anglus quidam, quippe qui aerem expansum non adhibuit ad protrudendas altius aquas, sed ad attollendum saltem embolum, uecti cuidam annexum, cuius uectis alteri extremo emboli antliarum sugentium copulantur. nam postquam embolus aere igni distento elatus est, clauso abeui, unde prodiit, ostio, aquam frigidam in cylindrum, in quo embolus agitatur, immittere docet, quae calorem et expansionem uaporis subito tollit, et efficit, ut aer embolo incumbens hunc magna cum uelocitate in spatium ab aere et aqua uacuum retrudat, atque ut uila antliae sugentes aquas ex puteo hauriant. His principiis nititur compositio machinae, qua ante aliquot annos Londini aquae Tamesis eleuabantur, de qua pluribus dixi in tractatu de machinis hydraulicis toto terrarum orbe maximis. cap. 4.*

PROBLEMA VI.

XVII. *Aquas pressu emboli extollere.*

Resolutio. Siphonis AB, cui embolus C, F. 12.) illius cauitatem exacte implens insertus

est,

eſt, extremum anguſtius A immergatur aquis et embolus adducatur, quia ſic ſpatium in ſiphone aere uacuum relinquitur, idem occupabit aqua, ſed retruſo celeriter embolo aqua per foramen A magna ui in altum prorumpit.

PROBLEMA VII.

XVIII. *Siphones pro extinguendis incendiis fabricari.*

Reſolutio. 1. Fiat ahenum priſmati (F. 13. cum AB. in eodemque firmentur cylindri aenei CF, DE, infra inſtructi ualuula intra cylindrum aperienda.

2. Annectantur his fiſtulae H, G, itidem ualuulis inſtructae, quae in unam I abeunt, cuius pars extrema IK in anguſtum foramen deſinit, et in omnes plagas facile torqueri poteſt.

3. Intra cylindros CF, DE, emboli prementes, illorum cauitatibus rite aptati, collocentur, qui longo uecte LM mouentur.

Liquet enim, adducto embolo alterutro, ſpatium in cylindro uacuum ab aqua ſtatim repleri, ſed retruſo embolo ualuulaque inferiore clauſa, aqua magna ui in fiſtulam HI protruditur. cumque duo ſint cylindri et emboli, unus haurit, dum alter premit, adeoque ita motus et eiectio aquarum continuatur. *conf.* LEVPOLD *T. I. §.* 223.

PROBLEMA VIII.

XIX. *Antlias prementes fabricari.*

Reſolutio prima. Cylindrus AB erigatur in

in aquis, ut hae per inferius orificium libere in eum possint assurgere. haud procul a superficie aquarum in cylindro stagnantium ualuula sursum mobilis ponatur; ultra eam cylindro recto alius FG iungatur itidem ualuulam F gestans, denique in cylindrum embolus premens, qui cauo cylindri respondet, inferatur. nam, hoc adducto, aqua ultra ualuulam E ascendit, sed embolo retruso illa per fistulam FG ad magnam altitudinem potest extolli.

F.15.) *Resolutio secunda.* In puteo firmentur duo cylindri, minor Aβ intra aquam reconditus, et longior CE, quos alius CB iungit. in maiore paullo ultra aquae superficiem ualuula D sursum mobilis ponatur, in minorem cylindrum AB inferatur embolus perforatus ita factus, ut dum sursum adducitur, corium inferiori parti incumbens a foraminibus emboli retrahatur, et aquae delabenti uiam faciat; reducto autem eodem, aqua delapsa ui ultra ualuulam D attollitur.

F.16.) *Resolutio tertia.* Cylindrus AB altero extremo A in aquis stagnantibus pendens firmatur, superiori extremo B fistula BC ualuula sursum mobili instructa iungitur, embolus uero perforatus (uel ualuula instructus) et corio in F tectus inferius orificium cylindro AB inferitur, et quadrangulo ex ferreis lateribus facto, quod longurio G attrahitur et demittitur, imponitur. nam demisso embolo aqua in cylindrum ingreditur, reducto eodem premitur.

mitur, ut per fistulam BC ascendat. Vocatur haec antlia gallis inuersa *pompe renversée*.

SCHOLION

XX. *Nihil addo de uiribus, quibus emboli in his antliis agitantur. nam per se patet, posse eos rotarum axibus applicari, rotae autem aqua, uento, uel iumentorum hominumue opera circumaguntur, prouti huius generis plurima et uaria exempla in theatris machinarum explicantur. Quod si hae uires sufficiant, antliis prementibus aquae ad aliquot centum pedum altitudinem possunt extolli. Id uero non uno sed diuersis haustibus debet praestari. Siquidem longius et per inaequalem soli superficiem, per ualles nempe et colles contis ferreis, qui articulis iunguntur, et lignis uel librilibus circa axem mobilibus sustentantur, motum continuare licet. quemadmodum egregia machinae marlyensis artificia a me peculiari tractatu plenius descripta docent.*

PROBLEMA IX.

XXI. *Aquas haustris extollere.*

Resolutio. Haustra cylindrica uel prismatica funibus uel catenis connexa, rotae, aquarum fluentium impetu circumactae, uel peripheriae, uel tympanis aut axibus peculiaribus imponantur, quae dum unaeum rota reuoluuntur, infra aquam stagnantem hauriunt, supra inuersae denuo effundunt.

SCHOLION.

XXII. *Seruiunt etiam huic usui rosarium, quod uocant, nec non receptacula uel canales intra rotas uel tympana in orbem mobilia reconditi. de quibus ex instituto exponunt BOEKLER. theatr. machin. fig. 114. sq. LEVPOLD T. I. c. 5-9.*

PRO-

PROBLEMA X.

XXIII. *Aquam ope aequilibrii earundem in fistulis connexis extollere.*

F. 17.) *Resolutio.* Cum receptaculo aquarum A connectatur fistula AB, huic alia BC horizontalis iungatur, et huic fistula verticalis DC imponatur; aqua delapsa per AB ascendet in fistula DC, ita ut perpendicula AB et DC sint aequalia. (§. 37. hydrostat.)

CONSECTARIVM I.

XXIV. Si receptaculo aquarum in E applicetur fistula EF, eademque continuetur in H, in eum nempe locum, ubi aqua debet prosilire, et ibidem angustior fistula HI imponatur, ex hac fere ad eam altitudinem aqua erumpet, ad quam delapsa est. nam omnino altitudinem EF assequi nequit, quia in liberum aerem extrusa non solum proprio pondere retrahitur, sed etiam ab aere incumbente nonnihil impeditur. Deriuatio autem aquarum in fistulis continuatis etiam per solum inaequale potest fieri, modo collium intermediorum altitudo minor sit ea, per quam aqua ex receptaculo delapsa fuit.

CONSECTARIVM II.

XXV. Si fistula, in qua aqua receptaculo defluens ampliorem diametrum habeat, et aqua eam ubique repleat, in fine eidem angustae fistulae perpendiculares plures iungi possunt, ut diuersis in locis aqua per has prosiliat.

CON-

CONSECTARIVM III.

XXVI. Quando extremis fistularum HI aperturae diuersimode figuratae imponuntur, aquae quoque salientes multiplices spectatuque iucundas figuras assumunt. sed et alia plurima artificia inuenta sunt, quibus aquarum salientium spectaculum delectabilius redditur, qualia passim in principum europaeorum hortis, inprimis in Versaliensibus cernuntur, quae separatis libris imaginibusque descripta prostant.

SCHOLION.

XXVII. *Obseruationes utiles pro fistulis, per quas aquae deriuantur, recte ordinandis et conseruandis tradunt NICOL. VOIGTEL geometr. subterran. p. 161. sq. et LEVPOLDVS theatr. mach hydrotechnicarum. cap. 12-17. Sed quia in hac praxi ante omnia constare debet, quantum locus, ex quo aqua ducitur, altior sit illo, ubi prosilire debet, iam de arte libellandi quae huic in finem inuenta et hodie diligentius exculta est, explicandum uenit.*

DEFINITIO II.

XXVIII. *Libratio* dicitur praxis, qua quaeritur, quantum unus superficiei terrae locus plus minusue altero distet a centro terrae.

CONSECTARIVM I.

XXIX. Quando ergo libratio superficiei (F. 18. inter A et B suscipitur, quaeritur linea AD, siue differentia distantiarum utriusque puncti extremi a centro terrae, nempe AC et BC.

CONSECTARIVM II.

XXX. Haec differentia cognoscitur cum distantia

stantia duarum horizontalium linearum in puncto utroque A et B designatarum. (§. 3 et 4 mechan.) ideoque ad exercendam hanc praxin necessaria sunt instrumenta, quae lineam horizontalem et uerticalem absque errore indicant, qualia *libellae* uocari solent.

CONSECTARIVM III.

XXXI. Optima autem libella est, quae pondere ex filo longiore pendente instruitur, siquidem pondus libere suspensum semper monstrat lineam uerticalem, ad quam horizontalis normalis est, (§. 5. mechan.) et quando filum longius extenditur, illius aberratio a uerticali situ facilius potest deprehendi.

SCHOLION.

XXXII. *Idem experientia hodie confirmauit. Itaque PICARDVS, qui librationis artificium diligentius excoluit, similem libellae formam ceteris praefert. addit praeterea telescopium, ut puncta distantiae remotiora certius conspiciantur. v. tr. ei. gall. de libratione. add. L. C. STVRMII tr. germ. Von Wasser-Waegen Aug. V. 1715. f. §. 6. et LEVPOLDI T. M. hydrotechn. cap. 4. eiusdemque tr. pecul. de libellis. ubi de uaria libellae compositione copiose edisseritur.*

PROBLEMA XI.

XXXIII. *Libratione differentiam altitudinis locorum inuenire.*

Resolutio. Casus 1. *Quando distantia locorum non multum excedit 30, uel 40 perticas.*
F.19.)

1. Ponantur in utroque extremo lineae B et D baculi perpendiculares AB, ED, medio

autem

autem loco in F libella G colloçetur, et secundum horizontalem lineam lineam uersus utrumque baculum respiciatur, punctaque uisu designata A et E notentur. ne autem in illis punctis error committatur, baculis orbiculus niger albo circulo distinctus affigendus et cochlea, eo situ, quem linea horizontalis requirit, firmandus est.

2. Mensurentur diligenter altitudines baculi AB, ED, et minor a maiore detrahatur, residuum dabit differentiam distantias locorum quaesitam.

Demonstratio. Cum linea recta AE ob exiguitatem parum uel nihil ab arcu ingentis peripheriae terrestris differat, potest illa, etsi uera apparens sit, tamen pro horizontali uera reputari, et cum parallelae BC, HD inter parallelas sint aequales, (§. 77. geom.) nullum est dubium, differentiam altitudinum ED - EH, h. e. AB) prodere differentiam distantiae locorum a centro terrae.

Casus 2. *Quando locorum distantia maior est perticis.* (F. 20.

1. A puncto G altius posito iterum computur circiter interuallum 30 perticarum, idemque positis baculis FG, IK determinetur.

2. In medio huius interualli libella colloceur, et, uisu per dioptras directo, puncta F et definiantur, et altitudines eorum FG, IK pugillaribus annotentur.

3. In sequenti linea OM simile interual-

lum assumatur, inuentisque libella punctis O et M, etiam horum altitudines OI et MP mensurentur.

4. Addantur separatim altitudines superiores FG † OI, item inferiores IK † MP, et summae earundem differentia subtractione minoris a maiore quaeratur, haec iterum differentiam distantiae punctorum G et P a centro terrae patefaciet.

Idem praeceptum obseruetur, quamdiu portio illius tractus, cuius libratio suscipitur, superest.

Demonstratio. Cum lineae FK et OM pro ueris horizontalibus habentur, IK − FG = GR, et MP − OI = RH, (§.77. geom.) ergo differentiarum summa GR † RH = GH dabit differentiam quaesitam, siue enim singula quanta minora a singulis maioribus, siue minora collecta ab aggregato maiorum subducas, semper posterius residuum summam priorum residuorum uel differentiarum particularium proferet.

SCHOLION. I.

XXXIV. *Sed ut descriptio ichnographica illius tractus, in quo facta fuit libratio, fieri queat, etiam distantias stationum cum angulis, quos lineae stationum continent, mensurare oportet. Cautelas in hac praxi obseruandas tum auctores, quos laudaui, passim afferunt, tum exercitatio et usus quemlibet geometriae et opticae peritum facile poterit edocere. Praestantissima librationis rite peractae exempla geometria subterranea subministrat, quippe quae inprimis etiam in hunc finem comparata est, ut discrimina distantiae locorum*

a cen-

a centro terrae accurate cognoscuntur. sed de hac arte peculiari libro a me olim fusius actum et explicatum est.

SCHOLION II.

XXXV. *Inter machinas hydraulicas utiliores, quibus aqua lapsu per planum inclinatum in altum tollitur, merito refertur COCHLEA ARCHIMEDIS, siue fistula cochleatim circa axem ducta, de qua pauca nunc superaddam.*

PROBLEMA XII.

XXXVI. *Aquas cochlea Achimedis (Wasser-Schnecke, Wasser-Schraube) extollere.*

Resolutio. 1. Assumatur axis ligneus (F. 21. AB, sexto pollicum diametrum, longitudinem octodecim pedum habens, ipsique cochleatim imponantur asseres paralleli interuallo nouem pollicum, et tantundem supra axem eminentes, caua uero, quae his includuntur, aliis asseribus tegantur, horumque talis fiat coaptatio, ut aquam intus motam rite contineant.

2. Axis supra instruatur manubrio BC, infra fulcrum A supponatur.

3. Extremum inferius aquis immergatur, ut haec in cochleae cauum foramen inferius illabatur. superior uero pars B sic supra horizontalem lineam eleuetur, ut lineae AFB forment trangulum rectangulum Pythagorae, ubi BC = 3 AF = 4 AB = 5 partibus, hic enim situs iudicio VITRVVII L. 10. c. 11. motui huius machinae est aptissimus.

4. Rotata ope manubrii cochlea, aqua per A delapsa semper per decliue uel inclinatum

planum demittitur, et ita sensim usque ad extremum B attollitur.

SCHOLION.

XXXVII. *Cochleam sic compositam simplicem uel duplicem utilem esse ad aquas parua ui eleuandas experientia loquitur. ex ligno paranda est, ne pondus eius motum difficilem reddat. Si ad maiorem altitudinem aquae sint extollendae, pluribus cochleis utendum. nam ludunt operam, qui eam situ erectiore collocare, et sic una cochlea aquam altius prouehere cupiunt. conferantur huc monita LEVPOLDI T. M. Hydraul. T. I. c. 4.*

ARCHITECTVRA CIVILIS.

CAPVT I.

DE FIRMITATE AEDIFICIORVM.

DEFINITIO I.

I. *Architectura ciuilis* est scientia regendi operas fabrorum, qui aedificiis exstruendis adhibentur. *dicitur enim ἀρχιτέκτων quasi ἄρχων τῶν τεκτόνων, siue fabrorum materiariorum praeses.*

CONSECTARIVM I.

II. Cum autem accurato VITRVVII L. I. c. 3. iudicio aedificia ita facienda sint, ut ratio *firmitatis, utilitatis et uenustatis* habeatur, oportet

Fig. Hydrostat. Tab. XXIX.

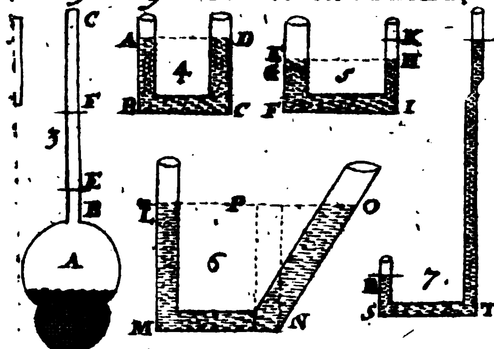
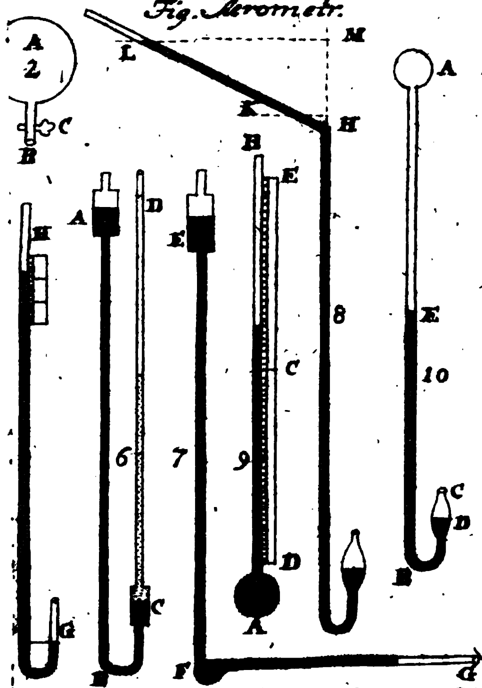


Fig. Aerometr.



planum demittitur, et ita sensim usque ad extremum B attollitur.

SCHOLION.

XXXVII. *Cochleam sic compositam simplicem uel duplicem utilem esse ad aquas parua ui eleuandas experientia loquitur. ex ligno paranda est, ne pondus eius motum difficilem reddat. Si ad maiorem altitudinem aquae sint extollendae, pluribus cochleis utendum. nam ludunt operam, qui eam situ erectiore collocare, et sic una cochlea aquam altius prouehere cupiunt. conferantur huc monita LEVPOLDI T. M. Hydraul. T. I. c. 4.*

ARCHITECTVRA CIVILIS.

CAPVT I.

DE FIRMITATE AEDIFICIORVM.

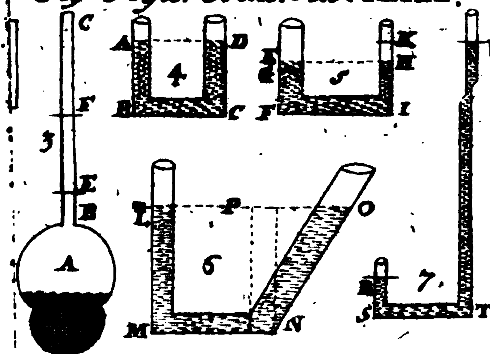
DEFINITIO I.

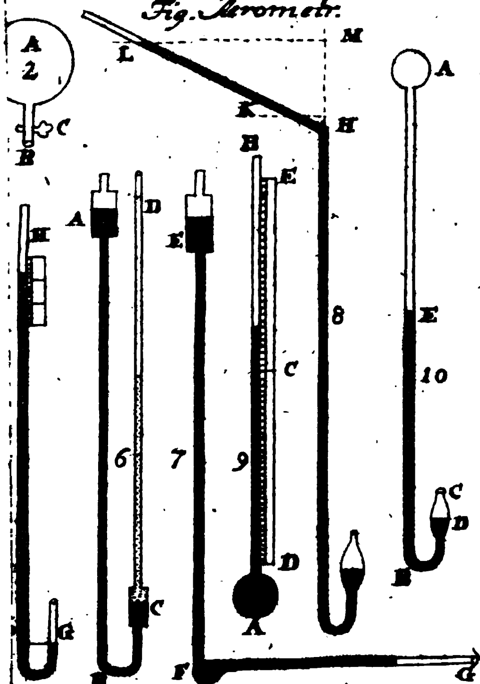
I. *Architectura ciuilis* est scientia regendi operas fabrorum, qui aedificiis extruendis adhibentur. *dicitur enim ἀρχιτέκτων quasi ἄρχων τῶν τεκτόνων, siue fabrorum materiariorum praeses.*

CONSECTARIVM I.

II. Cum autem accurato VITRVVII L. I. c. 3. iudicio aedificia ita facienda sint, ut ratio *firmitatis, utilitatis et uenustatis* habeatur, oportet

Fig Hydrostat. Tab. XXIX.



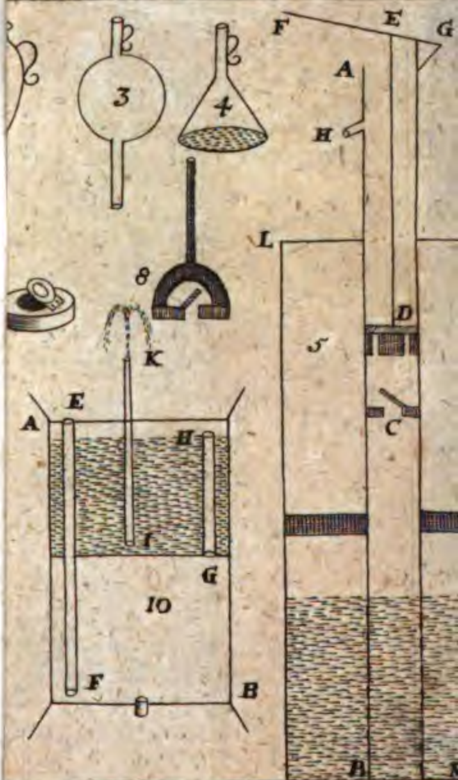


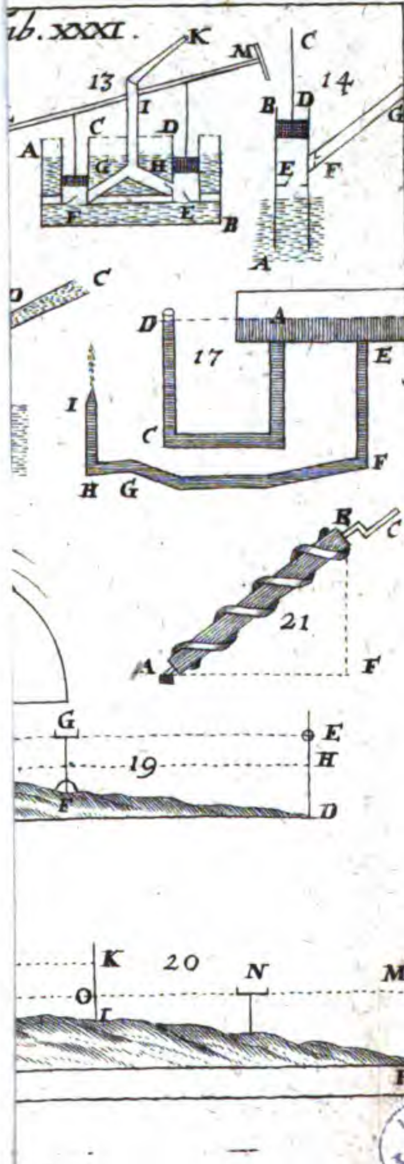


Tab. XXX.



Hydraulicae





ab. XXXI.
13
K
M
I
C
D
A
G
H
F
E
B
C
14
B
D
G
E
F
A
C
D
A
17
E
I
C
F
H
G
B
C
21
A
F
G
E
19
H
F
D
K
20
N
M
O
I

SCHOLION II.

VI. *Ceterum elementa architecturae in hoc opusculo sic traditurus sum, ut ueritates, tam primas quam secundas, problematibus quibusdam comprehendam, quae praecipuas argumentorum classes simul ob oculos ponant. Cum enim pleraque hic axiomata experientiae fide uitantur, et theoremata ex illis sine longae demonstrationis ambage elucescant, separatam singulorum declarationem minime necessariam esse arbitror.*

PROBLEMA I.

VII. *Veritates de delectu materiae aedificiorum explicare.*

1. Lapides fossiles, figura parallelepipedi, cuius longitudo dupla altitudinis, basis autem quadrata est, *quadrati* uocantur. Duriores, modo ferro latomi cedant, sunt optimi.

2. Post quadratos lateres cocti (*testas* VITRVV. L. 2. c. 8. uocat. lateres enim ad solem siccabantur,) laudantur. hos ex terra argillacea tam solidos parare norunt Hollandi, ut plateis consternendis inseruiant.

3. Caementa, quae figuram prismatis rectanguli non admittunt, structuras reddunt infirmiores, quoniam accurate coniungi nequeunt. ut igitur murorum soliditati prospiciatur, illi crassiores fieri, et anguli quadratis lapidibus claudi debent.

4. Ligna, quantum licet, ab aedificiis remouenda. quae autem adhibentur, sint probe exsiccata, media hieme, dum arbores frigore constrictae sunt, in syluis densioribus caesa. Nonnulli etiam lunae decrescentis phasin obserua-

veteris Romanorum architecturae uel reliquias, uel praecepta, a Vitruuio posteris tradita, luculenter probant, eosdem opera et solida et perquam uenusta, aetate inprimis Augusti, erexisse. Medio aeuo, artibus, ad ornandam architecturam necessariis, mathesi nimirum, pictura et sculptura, penitus neglectis, aedificia quidem magna et solida passim in Europa exstructa sunt, sed inuenusta omnino, et quodammodo deformia. qualis architectura Gothica, quippe Gothis maxime usitata, uocari solet. Seculo XVI primum in Italia et Gallia, artifices architecturae romanae exempla sibi imitanda proposuerunt, et genuina artis principia restaurarunt, quo nomine laudem merentur Donatus Bramantes, Leo Baptista Albertus, Sebastianus Serlius, Andreas Palladius, Iacobus Barozzius de Vignola, Michael Angelus, Vincentius Scamozzius, et alios, qui secuti sunt, nunc omittam. Inter scriptores architectonicos hodie inprimis commendandi, M. VITRVVII de architectura libri X. editi a Io. Laet. Amstel. 1672. f. in lectione Vitruuii adhibendum BERNARDINI BALDI opus de uerborum Vitruuianorum significatione. Aug. V. 1612. 4. sed praestantissimus in Vitruuium commentarius est CLAVDII PERRALTI, sub tit. les dix livres d'architecture de Vitruve par Mr. Perrault, Paris. 1684. f prostat etiam eiusdem architecture generale de Vitruve reduite en abregé. Amstel. 1681. 12. pulchra est introductio architecturae, quam dedit superiore seculo A. C. DAVILER sub tit. l'architecture de Vitruve avec les commentaires du Sr. Daviler. german. ed. L. C. Sturm Amstel. 1699. 4. Architecturam in scientiae uel disciplinae formam redegit NIC. GOLDMANN, in der Wissenschaft der Civil-Baukunst. ed. a L. C. Sturmio, cum continuatione Lips. 1708. f. mai. idem STVRMIVS uberiores in Goldmannum commentarios uoluminibus XVI uulgauit. 1715. 1718. 1721. August. V. f. specialium nonnullorum scriptorum infra fiet mentio. pleniorem catalogum scriptorum architectonicorum dedit STVRMIVS L. cit. tit. Vademecum architectonicum. p. 82. sq.

SCHOLION II.

VI. *Ceterum elementa architecturae in hoc opusculo sic traditurus sum, ut ueritates, tam primas quam secundas, problematibus quibusdam comprehendam, quae praecipuas argumentorum classes simul ob oculos ponant. Cum enim pleraque hic axiomata experientiae fide uitantur, et theoremata ex illis sine longae demonstrationis ambage elucescant, separatam singulorum declarationem minime necessariam esse arbitror.*

PROBLEMA I.

VII. *Veritates de delectu materiae aedificiorum explicare.*

1. Lapides fossiles, figura parallelepipedi, cuius longitudo dupla altitudinis, basis autem quadrata est, *quadrati* uocantur. Duriores, modo ferro latomi cedant, sunt optimi.

2. Post quadratos lateres cocti (*testas VITRUV.* L. 2. c. 8. uocat. lateres enim ad solem siccabantur,) laudantur. hos ex terra argillacea tam solidos parare norunt Hollandi, ut plateis consternendis inseruiant.

3. Caementa, quae figuram prismatis rectanguli non admittunt, structuras reddunt infirmiores, quoniam accurate coniungi nequeunt. ut igitur murorum soliditati prospiciatur, illi crassiores fieri, et anguli quadratis lapidibus claudi debent.

4. Ligna, quantum licet, ab aedificiis remouenda. quae autem adhibentur, sint probe exsiccata, media hieme, dum arbores frigore constrictae sunt, in sylnis densioribus caesa. Nonnulli etiam lunae decrescentis phasin obserua-

re iubent. sed GAVTIER *tr. des ponts et chaussées* p. 51. narrat, se, dum in Pyrenaeis montibus commoraretur, expertum esse, eiusdem bonitatis ligna tota hieme, luna omnino neglecta, caedi, et in eo saltem discrimen esse, quod quae in montosis, uel planis et sabulosis locis tardius nata erant, diu integra, absque uermium erosione perstiterint, cum illa, quae in uallibus breui succreuerant, uermes intra paucos annos producerent; idque de abiete inprimis sibi constare testatur.

5. Ligna, antequam construantur, anno minimum loco sicco debent asseruari, ut siccescant, alias contractio et exsiccatio eorum rimas et alia incommoda producit.

6. *Quernum* lignum praestat ceteris omnibus. *abietinum* post idem, ob rectitudinem et longitudinem aestimatur. *alnеum* in locis udosis et intra aquam diutissime durat. conf. de proprietatibus lignorum VITRVVIVS, L. 2. c. 9.

7. Calx ex ustis lapidibus duris facta firmiter nectit lapides. debet autem aquā resoluta uel extincta biennio in loco humido asseruari, ut tenacior euadat. Calx lapidum molliorum trullissationi siue tectorio intra aedificia seruit, humorem enim ferre nequit.

8. Arena fossilis pura, lapillis crassioribus destituta, acris tamen, nec nimis minuta, optima. tres arenae partes, cum una calcis miscentur pro materia, quam Vitruuius II. 5. uocat, uel colla.

9. Tectis

13. Tigilla tecti tres lata pollices, quibus lateres (longi 15 pollices) adhaerent, ultra tres uel sex ad summum digitos non remoueantur.

14. Inter aedes proximas murum intergerinum, qui sex pedibus ultra tectum eminet, collocasse, insignem utilitatem ad incendiorum progressum cohibendum praestat.

SCHOLION I.

IX. *Ad firmitatem murorum spectant etiam fornices siue arcus, siquidem tales non solum in muris continuis, pro augenda eorum soliditate, per interualla fiunt, sed etiam ad tegendas portas, fenestrasque, nec non ad integram concamerationem sub pontibus, in templis et alibi construendam ualent. praecipua de illis est regula, ut lapides instar cuneorum praeparentur, ipsaque eorum plana inclinata accurate iungantur, sed cum arcuum uariae figurae esse possint, et cunei lapidei, tum pro arcuum, tum pro loci, in quibus ponuntur, diuersitate, inclinationem mutent, peculiaris hodie ars excogitata est, pro cuneis illis rite conformandis, quae sectio lapidum uocatur. extat de eadem opus integrum subtili ingenio elaboratum* FRANC. DERAND *sub tit. architecture des Voutes. postea praecepta artis in compendium redegerunt* DESARGVES *et* ABR. BOSSE, *quorum libri etiam in germanicum idioma uersa prostant. sed haec doctrina ampliorem tractationem postulat, et breuiter absque obscuritate tradi nequit. nonnulla etiam praecepta modulis et exemplis corporeis melius declarantur. conf.* DECHALES *T. 2. p. 619.* DAVILER *p. 211.*

SCHOLION II.

X. *Ars tignaria, quae texturam trabium et tignorum docet, facilius intelligitur, si uel in rem praesentem ducantur tirones, et modus contignationem faciendi ita monstretur, uel proponantur illis imagines ampliores et distinctius elaboratae. quales in* IO. WILHELMI *architectura ciuili; germ.*

No-

Norimb. a. 1668. f. et I. IAC. SCHVBLERI Zimmermanns-Kunst. Norimb. 1731. f. exhibentur. nonnulla etiam, quae huc pertinent, afferunt, MVET dans la maniere de batir pour toutes sortes des personnes p. 102. DAVILER p. 184. STVRM append. Goldmanni p. 70.

PROBLEMA III.

XI. *Explicare regulas pro fundamentis solide ponendis.*

Resolutio. 1. Inquirendum est in conditionem soli, fodiendo terram, uel adigendo in eandem palum ferrea cuspide munitum, considerandoque, utrum palus pulsibus aequaliter cedat.

2. Petra sine dubio fundamentum tutissimum praebet. succedit crassius sabulum et terra nigra. limosum uero et paludosum solum arte solidandum est.

3. In limoso et argilloso solo, necnon in arena subtili et lubrica, sufficit robusta cratis, tignis quernis colligata; suppositisque palis incumbens. spatium inter tigna medium, silicibus coementisque repletur, et primum lapidum fundamenti cubile limo intermisto iungitur, ne nimirum calx ligna arrodat.

4. In palude fundamentum iacturus, primo omnium adacto palo ferrato terrae molis altitudinem inuestigare debet, et prouti illa lubrica magis minusue est, ita etiam plures uel pauciores pali, trium, quatuor, pluriumue pedum distantia, intrudendi, quorum capita tignis deinceps copulantur. pro palis in linea re-

cta

cta infigendis machinas, explicat LEVPOLD th. m. hydrotechn. c. 21.

5. Quando intra aquas murus fundandus est, primum duplici palorum parallelo situ positorum serie spatium necessarium concluditur, quorum crenis asseres robusti inseruntur, et spatium inter eos terra stramine permista; item caementis et fimo repletur, ne aqua possit penetrare. Deinde aqua exhausta fundamentum more solito collocatur. conf. GAVTIER tr. cit. §. 8, LEVPOLD §. 213. sq.

6. Ceterum de proportione fundamenti ad murum imponendum architecti experientia edocti praecipiunt, 1) ut altitudo fundamenti infra solum recondendi sit sexta pars altitudinis muri. 2) pro altitudine 45 pedum murus fundamentalis duplo latior fit eo, quem sustinet. 3) fundamentum sensim contrahitur per singula cubita, ut superiores lapides ampliori basi innitantur.

7. Fundamenta angulorum et pilarum solito ampliora esse debent.

8. Fundamentali muro absoluto, aliquamdiu cessandum est ab opere, donec hic exsiccetur, et super solo conquiescat. nonnulli annuum spatium hic postulant, praesertim in solo dubio, iubent etiam, ut parte fundamenti finita, terra iuxta idem ui intrudatur et complanetur. conf. GOLDMANN L. I. c. 20. De structura pontium sigillatim GAVTIER l. cit. LEVPOLD in theatro pontificiali et SCHRAMMIVS

MIVS in commentario peculiari germ. de pontibus a. 1734. f. Lipſ. agunt. De molibus intra aquas firmandis, de ripa munienda, aggeribus ſtruendis, de catarractis, aliisque ſimilibus operibus ex inſtituto commentatus eſt CORNEL. MEYER, Batauus, in opere, cui tit. *l' arte di reſtituire a Roma la tralaſciata nauigatione del ſuo Teuere.* Romae. 1685. f. ex quo ANONYMVS GALLVS artificia potiora excerpſit, edidirque *traité de rendre les rivieres navigables.* Amſtel. 1696. 8. quem tractatum a. 1728 CL. FAESCHIVS germanice Dreſdae uulgauit.

CAPVT II.

DE VTILITATE AEDIFICIORVM.

PROBLEMA IV.

XII. *Explicare obſeruationes, quae ad figuram aedium et conclauium pertinent.*

Reſolutio. 1. Turres infra quadratae ſint, ſupra hexagonam uel octogonam figuram habeant. ſuperior tamen murus inferiori recte inniti debet.

2. Templis biquadrata, ſiue rectangula, cuius longitudo ſit dupla latitudinis, conuenit. turris occidentem, altare et chorus orientem ſpectat.

ſpectat. ſuggeſtus poſt altare, in templis minoribus, in maioribus autem prope medium muri meridionalis ponitur. de quo argum. agit STVRM tr. pecul. de templis. ueteres templis etiam rotundam figuram tribuerunt. ſemicircularis, ſeu amphitheatri, item oualis paſſim recentioribus placuit.

3. Aedibus habitationi deſtinatis, tum et conclauibus ſingulis figura rectangula aptiſſima eſt. minora conclauia quadratam admittunt.

PROBLEMA V.

XIII. *Explicare obſeruationes, quae ad diathesin, ſiue commodam aedium diſtributionem pertinent.*

Reſolutio. 1. Introitus aedificii medium teneat locum parietis anterioris, feneſtris utrimque exiſtentibus numero et magnitudine aequalibus, id quod ad robur et decus facit.

2. Conclauia cuiuslibet contignationis ſita ſint in eodem plano.

3. Conclauibus ſingulis, maxime ſcalis, allabatur ſufficiens lumen.

4. Conclauia ima prope terram contemtiora, ideoque humiliora fieri poſſunt.

5. Prima contignatio ad habitandum maxime idonea habet conclauia altiora et ornatiora.

6. Cuilibet aedificio adiungendum cauaedium, ſiue area ſubdialis, tum pro luminis uberiore affluxu, tum pro ſtabulis aliisque locis ab habitatione remouendis.

7. Ipſa

7. Ipſa conclauium diatheſis uſu magis et iudicio, quam regulis nititur. Inprimis hic ſcopus et conditio fundatoris, nec non locus et ſitus aedium ob oculos uerſari debent, inde tum numerus, tum amplitudo et nexus conclauium aeſtimatur. Certae enim et uniuerſales regulae uix de hac re praeſcribi poſſunt. conſ. MVET ars aedificandi. inprimis autem architecturae cultores ſibi comparent diligenterque contemplentur uarias aedificiorum inſignium ideas ab architectis paſſim uulgatas. quemadmodum romana antiqua *Ant. Desgodets*, recentiora *I. B. Falda*, *I. Sandrart*, gallica, *Pautre*, *Marin*, *Perelle*, *Thomaſſin*, hollandica, *Dankert*, *Schenk* et alii deſcripſerunt. exempla nonnulla in praelectionibus monſtrabo. Quibus iter ad exteros facere licet, illi obſeruationum utilium huc ſpectantium magnam copiam ſibi colligere poterunt.

PROBLEMA VI.

XIV. *De feneſtris commode ordinandis explicare.*

Reſolutio. 1. Latitudo minima feneſtrarum eſt trium pedum. figura biquadrata, uel talis, ut altitudo ad latitudinem ſeruet rationem 3 : 2. Arcuatae praeterquam in templis haud facile adhibendae.

2. Supra planum tabulati eleuantur tribus pedibus.

3. Valuae ſiue retinacula uitrorum, intus ap-

appensa, oblique exscinduntur, pro lumine copiosiore captando.

4. Vitra fenestrarum plana et perspicua sint.

5. Opera detur, ut ita fenestrae locentur, ut positus in medio conclaui per eas coelum adhuc possit contueri. v. DAVILER p. 140. sq. STVRM append. Goldmann. p. 33. sq.

PROBLEMA VII.

XV. *De ianuis explicare.*

Resolutio. 1. Ianuae quoque sunto rectangulae, figura biquadrata. altitudo septem pedum. conclauibus maioribus ianuae altiores et latiores conueniunt. Portae rectius arcu clauduntur, quod ad firmitatem facit.

2. In medio pariete ianuam aperuisse, ornatum auget. habenda tamen praecipue ratio utilitatis, quae saepe ianuam extra medium ponere iubet.

3. Plurium eiusdem contignationis conclauium ianuae situ parallelo sibi inuicem opponantur.

4. Portae aedium, per quas currus admittendi, latitudinem 9, altitudinem 12 uel $1 3\frac{1}{2}$ pedum habeant. v. DAVILER p. 124. sq. STVRM p. 26.

PROBLEMA VIII.

XVI. *De fornacibus, caminis et fumariis explicare.*

Resolutio. 1. Fornacis duplex genus in usu est, quod ceteris omnibus praestat. Primum

 mum

mum quidem, quando fornacis ostium extra conclaue in fumarium patet; fiat parallelepipedum F.1.) AB ex tabulis fusis ferreis, longum 3 uel $3\frac{1}{2}$ altum 2, latum $1\frac{1}{2}$ pedes, idemque collo A, cuius basis et altitudo 15 digitis aequalis est instruatur, et fornax columnis lapideis uel metallicis innitatur. Huic prismati ferreo imponantur fistulae prismaticae fictiles C, D, altae pedes duos, latae circiter pedem unum, inter quas arcus cauus E eiusdem fere latitudinis (mensurae enim latitudinis fistularum pro diuersa fornacis longitudine mutabiles sunt, siquidem superius fornacis operculum ante et post supra has fistulas prominet) relinquitur, cauaeque hae fistulae pyramide uel cono F tegantur, denique collo uel ostio fornacis A ualua ferrea applicetur. tali fornace conclauia nostra circiter 10 uel 12 ulnas longa et lata rite et celeriter calefieri, et calorem aliquamdiu etiam, clauso tempestiue ostio A, conseruari, experientia docet.

F.2.) 2. Si uero fornax intra conclaue aperta desideretur, quod in minoribus hypocaustis commode fit, (siquidem ita calorem pro libitu moderari licet; ut taceam focum intra conclaue accensum, dum aerem per fumarium expellit, una effluuia noxia abducere, et sanitati prodesse.) similis, quam antea descripsi, uel paulo etiam minor fornax G fabricetur, cuius ostio H ualua appensa est, pyramidi uero superiori additur aliquoties cu[...] uata fistula cylindrica e

ferri

ferri laminis parata KL, cuius diameter est quinque minimum digitorum, quae prope L in fumarium desinit. Ita ligna per ostium H in fornace collocata et accensa, et cito flammam concipient, et clauso mox ostio H, succedente per rimas aere, qui ignem paulatim sufflat, diu per plures horas calorem fornacis conseruabunt. Cautio uero adhibenda est, ut 1) flamma non nimis magna intra fornacem fiat, quippe quae inutiliter deflagrat, et periculum quoque creat, si fornax et fistula KL incandesceret, et contentam forte intus et in fumario fuliginem accenderet. 2) deinde fornax et fistula in fumarium deducta bis quolibet mense scopis uel ferro purganda; quoniam fuligo, dum ferro adhaeret, asperam reddit illius superficiem, et fumi egressum remoratur, ut purgatione omissa in ipsum conclaue regrediatur.

3. Caminos, etsi climatis nostri hibernum frigus non ferat, possunt tamen nonnumquam etiam nobis esse utiles. Sufficit latitudo 4, altitudo 3, profunditas 2 pedum. dextrum et sinistrum latus aliquot digitis ultra parietem intra conclaue prominent, postica superficies ferrea tabula affixa tegitur, nonnulli focum cauum reddunt, et per fistulam aerem externum adducunt, qui ignes suffler. sed id minime necessarium est. lentum enim sed perpetuum ignem in camino habere iuuat. GAVGIER in mechanica ignis cap. 3. fumarium proxime supra camini parietes parabolica figura curuare iubet, ut radii i-

7. Solidum solido debet imponi. caueatur ergo, ne parietes lignei super solis trabibus consistant.

8. Ipsae trabes non sint nimis tenues, habeant pedis spissitudinem, nec ultra sesquipedem distent, interuallum inter eas, lignis transuersariis, quibus limus stramine permistus circumuoluitur, repleatur. GAERTNER *in tr. Bau Erinnerungen wider Feuers-Gefahr*, omnia ligna aedificii limo obduci cupit, ut ignem non facile concipiant, quod de trabibus et columnis parietum ualet.

9. Ob incendii periculum lignea tabulata dissuadentur.

10. Trabes, quae conclaui uiginti pedibus latiori imminent, supposito fortiore tigno sustententur, uel ex tigno supra eas posito, ferreis uinculis, suspendantur.

11. Trabium et cantheriorum extrema intra coronidem muri lapideam abscondantur.

12. Cauendum a tectis altioribus, quae et nimis muros onerant, et incendiis propagandis seruiunt, sed tamen in nostro climate nec humilia nimis esse possunt, quibus nix et pluuia largior non facile auertuntur. Proportio seruetur talis: latitudo tecti diuidatur in partes octo, septemque ex illis longitudini cantherii (des sparrens) tribuantur. In tectis duplicatis fiat altitudo perpendicularis aequalis latitudini, et altitudinis duae partes pro inferiore, una pro superiore tecto assumatur. v. STVRM append. Goldm. p. 64. sq.

13. Ti-

13. Tigilla tecti tres lata pollices, quibus lateres (longi 15 pollices) adhaerent, ultra tres uel sex ad summum digitos non remoueantur.

14. Inter aedes proximas murum intergerinum, qui sex pedibus ultra tectum eminet, collocasse, insignem utilitatem ad incendiorum progressum cohibendum praestat.

SCHOLION I.

IX. *Ad firmitatem murorum spectant etiam fornices siue arcus, siquidem tales non solum in muris continuis, pro augenda eorum soliditate, per interualla sua, sed etiam ad tegendas portas, fenestrasque, nec non ad integram concamerationem sub pontibus, in templis et alibi construendam ualent. praecipua de illis est regula, ut lapides instar cuneorum praeparentur, ipsaque eorum plana inclinata accurate iungantur, sed cum arcuum uariae figurae esse possint, et cunei lapidei, tum pro arcuum, tum pro loci, in quibus ponuntur, diuersitate, inclinationem mutent, peculiaris hodie ars excogitata est, pro cuneis illis rite conformandis, quae sectio lapidum uocatur. extat de eadem opus integrum subtili ingenio elaboratum* FRANC. DERAND *sub tit. architecture des Voutes. postea praecepta artis in compendium redegerunt* DESARGVES *et* ABR. BOSSE, *quorum libri etiam in germanicum idioma uersa prostant. sed haec doctrina ampliorem tractationem postulat, et breuiter absque obscuritate tradi nequit. nonnulla etiam praecepta modulis et exemplis corporeis melius declarantur. conf.* DECHALES *T. 2. p.* 619. DAVILER *p.* 211.

SCHOLION II.

X. *Ars tignaria, quae texturam trabium et tignorum docet, facilius intelligitur, si uel in rem praesentem ducantur tirones, et modus contignationem faciendi ita monstretur, uel proponantur illis imagines ampliores et distinctius elaboratae. quales in* IO. WILHELMI *architectura ciuili, germ.*

No-

Norimb. a. 1668. f. et I. IAC. SCHVBLERI Zimmermanns-Kunst. Norimb. 1731. f. exhibentur. nonnulla etiam, quae huc pertinent, afferunt, MVET dans la maniere de batir pour toutes sortes des personnes p. 102. DAVILER p. 184. STVRM append. Goldmanni p. 70.

PROBLEMA III.

XI. *Explicare regulas pro fundamentis solide ponendis.*

Resolutio. 1. Inquirendum est in conditionem soli, fodiendo terram, uel adigendo in eandem palum ferrea cuspide munitum, considerandoque, utrum palus pulsibus aequaliter cedat.

2. Petra sine dubio fundamentum tutissimum praebet. succedit crassius sabulum et terra nigra. limosum uero et paludosum solum arte solidandum est.

3. In limoso et argilloso solo, nec non in arena subtili et lubrica, sufficit robusta cratis, tignis quernis colligata, suppositisque palis incumbens. spatium inter tigna medium, silicibus coementisque repletur, et primum lapidum fundamenti cubile limo intermisto iungitur, ne nimirum calx ligna arrodat.

4. In palude fundamentum iacturus, primo omnium adacto palo ferrato terrae molis altitudinem inuestigare debet, et prouti illa lubrica magis minusue est, ita etiam plures uel pauciores pali, trium, quatuor, pluriumue pedum distantia, intrudendi, quorum capita tignis deinceps copulantur. pro palis in linea recta

cta infigendis machinas explicat LEVPOLD th. m. hydrotechn. c. 21.

5. Quando intra aquas murus fundandus est, primum duplici palorum parallelo situ positorum serie spatium necessarium concluditur, quorum crenis asseres robusti inseruntur, et spatium inter eos terra stramine permista, item caementis et fimo repletur, ne aqua possit penetrare. Deinde aqua exhausta fundamentum more solito collocatur. conf. GAVTIER tr. cit. §. 8, LEVPOLD §. 213. sq.

6. Ceterum de proportione fundamenti ad murum imponendum architecti experientia edocti praecipiunt, 1) ut altitudo fundamenti infra solum recondendi sit sexta pars altitudinis muri. 2) pro altitudine 45 pedum murus fundamentalis duplo latior fit eo, quem sustinet. 3) fundamentum sensim contrahitur per singula cubita, ut superiores lapides ampliori basi innitantur.

7. Fundamenta angulorum et pilarum solito ampliora esse debent.

8. Fundamentali muro absoluto, aliquamdiu cessandum est ab opere, donec hic exsiccetur, et super solo conquiescat. nonnulli annuum spatium hic postulant, praesertim in solo dubio, iubent etiam, ut parte fundamenti finita, terra iuxta idem ui intrudatur et complanetur. conf. GOLDMANN L. I. c. 20. De structura pontium sigillatim GAVTIER l. cit. LEVPOLD in theatro pontificiali et SCHRAMMIVS

raritatem et praestantiam, et elaborationem exquisitam, nec non propter felicem naturae imitationem. Quin et consuetudo iudicium de pulchritudine solet uariare. Architectus igitur pulchritudinem genuinam et perpetuam ab instabili probe secernere istamque inprimis consectari debet.

OBSERVATIO.

XXI. *Praecipuum autem constantis pulchritudinis fundamentum positum est, in apto singularum alicuius operis partium conformatione, quae fit secundum proportiones exiguis numeris definitas, quales sunt 1: 1, 1: 2, 1: 3, 1: 4, 1: 5, 1: 6, 2: 3, 2: 5, 3: 4, 3: 5, 3: 8, 3: 10, 5: 4, 5: 6, 5: 8, 5: 12, 8: 9, 9: 10 et similes. Tales enim si in sonorum combinatione seruentur, harmoniam siue iucundum concentum effici, experimentis primum comprobauit PYTHAGORAS, teste IAMBLICHO ad arithmet. Nicomachi p. 171. BOETHIO de musica c. 10. 11. MACROBIO in Somn. Scipion. L. 2. c. 1. add. TENNVLIVS ad Iambl. p. 205.*

SCHOLION.

XXII. *Rationem, cur eiusmodi proportionibus praeditae partes pulchrae censeantur, hanc reddit GOLDMANN L. 1. p. 30. quia animus contemplatione earum, quae promte ipsi patent, delectatur, et taedio afficitur, quando uarie implicitam intellectuque difficilem compositionem obuiam habet.*

CON-

CONSECTARIVM.

XXIII. Quamobrem pro pulchris reputantur ianuae, fenestrae, fornaces, camini, tum et ipsa conclauia, tectaque et aliae aedificiorum partes, quando lineae et superficies, quibus terminantur, seruant rationes uenustas, ita tamen, ut ad usum quoque et finem suum singula opera recte referantur.

DEFINITIO III.

XXIV. Consociatio omnium aedificii partium secundum proportiones pulchras *Symmetria* uel *Eurythmia* uocatur.

SCHOLION.

XXV. *De symmetria et eurythmia ita VITRUVIUS L. 1. c. 2. eurythmia est uenusta species, commodusque in compositionibus membrorum adspectus. haec efficitur, cum membra operis conuenientia sunt, altitudinis ad latitudinem, latitudinis ad longitudinem, et ad summam omnia respondeant suae symmetriae. Item symmetria est ex ipsius operis membris conueniens consensus, ex partibusque separatis ad uniuersae figurae speciem ratae partis responsus. Videtur ergo Vitruuius symmetriam ad aptam proportionum constitutionem, eurythmiam uero ad similium partium decentem concinnamque positionem referre. sed his uocabulis etiam promiscue pulchra dispositio partium significari solet.*

DEFINITIO IV.

XXVI. *Picturae* et *sculpturae* ad augendam pulchritudinem omnino conducunt. Dispescuntur autem picturae in *megalographicas*, quae res gestas heroum, et *topiarias*, quae hortos, campos, uicos, oppida etc. exhibent. v. BALDI Lex. Vitr. p. 184. Imaginum

gines et *statuae* sunt uel *pariles*, iusta hominis statura, uel *Colossi*, statura maiore, quam est naturalis, praeditae. *Sigilla* tantum caput et pectus repraesentant. *Atlantides* imagines foeminarum instrumenta artis tractantium, et *caryatides* mulieres seruas et captiuas (pinguntur stolatae, manibus post occiput reductis, et eleuatis cubitis, capitique impositum pondus sustinent) referunt. de nominis origine agit VITRVV. L. I. c. 1.

CONSECTARIVM.

XXVII. In picturis et sculpturis ars imitari naturam debet. In iisdem delectus adhibendus, quem scopus et usus aedificii, item fundatoris conditio requirit. utendum quoque ibi sculpturis parcius, ubi robur et firmitas potissimum decus conciliant. conf. GOLDMANN p. 28.

SCHOLION.

XXVIII. *Pulchritudo locum habet maxime in iis operibus, quae pluribus partibus prominentibus gaudent, qualia sunt fulcra omnis generis et eorundem bases et capitula, a quibus deinceps ad alia similia transferuntur. atque ita ordo architectonicus originem habuit.*

DEFINITIO V.

XXIX. *Ordo* architectis nominatur complexus pulchrarum proportionum, quae in fulcri uel columnae partibus sociantur. Fulcrum autem tribus membris principalibus constat A C, *Stylobata*, (uulgo, *Postement*) D G, *columna*, (*Saeule*) H K, *et trabeatione* (*Hauptgesimse*).

F. 7.

CON-

CONSECTARIVM.

XXX. Has fulcri partes firmitas illius uidetur postulare. cum enim illud sustinendis tectis inprimis inseruire debeat, fundamento opus habet latiore, quod *stylobata* refert, medio loco *columna* est, cui in summo trabes tectumque prominens incumbunt, atque ita *trabeatio* producitur. Ipsa columna arboris truncum, qui infra cylindricam, sursum uero contractam figuram habere solet, repraesentat. GOLDM. p. 73.

DEFINITIO VI.

XXXI. Praeterea membra haec principalia singula, tribus specialibus gaudent. I. *Stylobata* AC, habet 1) *basin* A, (*Fusgesimse*) 2) B, *truncum*, (Würfel) 3) C, *coronidem* (*postement gesimse*) II. *Columna* DG continet 1) D *basin columnae*, (*Schaftgesimse*) 2) EF, *scapum*, (schaft) teretem uel cylindricum usque ad E, et contractum uersus F. 3) G, *capitulum*, (capitael). III. In *trabeatione* HK occurrunt 1) H, *architrabs*, s. *epistylium* (*architraue*) 2) I, *Zophorus* (*fries*) 3) K, *Coronix* (*Karnies*)

DEFINITIO VII.

XXXII. Ordines singularum partium conformatione et proportione distincti olim quinque laudabantur: *Tuscanius*, *Doricus*, *Ionicus*, *Corinthius* et *Romanus*. (al. compositus) quibus recentiore aeuo sextum *Teutonicum* L. C. Sturmius adiecit.

DE-

DEFINITIO VIII.

XXXIII. Minutiores partes columnarum sunt uel planae (Germ. *Platten*, *plätlein*), uel conuexae, semicirculo (Staebe), aut quadrante clausae (Viertels-Staebe), uel cauae (Hohl-Kehlen), uel conuexae et cauae (Karnierse it. Kehlleisten.) In his ad *ecphoram* siue proiecturam et altitudinem respiciendum. *apophygis* sigillatim nominatur arcus, quo partes uicinae nonnunquam copulantur.

PROBLEMA X.

XXXIV. *Membra ordinis architectonici conuexa, caua, et conuexo caua delineare.*

F. 8.) *Resolutio.* 1. Torus, astragalus, annulus, (Staebe) semicirculo clauduntur.

F. 9.) 2. *Echinus* (Viertels Stab) ita fit. altitudo secatur in partes tres, et duae sumuntur pro proiectura *ac*, deinde super subtensa *bc* erigitur △ aequilaterum, et ex illius uertice arcus describitur. *Vel* altitudo tota sumitur pro F. 10.) ecphora, et quadrans ducitur.

F. 11.) 3. Pro *trochilo* (Hohlkehle) altitudo diuiditur in partes tres, supra una, infra duae pro proiectura assumuntur, et iisdem radiis quadrantes ducuntur.

F. 12.) 4. Pro *cymatio dorico* (Hohlleiste) $\frac{3}{4}$ altitudinis pro ecphora ponuntur, et ex uertice △ aequilateri arcus ducitur.

5. Pro

5. Pro, *sima*, (Karnies. Rinnleiste) altitudo tota pro ecphora assumitur, similisque linea perpendicularis ex medio altitudinis erigitur, et in duas partes secatur, tum ex illius extremis arcus duo, qui conuexam et cauam partem simae claudunt, delineantur. *Vel*: ducta subtensa ex duorum triangulorum aequilaterorum, super dimidia subtensa erectorum, uerticibus arcus fiunt. (F. 13.) (F. 14.)

6. Pro *cymatio lesbio*, (Kehlleiste, Kleiner Karnies) $\frac{2}{3}$ altitudinis pro ecphora assumuntur, ductaque subtensa, denuo super dimidio illius fiunt triangula aequilatera, e quorum uertice arcus, uti figura docet, describuntur. (F. 15.)

CONSECTARIVM I.

XXXV. Quamobrem talia membra pro uenustis haberi debent, quoniam inter altitudines et proiecturas accurata ubique proportio intercedit.

CONSECTARIVM II.

XXXVI. De planorum membrorum delineatione nihil opus est addere, siquidem rectis lineis clauduntur, modo tamen altitudinis et ecphorae ratio rite sit definita.

DEFINITIO IX.

XXXVII. *Modulus* nominatur semidiameter scapi teretis columnae, qua archite-

cti

cti pro ſcala et menſura partium ſingularum F.16.) utuntur. *Diuidi ſolet in XXX partes. Goldmannus, ut ſubtilius rationem membrorum poſſet indicare, modulum in 360 partes diſpertitur.* L. II. c. 3.

PROBLEMA XI.

XXXVIII. *Ordinem architectonicum delineare.*

Reſolutio. 1. Super linea recta alia perpendicularis axem columnae ſiſtens indefinita ducatur, ex iuxta eam interuallo arbitrario duae parallelae perpendiculares erigantur.

2. In poſteriores parallelas ex ſcala ſiue modulo altitudines membrorum columnae transferantur, et obſcurae parallelae per ſectiones priorum fiant.

3. In parallelis horizontalibus ecphorae membrorum ſignentur, ipſaque membra ſecundum probl. 10 terminentur.

Hiſce imaginibus ſi umbra adiiciatur, abſoluta erit ordinis quaeſita delineatio.

SCHOLION.

F. 17-28.) XXXIX. *Ordinum prima lineamenta modo fig. 16. accommodata, figuris 17-28 exhibui, reſtat, ut magnitudines partium, et ſigillatim altitudinem et proiecturam earundem proferam, ſequar autem hic L. C. STVRMIVM, de utraque architectura optime meritum, qui numeros illos ex Barotii et Goldmanni proportionibus deſumſit, uid. appendix compend. mathes. germ. p. 17. ſq.*

Ordo

Ordo Tuſcanius. F. 17. 18.

Baſis Stylobat.	Alt.	Ecph.
quadra	30	48
torus	31½	46
cymat. Dor.	37½	43
Truncus	82½	41¼
Coronis		
cymat. Dor.	6	43
regula	8	46
coron. usq; ad apophygin	16	51
apophyg. ſup.	19½	
ſupercil.	22½	53
ſcamillus	7½	41¼
Baſis Col.		
plinthus	15	40
torus	30	
limbus	32	32½
apophygis inf.	38	
ſcapus teres	93	30
ſcapus contractus	279	24
Capitulum.		
apoph. ſup.	3½	
limbus	5	27½

	Alt.	Ecph.
annulus	10	30
hypotrach.	20	24
regul.	22	25¼
echinus	30	31¾
abacus	36	32½
ei. apoph.	38	
ſupercil.	40	34
Epiſtylium		
faſc. infer.	12	24
faſc. ſuper.	24	25½
apoph.	27	
ſupercil.	30	28
Zophorus	37½	24
Coronix		
cym. Dor.	5	25½
regul.	6½	28
echinus	14	33
corona	24	60¾
apoph.	26	
regula	27½	62¾
taenia	32	64
ſima	42	
ſupercil.	45	74

Ordo

Ordo Doricus F. 19. 20.

Baſ. Stylob.		
quadra.	32	51
regul.	34	48
cym. Lesb.	40	46
Truncus	96	41¼
cym. Lesb.	6	43
reg.	8	48
corona	16	52
cym. Dor.	19½	53
reg.	21	54
ſupercil.	24	56
Scamillus	5¼	41¼
Baſis Col.		
plinthus	10	40
torus	18	
regul.	19	36
trochilus	23	33
regula	24	34½
torus	30	
limbus	32	33
apoph ſup.	38	
ſcap. teres.	100	30
ſcap. contr.	300	24
Capitulum		
apoph. ſup.	4	
limbus	6	27
annulus	12	30
hypotrach.	22	24
cym. Lesb.	25	24½
regula.	26	27
echinus.	32	31
faſc. abaci	37	31½
cym. Lesb.	40	32
ſupercil.	42	34
Epiſtylium		
faſc. inf.	9	24
faſc. ſup.	18	25
guttae	24	28
regul.	25	28
cym. Dor.	28	29
ſupercil.	30	30½
Zophorus		
alt. int. Triglyph.	48	
alt. ext.	51	
alt. tota.	54	
Coronix		
cym. Lesb.	4	29
regul.	5	32
pſeudomutul.	10	68
cym. Lesb.	13	69
corona	22	73½
cym. Dor.	25	74½
regul.	26	76
ſima	34	
ſupercil.	36	84

Ordo

Ordo Ionicus F. 21. 22.

Basis Stylob.		
quadra	$29\frac{1}{2}$	49
torus	$34\frac{2}{3}$	49
regula	$36\frac{2}{3}$	$46\frac{1}{2}$
cym. Lesb.	$41\frac{2}{3}$	(45 / $42\frac{1}{2}$
truncus	95	$41\frac{1}{4}$
coronis		
astragalus	3	$42\frac{1}{2}$
cym. Lesb.	8	($42\frac{1}{2}$ / 45
regula	10	46
corona	18	52
cym. Lesb.	22	($55\frac{3}{5}$
supercilium	25	56
scamillus	5	$41\frac{1}{5}$
plinthus	10	40
torus	18	40
regula	19	36
trochilus	23	$30\frac{1}{2}$
regula	14	$31\frac{1}{2}$
torus	30	$34\frac{1}{2}$
astragalus	$31\frac{1}{2}$	
limbus	33	$31\frac{1}{2}$
apoph. inf.	38	30
scapus teres	$105\frac{1}{8}$	30
scap. contr.	$319\frac{3}{8}$	$24\frac{1}{2}$
apoph. sup.	$4\frac{1}{2}$	$24\frac{1}{2}$
limbus	7	27

Capitulum		
annulus	12	30
lat. part. ultr.	$15\frac{3}{4}$	
encarpum		
resid. simae	$19\frac{1}{2}$	
regula	21	
astragalus	24	
echinus	30	
fascia abaci	36	40
ultra uolutas		
resid. abaci	37	
cym. Lesb.	40	
supercil.	42	45
Epistylium		
fasc. inf.	12	$24\frac{1}{2}$
cym. Dor.	15	$25\frac{1}{2}$
fasc. super.	33	27
cym. Lesb.	38	($28\frac{1}{2}$ / $30\frac{3}{4}$
supercil.	$41\frac{2}{3}$	32
Zophorus		
Zoph. nudus	$29\frac{7}{12}$	$24\frac{1}{2}$
apoph. eiusd.	$32\frac{1}{12}$	
limbus	$33\frac{1}{3}$	$27\frac{1}{2}$
Corona		

Yy Ordo

Ordo Ionicus F. 21. 22.

Cym. Lesb.	5	28½ / 31
regula	6¼	32¼
taenia	13¾	36¾
regula	15	38
echinus	21¼	42
cym. Dor.	24¼	60
Corona	34¼	64
regula	35¾	65½
astragalus	38¾	
sima	47¾	
supercilium.	50	74½

Ordo Teutonicus. F. 23. 24.

Basis Stylob.		
Quadra	28¾	53
regula	30¾	52
sima	38¾	
reg.	40	46
cym. Lesb.	45	45 / 45½
Trunc. teres	96	41¼
apophygis	99	
limbus	100	42¾
Coronis		
astragalus	2	
cym. Lesb.	7	43¾ / 46½
regul.	8¼	47½
corona	16¼	54
astragal.	18¾	
C. Dor.	22¾	55
supercil.	26	56¼
scamillus	9.	41¼
Bas. Colum.		
plinthus	10	40
torus	16	40
astragalus	19	37
regula	20	35½
trochilus	24	32
regula	25	33
torus	30	35½
astragalus	33	32½
limbus	35	31
apophyg.	38	
scapus teres	150	30
scapus contr.	300	34½
Capitulum		

Ordo

Ordo Teutonicus F. 23. 24.

Apophyg	$4\frac{1}{2}$	
limbus	7	$27\frac{1}{2}$
annulus	12	30
folia infra uolutam	$20\frac{1}{4}$	32
regula	$21\frac{1}{2}$	
astragalus	24	
ultra ocul.	30	
uolut. mai.	8	
super ocul.	4	
uol. min.	$31\frac{7}{8}$	
resid. echini	$35\frac{1}{4}$	
ultra uolutas	42	
abacus	46	41
cym. Lesb.	50	42 / 44
supercil.	52	45

Epistylium

fasc. inf.	12	$24\frac{1}{2}$
astragalus	15	
fasc. sup.	33	26
regula	34	27
astragalus	$36\frac{1}{2}$	
cym. Lesb.	$41\frac{1}{2}$	$28\frac{1}{4}$ / $30\frac{3}{4}$
supercil.	45	32

Zophorus

usque ad ap.	$28\frac{1}{2}$	$24\frac{1}{2}$
apophyg.	34	
limbus	36	$27\frac{1}{4}$

Coronix

cym. Lesb.	5	$28\frac{1}{2}$ / 31
regula	$6\frac{3}{4}$	$32\frac{1}{4}$
taenia	$13\frac{3}{4}$	$36\frac{3}{4}$
regula	15	38
astragalus	$17\frac{1}{2}$	
echinus	$29\frac{3}{4}$	$42\frac{1}{4}$
cym. Lesb.	$26\frac{1}{4}$	60
regula	$26\frac{3}{4}$	62
corona	36	$71\frac{1}{5}$
regula	37	$72\frac{1}{2}$
echinus	40	$74\frac{1}{2}$
regula	41	$75\frac{1}{2}$
sima	50	
supercil.	54	$84\frac{1}{2}$

Ordo Romanus F. 25. 26.

Baſ. Stylob.

Quadra	30	$53\frac{1}{4}$
regula	31	$52\frac{1}{4}$
ſima	39	
aſtragalus	41	
regula	$42\frac{1}{2}$	$46\frac{1}{4}$
cym. Lesb.	$47\frac{1}{4}$	45 / $42\frac{1}{4}$

Truncus	$103\frac{1}{8}$	$41\frac{1}{4}$

Coronis

Cym. Lesb.	5	$42\frac{1}{2}$ / 45
regula	$6\frac{1}{4}$	$46\frac{1}{4}$
echinus	$12\frac{1}{4}$	$50\frac{1}{4}$
corona	$20\frac{1}{4}$	$55\frac{1}{4}$
aſtragalus	$22\frac{1}{4}$	
cym. Lesb.	$26\frac{1}{4}$	$56\frac{1}{4}$ / $58\frac{1}{4}$
ſupercilium	$28\frac{1}{2}$	$59\frac{1}{4}$

Baſis Col.

plinthus	10	40
torus	16	
aſtragalus	18	37
regula	19	36
trochilus	22	$32\frac{1}{2}$
regula	23	$33\frac{1}{2}$
aſtragalus	25	
torus	30	
aſtragalus	33	
limbus	34	32
apophygis	38	30

ſcap. teres.	$153\frac{1}{3}$	30
ſcap. contr.	$106\frac{2}{3}$	25

Capitulum

apophyg.	5	25
limbus	7	$27\frac{1}{2}$
annulus	12	30

fol. inf. usque ad labia	24	
ſupra eadem	27	81
fol. ſup. usque ad labia	37	
ſupra eadem	42	35
ſup. encarp.	45	
altitudo canaliculi	$49\frac{1}{4}$	
regula	51	
aſtragalus	54	
echinus	60	
abacus	66	40
apophyg.	67	
limbus	$68\frac{1}{4}$	41
echinus	72	45

Ordo

Ordo Romanus. F.25.26.

Epiſtylium		
faſc.infer.	9	25
aſtragalus	$11\frac{1}{2}$	
faſc. med.	$21\frac{1}{2}$	$26\frac{1}{4}$
aſtragalus	$24\frac{1}{2}$	
faſc. ſuper.	$36\frac{1}{2}$	$27\frac{3}{4}$
regula	$37\frac{3}{4}$	29
aſtragalus	$40\frac{1}{2}$	
cym. Lesb.	$44\frac{1}{2}$	($30\frac{1}{2}$ / $32\frac{1}{2}$
ſupercil.	48	34
Zophorus	36	25
aſtragalus	38	26
Coronix		
cym. Lesb.	4	(26 / 28

regula	$5\frac{1}{4}$	29
aſtragalus	$7\frac{3}{4}$	
echinus	$13\frac{1}{4}$	33
usque ad mut.	15	34
faſciae inf.	19	49
cym.Dor.	21	
faſc. ſuper.	25	$50\frac{1}{2}$
cym. Lesb.	28	(51 / 52
corona	38	72
cym. Lesb.	42	(73 / 75
regul.	43	76
ſima	51	
regula	52	84
ſupercilium	55	85

Ordo Corinthius F.27.28.

Baſ. Stylob,	$31\frac{1}{2}$	52
Quadra	$34\frac{1}{2}$	
aſtragalus	$35\frac{1}{2}$	$50\frac{1}{2}$
ſima	43	
aſtragalus	45	
regula	46	$45\frac{1}{2}$

cym. Lesb.	50	($44\frac{1}{2}$ / $42\frac{1}{2}$
Truncus		
limbus	$1\frac{1}{2}$	$42\frac{1}{2}$
apophygis	$4\frac{1}{2}$	
trunc. teres	$115\frac{1}{2}$	40

Ordo Corinthius F. 27. 28.

apoph.	118½	
limbus.	120	41½
Coronis		
cym. Leſb.	4	42½ / 44½
regula	5	45½
aſtragalus	7	
echinus	12	46⅝
corona	20	54½
aſtragalus	21½	
cym. Leſb.	25½	55½ / 52½
cym. Dor.	28½	58½
ſupercil.	30	60
Baſ. Column.		
plinthus	8	40
torus	14	
regula	15	37
trochilus	17½	34
regula	18½	35
aſtragalus	20	
aſtragalus	21½	
regula	22½	35
trochilus	25	32
regula	26	33
torus	30	
aſtragalus	32	
Limbus	33	32
apophyg.	38	30
ſcapus teres	160	30
ſcapus contr.	320	25
Capitulum		
apoph.	5	25
limbus	7	27½
annulus	12	30
fol. inf. uſque ad labia.	27	
ſupra labia	32	35
fol. med. uſque ad labia	47	
ſupra labia	52	40
fol. ſuper.	58⅔	40
uſq; ad centr. uolut. min.	63	
uſq; ad centr. uolut. mai.	64½	
ſup. uol. min.	70	
ſup. uol. mai.	72	
abacus	76	40
apoph.	77	
regula	78¾	42
echinus	82	45
Epiſtylium		
faſc. inf.	9	25
aſtragalus	11	

Ordo Corinthius F. 27. 28.

fasc. med.	23	26
cym. Lesb.	$25\frac{1}{2}$	$26\frac{3}{4}$ / 28
fasc. super.	$40\frac{1}{2}$	$28\frac{3}{4}$
astragalus	$42\frac{1}{8}$	
cym. Lesb.	$45\frac{1}{2}$	$30\frac{1}{8}$ / $31\frac{5}{8}$
supercil.	$47\frac{1}{2}$	33
cym. Dor.	50	$31\frac{3}{4}$
Zophorus	35	25
regula	36	26
astragalus	38	
Coronix		
Cym. Lesb.	4	27 / 29
regul.	$5\frac{1}{4}$	30

astragal.	$7\frac{3}{4}$	
echinus	$13\frac{1}{4}$	34
usq; ad mut.	$15\frac{1}{4}$	35
supra mutul.	$25\frac{1}{4}$	
astragalus	$26\frac{3}{4}$	$51\frac{1}{2}$ / 53
cym. Lesb.	$29\frac{3}{4}$	
cym. Dor.	$31\frac{3}{4}$	54
corona	$49\frac{3}{4}$	72
astragalus	$42\frac{3}{4}$	
cym. Lesb.	$46\frac{3}{4}$	73 / 75
regula	48	76
sima	56	
regula	57	84
supercilium	60	85

PROBLEMA XII.

XL. *Volutam ionicam delineare.*

Resolutio. 1. Altitudo uolutae (F. 29. 30. diuidatur in partes aequales octo, et quinta ab extremo superiore habeatur pro diametro circuli medii F G, qui *oculus uolutae* uocatur.

2. Circulus hic in quatuor quadrantes diuidatur, et ducantur per centrum rectae perpendiculares, quae latera quadrati inscripti bisecant. His autem rectis singulis sex aequales

partes tribuantur, et numeris eo ordine, uti figura 30 docet, adscriptis distinguantur.

3. Ex punctis 1, 2, 3 etc. tanquam centris describantur quadrantes uolutae, initio ex 1 facto, unde tanquam e centro fit arcus HI, ex 2 arcus IK, donec ad finem perueniatur.

Alii alios modos laudant, v. GOLDMANN. p. 92.

PROBLEMA XIII.

XLI. *Characteres et discrimina ordinum architectonicorum explicare.*

Resolutio. 1. BAROZZIVS altitudini columnae (excepta stylobata et trabeatione) Tuscaniae 15, Doricae 16, Ionicae $17\frac{1}{2}$, Romanae 19, Corinthiae 20, (Sturm. Teutonicae 18) modulos tribuit. Has proportiones seruat STVRMIVS in tabulis antea allatis. DAVILER p. 17. eidem altitudini columnae assignat Tusc. 14. Dor. 16. Ion. 18. Corinth. et Rom. 20 modulos. GOLDMANNO placent moduli 16. pro Tusc. et Dor. 18 pro Ion. 20 pro Corinth. et Rom.

2. a) *Stylobata*, cum scamillo sub basi columnae, in omnibus ordinibus habeat altitudinem sex modulorum. e quibus $1\frac{1}{2}$ basi, $2\frac{3}{4}$ trunco, $\frac{3}{4}$ coronidi, 1 mod. scamillo cedunt. Truncus $1\frac{1}{3}$, basis $\frac{2}{3}$, coronis $\frac{1}{2}$ mod. pro proiectura requirunt.

b) *Bases* columnarum 1 mod. ecphoram $1\frac{1}{3}$ m. seruant. *Capitula* in primo ordinum pari 1, in

in secundo $1\frac{1}{3}$, in tertio $2\frac{1}{3}$ pro altitudine, et priora duo $1\frac{2}{11}$, reliqua $1\frac{1}{2}$ mod. pro ecphora sibi uindicant.

c) *Scapus teres* in ordinibus humilibus $\frac{1}{4}$, in elatis $\frac{1}{3}$ pro altitudine habet.

d) *Trabeatio* ubique altitudinem 4 modul. habet.

— 3. *Tuscanum* ordinem sigillatim unus torus in basi columnae et nudum antepagmentum in zophoro; *Doricum* guttae epistylii et triglyphus zophori; *Ionicum* uolutae maiores capituli; *Teutonicum* uoluta quadrupla et una series foliorum capituli; *Corinthium* quadruplex uoluta et triplex foliorum series capituli; *Romanum* duplex foliorum series et duplex maior uoluta capituli satis perspicue distinguunt. Reliquas notas ex tabulis plenius cognoscere licet.

PROBLEMA XIV.

XLII. *Vsum ordinum architectonicorum in ornandis uariis aedificiorum partibus explicare.*

Resolutio. I. Pro ornandis ianuis, fenestris, caminis etc. sumitur pars sexta aperturae, uel latitudinis pro modulo, isque in 30 partes diuiditur, tum fenestrae, ianuaeue aut camino uel sola architrabs circumponitur, uel coronis quoque, cum tympano siue frontispicio, additur. sed frontispicium tantum altioribus et latioribus ianuis et fenestris, et foris quidem, ut

tecti speciem referat, applicatur, nam sine usu intus idem faciendum non est.

Exemplum ornatus Tusci et Dorici circa fenestram tale est.

	Tuscan. Fig. 31.		Doric. Fig. 32.	
	altit.	eeph.	altit.	ecphor.
fasc. infer.	10.		10.	
— super.	15.	2	15.	2
regula	$1\frac{1}{2}$.	$1\frac{1}{2}$.	3.	$1\frac{1}{2}$
taenia,	4.	2.	2.	2

2. Quando incumba, siue capitulum pilae, quae arcum sustinet, ornanda est, modulus adstantis columnae mensuram suppeditat. arcus vero super incumba quiescens archiv abe decoratur.

3. Cum capitulum sub tabulato conclauis ponitur, $\frac{1}{12}$ uel $\frac{1}{10}$ altitudinis conclauis modulum dabit. Similiter sub tecto capitulum uel coronis reperitur.

Conf. SCAMMOZZ p. 49. DAVILER p. 124. sq. STVRM app. Goldm. p. 33.

PROBLEMA XV.

XLIII. *Ordinum architecturae dispositionem explicare.*

Resolutio. 1. Quando columnae plures absque arcubus iunguntur, series earum dicitur *columnata*, (colonnata. Ital. *Saeulen-Stellung*, germ.) cum uero arcus inter columnas

siti sunt, dispositio *cuneata* uel *arcuata* (arcada, it. *Bogenstellung*) uocatur.

2. Columnae autem componuntur uel solitariae, uel una cum stylobatis.

3. Vt talis columnarum ordinatio uenusta sit, potissimum ad illarum distantiam, et huius proportionem ad columnarum modulos, respiciendum est. VITRVVIVS III. 2. laudat 1) πυκνόστυλον, crebris columnis, ubi distant columnae 3 modulis. 2) σύστυλον, 4 mod. 3) Δι-άστυλον, 6 mod. 4) Εὔστυλον 7 mod. 5) Ἀραιόστυλον, quando intercolumnium septem modulis maius est.

4. Circa angulos aedificii et in medio sub hypaethris et frontispiciis columnae quandoque coniugatae collocantur, quarum bases et capitula iunguntur. cum nempe in duobus prioribus ordinibus columnae $2\frac{2}{3}$, in reliquis 3 modulis distant.

5. In medio aedificii iuxta portam maior distantia columnarum quam in iis, quae ad latus consistunt, admittitur.

6. Columnatae autem portae, fenestrae, parietes, palatia potius quam aedes exiguas decent. Praeterea delectu opus est, ut robustiores et graciliores ordines aptis locis applicentur.

7. In eadem aedificii facie, si plures ordinum series sibi immineant, in singulis diuersi ordines sunt adhibendi.

8. Ful-

8. Fulcra parietina quadrata sint, non rotunda, prominent extra murum dimidio modulo. conf. STVRMII tr. de arcubus triumphalibus et castris doloris.

CAPVT IV.

DE DELINEATIONE AEDIFICIORVM EXTRVENDORVM.

DEFINITIO X.

XLIV. Delineatio futuri aedificii triplex est. 1. *Ichnographia*, (germ. Grundriss) quae uestigia singularum contignationum; et 2) *Orthographia*, (Stand oder Aufriss. it. Facciata) quae faciem aedificii tum externam tum internam (profilum s. Durchschnitt) exhibet; his additur quandoque 3) *Scenographia*, in qua secundum leges artis perspectiuae etiam latera aedificii ob oculos ponuntur.

SCHOLION.

XLV. *Pro aedificio ampliore solet etiam parari paruum exemplum, (Modell) siue domus lignea in sua conclauia distributa, ita ut omnia distinctius considerari, et si quid displiceat, emendari mature possit. Verum sufficit ichnographia et orthographia, ex quibus quippe tum situs et magnitudo et conformatio partium aedificii clare intelligitur.*

PRO-

PROBLEMA XVI.

XLVI. *Ichnographiam aedium delineare.*

Resolutio. Electa ſcala pedum, (F.33. 34. figura areae totius aedificii, una cum ueſtigiis murorum et parietum, item ianuarum, feneſtrarum, ſcalarum, caminorum, fornacum, exhibeatur; et pro ſingulis contignationibus peculiaris ichnographia deſcribatur.

Ita figura 33. et 34. refert duas domus contignationes, ubi A ueſtibulum, iuxta quod utrimque hypocauſta, dormitoria, item penus et ſcala occurrunt.

PROBLEMA XVII.

XLVII. *Orthographiam externam et internam delineare.* (F.35.

Reſolutio. 1. Seruata eadem ſcala, qua menſurae ichnographiae definitae ſunt, *pro orthographia externa*, erigantur ſuper horizontali, quae muri, cuius facies pingenda eſt, longitudini reſpondet, lineae perpendiculares, atque in easdem altitudines contignationum, portae, feneſtrarum tectique ipſius transferantur. deinde transuerſis ab horizontali aequidiſtantibus figura portae, feneſtrarum, tecti, et ornamentorum, ex ordinibus architectonicis deſumtorum, repraeſentantur. primum autem omnes lineae obſcurae fiant, ut, poſtquam earum magnitudines rite notatae ſunt, deinceps facies integra lineis atramento ductis, additisque feneſtra-

ſtrarum et portarum, item proiecturarum umbris, et pariete colore decenter diſtincto, abſoluatur.

2. *Pro orthographia interna*, ducatur in ichnographia linea LK, et pingantur ea, quae, ſecto ſecundum hanc lineam aedificio, interius conſpicua fiunt; muri nimirum, trabes, portae, fornaces, camini, lecti, ſcalae, columnae et cantherii recti, nec non fumaria etc. omniumque tum altitudo tum latitudo ex ſcala determinetur. praeterea umbra, adminiculo ſitus partium recedentium exhibeatur. Prouti contemplatio ſchematiſmi luculenter docet.

ARCHITECTVRA MILITARIS.

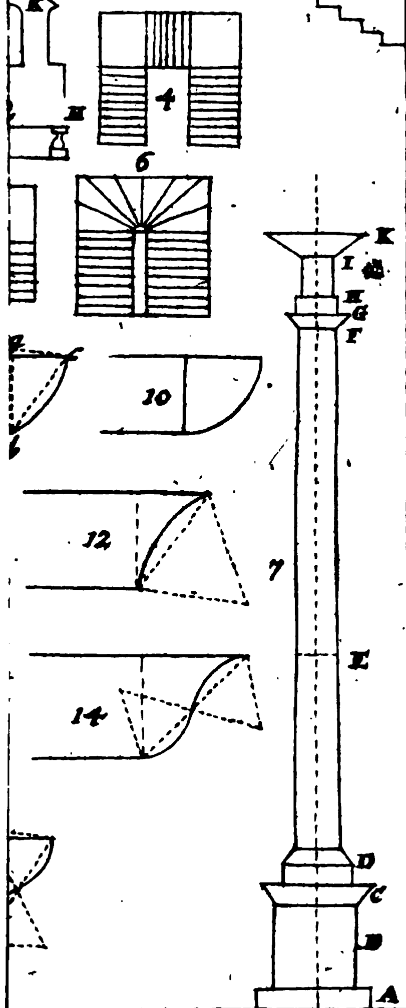
CAPVT I.

DE DEFINITIONIBVS ET PRINCIPIIS ARCHITECTVRAE MILITARIS.

DEFINITIO I.

I. *Munimentum* uocatur locus, unde pauci multorum uim propulſare poſſunt.

DE-


Fig. Archit. civil.
3
K
H
4
6
10
12
7
14
K
I
H
G
F
E
D
C
B
A

b. XXXIII.

18

20

DO„
RI„
CVS.

16

19





22

TEV.
TO.
NI.
CVS.

23

24





Tab. XXXV.

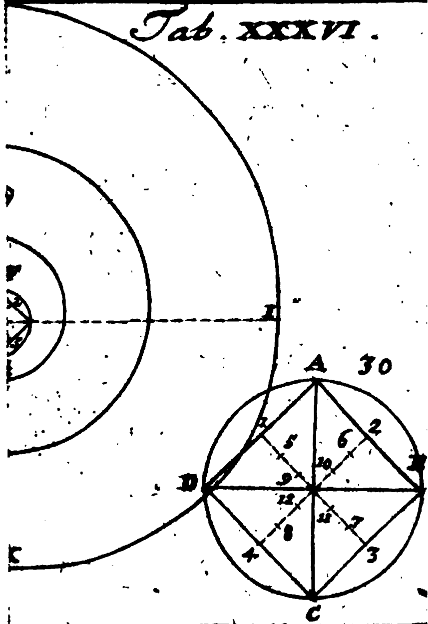
26

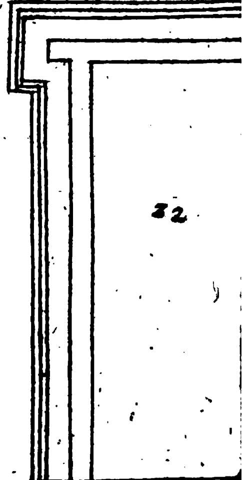
CO,,
RIN,,
THI,,
VS.

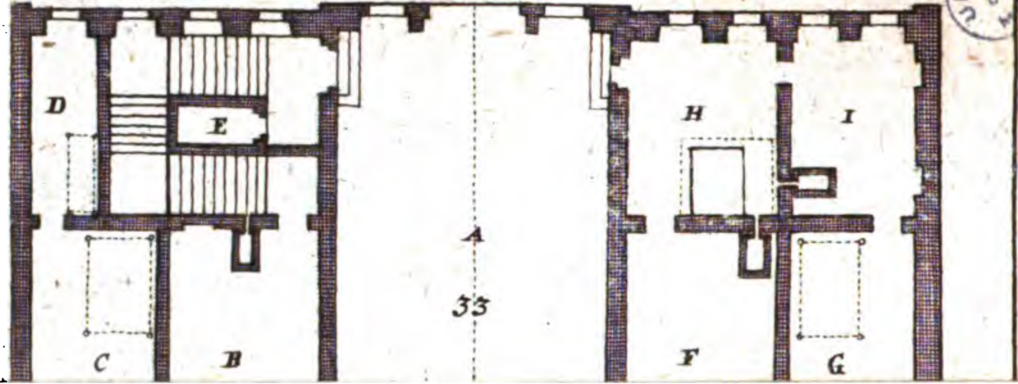
27

28

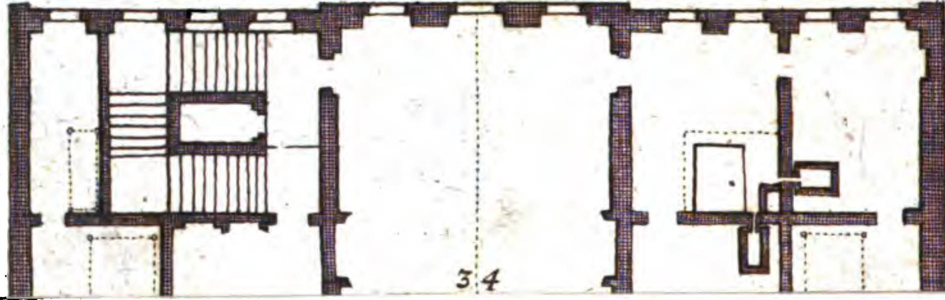



Tab. XXXVI.
L
A
30
2
5
6
10
9
D
12
11
7
8
4
3
C
K

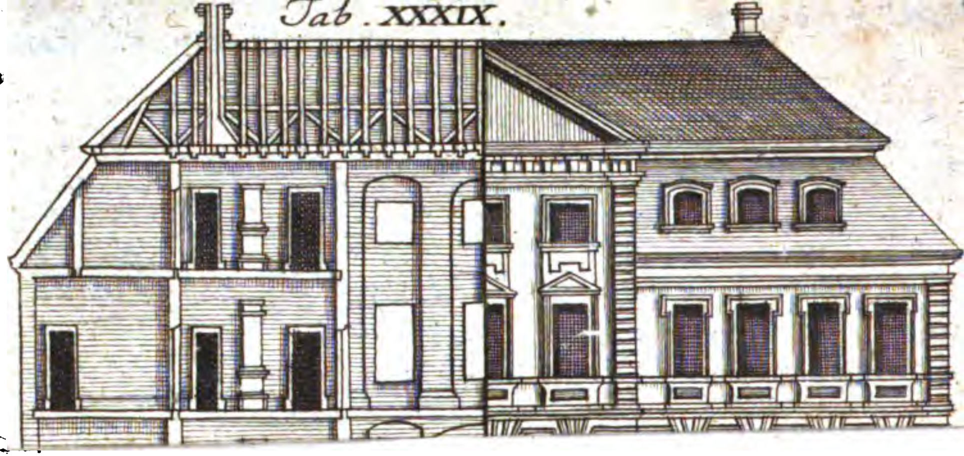

32

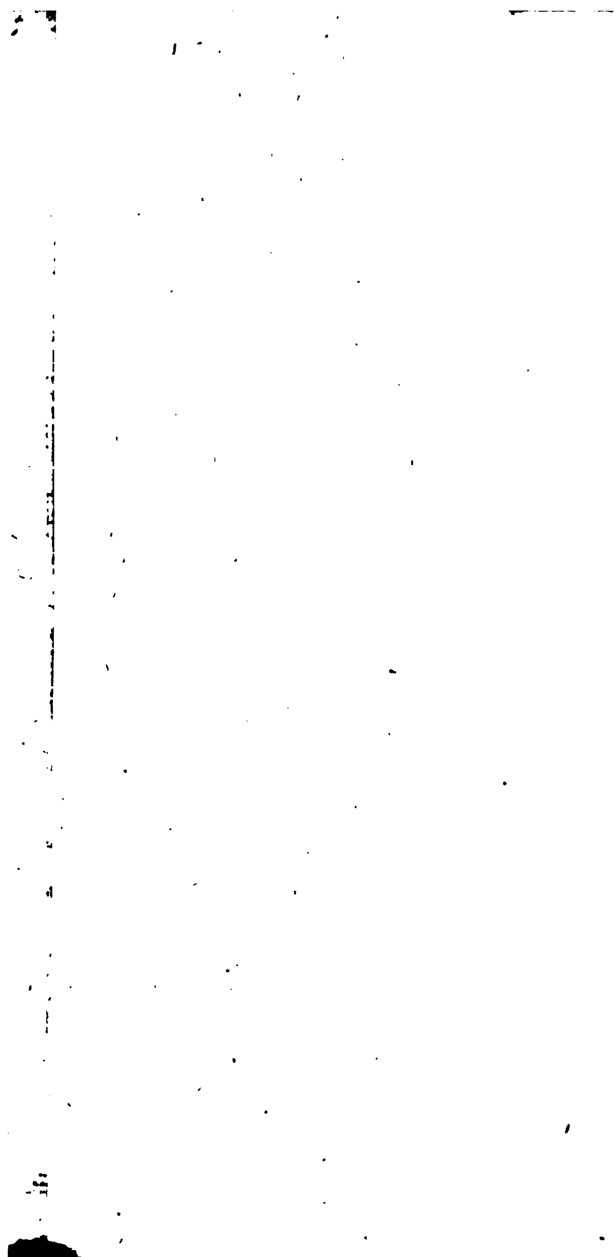

Tab. XXXVII.
D
E
H
I
A
33
C
B
F
G

Tab. XXXVIII.



Tab. XXXIX.





DEFINITIO II.

II. *Architectura militaris* est scientia, quae docet munitionem exstruere, defendere et oppugnare.

SCHOLION.

III. *Nostra muniendi ratio a ueteri non parum differt. Olim urbes muris, turribus et fossis, per sinuosos anfractus, ut hostis ex pluribus locis conspiceretur, dispositis, sepiebantur. v. FLAV VEGETII Lib. IV de re militari. add. notae Godeschalci Stewechii. VITRVV. archit. l. 1. c. 5. AEGID. ROMANI liber de re militari ueterum, ed. ab Hahnio in collectione monumentorum ineditorum. T. I. num. I. c. 20. 21. add. IVSTI LIPSII libri V πολιορκητικῶν, siue de machinis, tormentis, telis. Antuerp. 1596. 4. sed inuento, ante annos prope quadringentos, puluere incendiario, ualla uarii generis terrea, uel nuda uel lapide uestita, moenibus praelata sunt.*

CONSECTARIVM I.

IV. Cum opera munitionum sic facienda sint, ut a paucis aduersus multos defendantur, sequitur, nullum locum munimininis sibi ipsi ad defensionem sufficere, sed quemlibet sic constituendum esse, ut ex uno uel pluribus uicinis spectetur et defendatur.

CONSECTARIVM II.

V. Quapropter polygona figura ad claudendum munitionis ambitum aptissima est, attamen supra angulos polygoni propugnacula, defensionis mutuae causa, debent prominere.

CONSECTARIVM III.

VI. Locus quoque defendens sit non multo minor uel angustior illo, qui defenditur, ne plu-

plurium irruentium impetus pauciorum defendentium conatus eludant.

OBSERVATIO I.

VII. *Experientia compertum est, globos e sclopetis emissos ad distantiam circiter sexaginta perticarum rhenolandicarum hostes ferire, ultra illud interuallum autem incertos et inefficaces ictus esse.*

CONSECTARIVM.

VIII. Quoniam igitur opera munitionis sclopetis rectissime defenduntur, linea defensionis ultra 60 perticas non multum prolongetur.

OBSERVATIO II.

IX. *Porro constat, per uallum terreum, 15 uel 18 pedum crassitie gaudens, globos tormentorum non penetrare.*

CONSECTARIVM.

X. Itaque loricae terreae, quae stantes in uallo milites tueatur, 15 uel 18 pedum crassities conuenit.

DEFINITIO III.

XI. Prominens ultra polygonam figuram opus AMNHI *propugnaculum* (gall. Bastion, germ. Bollwerck,) uocatur; cuius linea media EB *capitalis*, (Capitale, Haupt-linie) uersa incampum EI *facies*, (face, Gesichtlinie) spectans uicinum propugnaculum Hi *ala* (flanc, epaule, germ. Schulter-Streich.) denique illa, quae dimidiam crassi-

craſſitiem inferiorem refert, BC *collum* (F. 1. (demigorge, Kehl Linie) dicitur. Linea EF, EG, copulans cuſpides duorum propugnaculorum, *polygona exterior*, oppoſita illi, quae inferiorum propugnaculi angulorum uertices nectit BD, *polygona interior*, denique huius portio inter alas interiecta HL, *chorda* (Courtine) nominatur. BC eſt *ſemidiameter minor*, EC *ſemidiameter maior*, EIK, quae fit, continuata usque ad chordam faciе, *linea defenſionis minor* (la ligne de defenſe raſante ou flanquante. die kleine Streichlinie), et EL, *linea defenſionis maior uel fixa* eſt. (la ligne de defenſe fichante, beſtändige oder groſſe ſtreich linie) Denique portio chordae inter alam et lineam defenſionis minorem ſita K L, nuncupatur *ala ſecundaria* (ſecond-flanc, cortinen-flanc.)

DEFINITIO IV.

XII. Anguli ſequentia nomina habent. ABD = GEF eſt *angulus polygoni*, BCD *angulus centri*, MEI *ang. propugnaculi*, (angle flanqué) IKH, *ang. defenſionis minor* (angle flanquant interieur) IKL *angulus defenſionis maior*, EIH *angulus alae et faciei*, IHK *angulus alae et chordae*.

PROBLEMA I.

XIII. *Regulas, quas circa lineas et angulos munitionis artifices inculcant, explicare.*

Reſolutio. 1. Ala minimum dimidiae faciei aequalis requiritur, ut huius defenſioni ſufficiat.

2. Collum non sit minus quinta polygonae interioris parte, alias propugnacula nimis angusta fiunt.

3. Capitalem siue prominentiam propugnaculi tertia pars lateris polygoni interni definit.

4. Linea defensionis maxima 65 uel 70, perticas rhenol. non superet. (§. 8) ut sclopeta usui sint. sed nec minor 60 perticis in maioribus munimentis assumenda, quoniam alias propugnacula praeter necessitatem multiplicantur.

5. Chordae longitudo intra 30 et 50 perticas subsistat.

6. Angulus propugnaculi inter 60 et 100 gradus assumatur. nunquam 60 gr. minor fiat, ne propugnaculum nimis angustum reddatur.

7. Ala uel ad lineam defensionis perpendicularis ponatur, uel saltem angulus, quam utraque linea claudit, non multo minor recto sit, ut ictus secundum lineam faciei parallelam, uel nonnihil eo inclinatam certius dirigantur. Sed quae de magnitudine lineae defensionis et chordae tradidi, tantum de munimentis maioribus ualent. in minoribus utramque breuiorem esse posse, palam est.

Reliqua axiomata uariarum muniendi rationum explicatio plenius suggeret.

DEFINITIO V.

F.2.) XIV. Circa uallum, quo polygonum munitur, sequentia nomina in usu sunt. AM basis uel pes ualli, ubi A est *accliuitas interior*, (talud interieur, innere boeschung)

B

B *ambulacrum ualli* (terreplein, Wallgang) C *lorica* cum *scabello* (Parapet avec la banquette. Brustwehr mit der Fusbanck) D et E *uallum inferius* (parapet des rondes it. faussebraye, der untere Wall) K *margo fossae*, (Berme, Lisiere) G fossa, (cuius decliuitas interior gallis escarpe, opposita exterior contrescarpe uocatur.) H *uia tecta* (chemin couvert. der bedeckte Weg) K *lorica ultima*. (glacis. uocatur uulgo uia tecta, uel sola uel cum lorica, contrescarpe.)

PROBLEMA II.

XV. *Regulas circa altitudinem et spissitudinem operum praecipuas explicare.*

Resolutio. 1. Altitudo ualli perpendicularis sesqui pertica, siue 15 pedibus maior assumi non debet. nisi horizon cliuosus munitionem ambiens eam nonnihil augere iubeat. nam e uallo altiore opera externa commode uideri et defendi nequeunt.

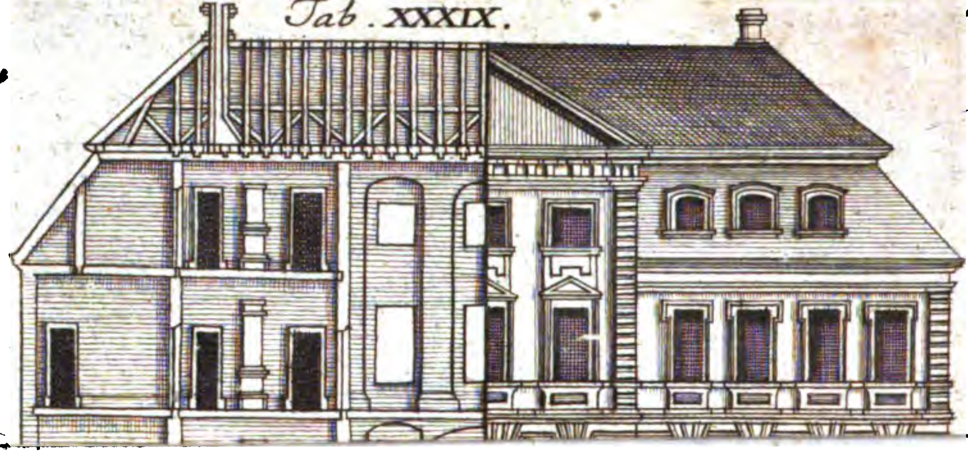
2. Quando extra munitionem loca altiora illi uicina occurrunt, illa ut melius conspiciantur, et eo tormentorum ictus dirigantur, super uallo propugnaculi humiliore aliud altius paulo, cuius alae sunt alis propugnaculi parallelae, extollitur. *equites* (Cavaliers) talia opera artifices uocare solent. (nonnunquam etiam super chorda statuuntur. *Wilb. Dilich* peribologiae L. I. c. 13.)

3. Cum uallum intus uersus A muro non uestitur, acclius fiat, et A L uel toti uel dimi-

 diae

Tab. XXXVIII.




Tab. XXXIX.

DEFINITIO II.

II. *Architectura militaris* est ſcientia, quae docet munitionem exſtruere, defendere et oppugnare.

SCHOLION.

III. *Noſtra muniendi ratio a ueteri non parum differt. Olim urbes muris, turribus et foſſis, per ſinuoſos anfractus, ut hoſtis ex pluribus locis conſpiceretur, diſpoſitis, ſepiebantur. v. FLAV. VEGETII Lib. IV de re militari. add. notae Godeſchalci Stewechii. VITRVV. archit. l. 1. c. 5. AEGID. ROMANI liber de re militari ueterum, ed. ab Habuio in collectione monumentorum ineditorum. T. I. num. I. c. 20. 21. add. IVSTI LIPSII libri V πολιορκητικῶν, ſiue de machinis, tormentis, telis. Antuerp. 1596. 4. ſed inuento, ante annos prope quadringentos, puluere incendiario, ualla uarii generis terrea, uel nuda uel lapide ueſtita, moenibus praelata ſunt.*

CONSECTARIVM I.

IV. Cum opera munitionum ſic facienda ſint, ut a paucis aduerſus multos defendantur, ſequitur, nullum locum munitionis ſibi ipſi ad defenſionem ſufficere, ſed quemlibet ſic conſtituendum eſſe, ut ex uno uel pluribus uicinis ſpectetur et defendatur.

CONSECTARIVM II.

V. Quapropter polygona figura ad claudendum munitionis ambitum aptiſſima eſt, attamen ſupra angulos polygoni propugnacula, defenſionis mutuae cauſa, debent prominere.

CONSECTARIVM III.

VI. Locus quoque defendens ſit non multo minor uel anguſtior illo, qui defenditur, ne plu-

Resolutio. 1. Ex tab. I. §. praec. excerpatur magnitudo semidiametri minoris quae polygono delineando respondet, eademque circino e scala geometrica capiatur, et circuli peripheria obscuro ductu describatur.

2. Haec ope polygonae lineae interioris in aequales partes diuidatur, et polygonum regulare circulo inscribatur.

3. Ex angulo polygoni in linea polygona utrimque semicolla, et in continuatis semidiametris capitales definiantur.

4. Alae collorum extremis perpendiculares imponantur, tum ductis faciebus et chordis, protographia munitionis belgicae absoluatur.

5. Pro pleniore ichnographia ex tab. III. spissitudines ualli utriusque, loricarum, (accliuitates etiam, si figura ampliore illas liceat exhibere) fossae, uiae tectae et loricae ultimae latitudines assumantur, scalaeque adminiculo annotentur, et ipsa operum illorum uestigia parallelis lineis, quemadmodum figura edocet, signentur.

PROBLEMA V.

XX. *Orthographiam munitionis belgicae internam siue profilum delineare.*

F. 2.) *Resolutio.* I. In lineam rectam AK ex tab. III. latitudines, spissitudines et accliuitates ualli utriusque, loricarum, fossae, uiae tectae, scalae geometricae auxilio, transferantur.

2. An-

2. Annotentur etiam altitudines operum ſecundum eandem tabulam, et profilum nudum connexis lineis facile obtinebitur.

3. Vt autem ſitus eorundem melius exhibeatur, eligatur oculi altitudo, eoque ex ſingulis linearum profili punctis extremis, obſcurae lineae ducantur; ab his portiones quaedam, uti figura refert, aequalis longitudinis reſecentur, et poſteriora linearum reſectarum extrema rectis copulentur. poſtea umbra adiiciatur, ut altiorum et humiliorum locorum diſcrimen pateſcat, et ſatisfactum erit problemati.

DEFINITIO VI.

XXI. *Opera externa* uocantur, quae extra uallum principale, et ultra foſſam eius collocata ſunt: Qualia ſunt *parmula*, (aliis ſemiluna, gall. demilune, rauelin.) *forcipula*, (tenaille.) *opus cornutum*, (ouvrage a cornes.) *et coronatum*. (ouvrage a couronne)

CONSECTARIVM.

XXII. Inuenta ſunt ad frangendas hoſtium obſidentium uires, ut eos nempe prius opera ſeparata occupare oporteat, antequam in munitionem ipſam irruere poſſint. Qua de cauſa ſic opera externa diſponenda ſunt, ut ex uallo principali poſſint undique conſpici et defendi, et ne proſpectum, in loca extra munitionem ſita, impediant, ideoque uerſus munitionem primariam aperta et humiliora eſſe debent.

PRO-

PROBLEMA VI.

XXIII. *Parmulam delineare.*

F. 4.) *Resolutio.* 1. Super medio cortinae puncto erigatur perpendiculum ultra fossam prolongatum; ex continuatione eiusdem dematur capitalis parmulae uel rauelini DB = 16 uel 18 pert. et ex puncto D uersus punctum concursus alae et faciei propugnaculi A, ducantur facies rauelini CD.

2. Rauelinus munitur uallo, lorica et fossa, seruatis mensuris sequentibus.

Pes ualli	40 ped. rhinl.
accliuitas interior.	6
—— exterior.	3
altitudo ualli.	6
ambulacrum eius	12
loricae crassities	15
fossae latitudo.	40.

Omitto semilunam, quam ante propugnaculum olim Bataui ponebant, siquidem illa tanquam nimis angusta et inutilis, quin, ubi in hostium manus peruenit, periculi plena pridem reiecta fuit. v. Rusenstein, fortificat. fig 9. et 19. Melder p. 50. Alii parmulam et semilunam distinguunt. illam uocant opus, quod tantum facies et colla habet, in semiluna praeter facies etiam alas desiderant. sed utrumque nomen promiscue ab artificibus usurpatur.

PROBLEMA VII.

XXIV. *Forcipulam simplicem et du-*
F4.) *plicem delineare.* Re-

Resolutio. 1. *Pro forcipula simplici* latitudo eiusdem FG in quatuor partes diuidatur; ex medio quarta pars HK perpendiculariter demittatur, et ad illius extremum punctum facies forcipulae, FK, KG ducantur.

2. *Pro duplici*, similiter quarta pars latitudinis e medio demittatur, eidemque supra lineam LM parte tertia uersus M continuetur. Deinde ex lineis LH, HM decerpantur $\frac{2}{3}$ pro facie forcipulae, inde ductis alis ad N forcipula duplex formatur.

Collocatur forcipula plerumque ante chordam, eiusque latitudo uel distantiae alarum aequalis uel etiam paullo maior assumitur: munitur lorica et fossa. aliquando etiam angulum externum forcipulae simplicis parmula tuetur.

PROBLEMA VIII.

XXV. *Opus cornutum delineare.*

Resolutio. Fiat primum forcipula simplex, et ex facierum medio in alterius continuationem rectae perpendiculares ad L et R ducantur, ita duo dimidiata propugnacula pro opere cornuto formantur. (F. 4.

Hoc quoque opus munitur lorica et fossa, addito quandoque rauelino. adiungitur munimento, ut suburbium, uel alius locus extra munitionem situs, cuius defensio uidetur necessaria, sepiatur.

PROBLEMA IX.

XXVI. *Opus coronatum delineare.*

Re-

Resolutio. Opus coronatum est munitio re-
F. 4.) gularis externa, constans uno integro, uel duobus integris et duobus dimidiis propugnaculis. adeoque pro polygono, latere eiusdem dato, quaeruntur magnitudines capitalis, colli, alae, (§. 18. n. 3.) postea delineatio facile absoluitur. gaudet tale opus uallo, lorica et fossa, altitudinis et spissitudinis mensurae, quales in parmula §. 23. laudaui etiam hic ualent. *applicatur tum cortinae, tum propugnaculo, uel pro loco extra munitionem sito cingendo, uel ualli inferioris uice fungitur.*

DEFINITIO VII.

XXVII. *Castella* dicuntur munimenta angustiora, quae uel ad urbem ampliorem applicantur, (*Citadelles*) uel pro traiectu aut castris defendendis exstruuntur.

Castra minora imperante Carolo V Gandauo et Vtraiecto primum fuerunt apposita.

CONSECTARIVM I.

XXVIII. Itaque talium castellorum regularium delineatio et constructio ab ea, quam supra circa ampliores munitiones tradidi, minime differt.

CONSECTARIVM II.

XXIX. Quia iuxta urbes maiores non solum ad easdem tuendas, sed etiam ad retinendos in officio ciues, castella aedificantur, liquet, quod illa contra uim hostium externam probe munita, altiusque paulo ad urbem posita esse debeant.

ant Requiritur praeterea, ut urbs uersus castellum aperta minusque munita sit. domus ergo distent a castello 50 uel 60 perticis, et prope idem sint humiliores et ligneae. conf. DILICH. L. 1, c. 22.

PROBLEMA X.

XXX. *Castellarum minorum campestrium* (forts. fortins de campagne. feldschantzen) *delineationem et constructionem explicare.*

Resolutio. 1. *Pro reductu* (redoute) (F. 5. siue munitione quadrangula, latus 8 perticarum assumitur, et fit quadratum, quod undique cingitur lorica 4 pedes spissa, et fossa.

2. *Pro munitione stellata*, fiat radio octo (F. 6. perticarum circulus, eiusque peripheria in 4, 5, uel 6 partes aequales diuidatur. quarta pars subtensae horum arcuum ex medio demittitur ad perpendiculum, et tot fiunt forcipulae simplices, (§. 24.) quot sunt subtensae uel circuli partes. ambit hanc aream lorica cum fossa, et munitio stellata producitur.

3. *Pro munitione propugnaculis dimi-* (F. 7. *diis praedita*, fiat triangulum aequilaterum, uel quadratum, latere octo uel decem perticarum. tum continuatis alternis lateribus, $\frac{1}{2}$ eorundem pro capitali, $\frac{1}{4}$ pro collo, $\frac{1}{6}$ pro ala propugnaculi dimidii seruetur. et lorica cum fossa circumponatur. v. *Mallet* travaux de mars T. I. p. 368. T. II. p. 350. ed. germ. *Martii* ingeniarius europaeus T. III. p. 167.

Alii

Alii pro claudendo munitionis campestris ambitu, altera parte forcipulam, altera opus cornutum exstruere iubent.

SCHOLION.

XXXI. *Hollandica muniendi methodus hodie reprehenditur, 1) quia alae ad lineam defensionis inclinatae incertant, 2) et angustae nimis non sufficientem defensionem praestant. 3) alae secundariae nullius fere usus. 4) uallum inferius saltem ante faciem et chordam inutile. 5) opera externa infirma. 6) uia tecta continua facile superabilis. vid.* MALLET *P. 2. p.* 163.

SECTIO II.
DE
ALIIS MVNIENDI MODIS RECENTIORIBVS.

SCHOLION.

XXXII. *Plurimas hodie muniendi formas ab Hollandica discrepantes excogitatas esse, inter omnes constat. Plus quam centum tales describit* L. C. STVRMIVS, *in libro utilissimo, quem sub titulo architecturae militaris hypothetico - eclecticae Norimbergae a.* 1702. 8. *et auctius a.* 1720. 4. *uulgauit, sed non omnium idem pretium eademue auctoritas est: neque adhuc ars illa ultimum perfectionis fastigium attigisse uidetur. Hoc loco seligendae nobis sunt methodi nouae praestantiores, experientiae documentis et celebriorum artificum assensu firmatae, quam laudem Pagani, Blondelli et Vaubanii inuenta prae ceteris tenentur.*

PRO-

PROBLEMA XI.

XXXIII. *Fundamenta methodi Paganianae explicare.*

Resolutio. Comes de Pagan Gallus (*) 1. Regalia constituit tria, polygona linea exterior AB *maioris*, 200 sexpedas, siue 100 perticas, *medii* 90, *minoris* 80 perticas capit. (F. 8.

2. Propugnacula ope huius polygonae exterioris introrsum designat, demissa ex illius medio linea perpendiculari DE, quae ubique 30 sexpedis uel 15 perticis aequalis est; ductis enim per punctum E lineis defensionis, inde resecat facies AF, GB, 30 pert. pro maiori, $27\frac{1}{2}$ pro mediocri, et 25 pro minori munitione.

3. Alas ex extremis facierum punctis ad lineam defensionis perpendiculares demittit.

4. Alam GK bisecat, et illius dimidiam partem GM pro auricula seruat, alteram lorica triplici instruit.

5. Hisce cognitis, trigonometriae planae adminiculo, tum reliquae lineae, tum etiam anguli reperiuntur. In praesenti dabo saltem *semidiametrorum maiorum*, quae polygonis lineis ante laudatis respondent, quantitatem:

Poly-

(*) v. tr. gall cui tit. les fortifications de M. le Comte de Pagan avec ses theoremes sur la fortification. Paris 1645. 1668. 12. prodiit etiam germanice cum commentario Francof. ad M. a. 1684. 8. quae editio nunc mihi ad manus est.

Polygona		V.	VI.	VII.	VIII.
Reg.	maius	85	100	115	130
	medium	76	90	103	117
	minus	68	80	92	104

6. Sectio siue profilum trium loricarum F.9.) (flancs retires) sic sese habet. ualli supremi altitudo supra horizontem tres sexpedas continet, inferiora ualla una sexpeda humilius collocantur. Valli superioris ambulacrum A latum est perticas duas, inferioribus B, C, sesquiperticae latitudo tribuitur. Spissitudo loricae ubique est 15. pedum. Reliqua ex ichnographia sequente intelligi facile possunt.

PROBLEMA XII.

XXXIV. *Ichnographiam Paganianae* F.10. Tab.43.) *munitionis pleniorem describere.*

Resolutio. 1. Semidiametro maiori ducatur circulus obscurus, et in eum quoties libet linea polygona exterior transferatur.

2. Demissa ex huius medio perpendiculari, ducantur lineae defensionis, ex iis abscindantur facies, et ducantur alae ad lineam defensionis normales, harumque extrema connectantur recta linea, quae chordam refert.

3. Ex uertice anguli propugnaculi uicini per mediam alam rectae obscurae delineentur, et inde 15 pedes pro auricula prominente demantur, et sic porro uestigium trium loricarum per num. 6. §. praeced. exhibeatur. Sed

de

de longitudine harum loricarum notandum est, extremam dimidiae alae aequalem esse, sequentes una pertica fiunt longiores. Propugnaculum autem non solum lorica cum uallo cingit, sed tertiae inferiori loricae etiam facies, externis propugnaculi faciebus parallelae, applicantur, ut interius propugnaculum fossa ab externo seiunctum producatur.

4. Fossa ante propugnacula et chordam latitudinem alae aequalem habet. circa faciei extremum fossa una pertica fit latior.

5. Ante fossam collocat sequentia opera, sed non eodem modo. attuli hic medium genus, siue regale mediocre. Nimirum e centro munitionis per angulum, quem formant lineae fossam claudentes, ducit lineam rectam, 25 perticis parem, pro capitali semilunae, colla assumit. 15 perticarum, et his bisectis duplicem semilunam, uti schema docet, perficit, eamque lorica et uallo sepit. Vtraque eiusdem est altitudinis, et posterior, occupata iam ab hostibus priore, usum habet.

6. Ante facies ducit ultra fossam interuallo sex septemue perticarum parallelas, hisque loricam et uallum adiungit, et haec opera *contregardes* appellat.

7. Semilunam et ualla externa fossa, dimidiam latitudinem fossae principalis habens, cingit.

8. Tandem ultimo loco uia tecta cum lorica decliui, Belgicae haud absimilis, sequitur.

9. Et ut opera tenuiora, cuniculisque agendis minus idonea efficiat, ex solido illa lapide construi iubet. conf. tr. cit. c. 6.

CONSECTARIVM I.

XXXV. Liquet ex hac descriptione, Paganum munitionem Belgica multo robustiorem condidisse. nam 1. alae sunt ad lineam defensionis perpendiculares, unde directi certique ictus fiunt. 2. auricula tegit unum alterumue tormentum, ne hostium ictibus sit expositum. cuius auxilio transitus fossae felicius impeditur. 3. Propugnaculum et semiluna duplex, nec non loricae plures defensionem augent, ex humilibus uero hostes uicini, qui iam operibus externis imminent, et fossae transitum tentant, sclopetorum et tormentorum globis petuntur.

CONSECTARIVM II.

XXXVI. Attamen defectibus quoque suis haec forma laborat. Nam 1. alas, amplioribus quippe faciebus tuendis destinatas, potuisset paulo longiores efficere, curtata nonnihil auricula. 2. ualla externa in maiori regali nimis ampla constituit. 3. opera lapidea nimios postulant sumtus.

SCHOLION I.

XXXVII. *HENRICVS A RVSSENSTEIN Pagani loricas tres spatiosiores reddit, propugnaculum interius omittit, ut uallis terreis uti possit, praeterea uallum inferius ante chordam collocat, uid. MELDER l. c. p. 17. STVRM dialog. 10. p. 60. BLONDEL* Fig. 11. Tab. 44.) *dans la nouvelle maniere de fortifier les*

les places, Paris 1683. 4. german. Sulzbaci 1686. 8. duo tantum munimentorum regularium genera laudat. maioris polygona linea exterior 100. minoris 85 perticis constat. linea defensionis perpetua 70 perticis aequalis, in regali maiore, 60 in reg. minore, assumitur. praelongam loricam magni facit, breuem auriculam admittit, et faciei propugnaculi et semilunae humilem loricam cum uallo addit, unde hostes cominus certius feriantur. Haec inuenta usu non destitui, rei unperiti fatentur, sed sumtus constructionis nimios minui cupiunt. addidi schema, quod rem omnem luculentius declarat.

SCHOLION II.

XXXVIII. *Superest, ut de VAVBANII mareschalli Franciae inuentis nonnihil addam Is enim magna prae ceteris felicitate, LVDOVICI XIV auspiciis, artem muniendi excoluit, siquidem trecentas munitiones ueteres emendasse, 33 omnino nouas exstruxisse, et 53 obsidionibus praefuisse dicitur. legitur eiusdem uita* dans l' histoire du renouvellement de l' academie royale. p. 179. *Ipse Vaubanius quidem methodos a se excogitatas non descripsit, ex operum uero, quae condidit, contemplatione illarum leges tractatibus peculiaribus, tradidere* Ozanam, Du Fay, Chevalier de Cambrai, et Sturmius. *Duas hoc loco proferam in medium, prior propugnacula auriculis et alis in arcum efformatis instructa habet, cuius mensuras Ozanamius uulgauit, in altera propugnacula a uallo interno separata sunt, qualem nouo Brisaco muniendo adhibitam fuisse, Sturmius autor est.*

PROBLEMA XIII.

XXXIX. *Formam muniendi Vaubanianam explicare.*

Resolutio. Forma prima talis est. 1. Retinet tria regalia, maius, mediocre et minus. linea polygoni externa maioris 100, medii 90, minoris 80 perticas capit. (F. 12. Tab. 42.

 2. Ex

2. Ex medio lateris polygoni externi AB perpendiculum CD demittit, nempe CD est pro pentagono $\frac{1}{7}$, pro reliquis $\frac{1}{6}$ AB.

3. Sub hoc perpendiculo ducit lineas defensionis AH, BG, et ex iisdem pro facie propugnaculi $\frac{2}{7}$ AB = AE = FB resecat.

4. Distantiam facierum EF transfert in lineas defensionis, ut EF = EH = FG, et ducit lineas obscuras EG et FH.

5. Ex his aufert $\frac{1}{3}$ pro auriculae longitudine Em, reliquas $\frac{2}{3}$ pro ala seruat.

6. Alas curuatas (*tours creuses*) sequenti modo componit. ex *m* et G rectas (apposita regula ad propugnaculi angulum B) *n m* et o G constituit aequales $\frac{1}{2}$ F*m* siue sextae parti lineae EG, et super *m* G statuit triangulum aequilaterum, et ex eius uertice ducit arcum *n o*, qui alam curuatam claudit; ducitur etiam semicirculus super Em pro auricula formanda, et denique chorda GH.

F 13. Tab. 45.) 7. Factis primis hisce lineamentis, sequitur ichnographia plenior. nimirum propugnacula et chordam instruit lorica et uallo: illi 18 pedes, huic 3 perticae, pro latitudine assignantur.

8. Fossae latitudo longitudini alae mG aequalis redditur.

9. Ante chordam olim ponebat opus cornutum A, sed cum alam eius nimis hosti apertam esse animaduertisset, simplicem forcipulam B (*fausse braye - tenaille*) adhibere maluit.

10. In

10. In fossa ipsa aliquando depressam loricam duplicem, quae utrinque in horizontem fossae definit, collocauit, et *arcam* (coffre) uocauit. illius orthographia ad literam O adieci. nempe altitudinem loricae 4 ped. profunditati fossae parem statuit. uid. STVRM. arch. mil. hyp. tab. 57. arca haec sic ordinari debet, ut, cum deserenda est, aquis maximam partem statim repleatur, et hostibus euadat inutilis.

11. Opera externa Vaubanii diuersimode auctores nobis sistunt. Ozanam semilunam utrimque uallis latis (perspicilla uocat) stipatam depinxit, uid. STVRM. tab. 65. sed postea Vaubanius ualla externa faciebus propugnaculi ad imitationem Pagani obiecisse dicitur. Fit nempe semiluna duplex DE, si collum totum KL 16, capitalis KE 25 uel 26 perticis definiatur, collum diuiditur in duas partes, et altera seruatur pro collo semilunae internae D, altera fossae intermediae et uallo ac loricae semilunae externae tribuitur.

12. Valla externa F (*contregardes*) similiter 8 perticas lata, parallelo situ ad faciem locantur, extrema uersus semilunam pars ala duplici gaudet. superior M, longa 3 perticas, parallela est lineae Xy, cuius ope arcum alarum propugnaculi reperimus, inferior et depressior N ad perpendiculum faciei semilunae E insistit. et una pertica retrahitur, ut a superiore

tanquam auricula quadam tegatur. muniuntur haec ualla fossa 4 uel 6 perticarum.

13. Denique uiam tectam singulari artificio communit. latitudo eius tribus perticis terminatur. in angulis erigit loricas G, (*traverses*) quarum orthographiam iuxta literam T exhibui. medio inter loricas loco spatium H, (*place d'armes*) intra quod milites uiam tectam opportunius tueantur, statuit. quam separationem uiae tectae utilem esse experientia docuit. Viam tectam lorica decliui circumdari, per se quisque intelligit.

Forma secunda.

1. Huius prima lineamenta secundum praecepta formae primae designantur. (F. 14. Tab. 42.) nempe ex latere polygoni externo AB perpendiculum CD, $\frac{1}{7}$ uel $\frac{1}{8}$ AB demittitur, et lineae defensionis sub hoc perpendiculo usque ad semidiametros oppositas O et X continuantur. facies propugnaculi AE uel BF capiunt $\frac{2}{7}$ AB.

2. His factis, extrema puncta linearum defensionis G et H ope distantiae propugnaculorum EF = EH = FH reperiuntur.

3. Ducuntur alae rectilineae obscurae EG longius continuandae uersus *n*; ex continuatione abscinditur GL = 7 perticis, et LN = $1\frac{1}{2}$ perticae. ex L ducitur LO.

4. E puncto O tanquam centro, radio 6 perticarum, describitur circulus, eidemque inscribitur pentagonum regulare, quemadmodum fig. 14 et 15 docent.

5. Ob-

5 Obscura linea PS uertices horum polygonorum iungat; haec simul alas, propugnaculi separati, (*bastion detaché*) qualis est EZ finiet. relictaque linea TZ 6 uel 8 perticarum, tandem linea RT parallela faciei claudet propugnaculi separati ambitum.

6. Postquam hoc modo tum munitionis internae, tum propugnaculorum separatorum limites definiti sunt, uallorum et loricarum dispositio ita se habet. Pentagonum, siue turris propugnaculi (*tour bastionée*) ex muro solido construitur, ideoque octo uel decem pedum crassities pro illius lorica sufficit. ima pars sub alis fornicata est, ut inde tormentis fossa defendi et hostis a transitu eiusdem pohiberi queat, uid. fig. 16. num. 1. Tab. 47. et num. 2. ibidem sectio ualli interioris et fossae, ascriptis ubique mensuris, additur. reliquus internae munitionis ambitus lorica et uallo cingitur.

7. Fossae latitudo pro munitione interna ex protographia intelligitur.

8. Propugnacula uero separata (F. 15. Tab. 46. itidem lorica et uallo gaudent.

9. Intermedio inter propugnacula loco forcipula statuitur, sed duabus tribusue perticis a propugnaculo remouenda.

10. Propugnacula separata fossa ambit, cuius latitudinem alae propugnaculi longitudo metitur.

11. Ante hanc fossam semiluna duplex est, cuius mensura ex schemate et praecedentis for-

mae descriptione liquet; utraque breui ala instruitur.

12. Tandem uia tecta eius, quam priore formae applicui, simillima totam munitionem claudit. Quaequidem praecepta schemata duo peculiaria fig. 15 et 16, quibus scala subiecta est, luculentius declarant.

Aliam modo delineatae similem formam Vaubanius Casalio muniendo adhibuisse fertur, quam STVRMIVS tab. 66 depinxit.

CONSECTARIVM.

XL. Vaubaniana methodus hodie inprimis propterea aestimatur, quia non solum aliarum formarum uitia emendat, sed etiam, quia uallis terreis plerumque accommodata est, qua ratione opera ad belgicae munitionis simplicitatem reducit, ut iisdem propemodum sumtibus, quo illa constabat, absolui et exstrui possit.

De defectibus illius, inprimis de propugnaculorum separatorum et loricarum transuersarum incommodis disserit Jonchere *dans la nouvelle methode de fortifier les plus grandes villes. Paris. 1718. 12. cap. 2.*

SCHOLION.

XLI. *Plura de methodis muniendi recentioribus Sturmius libro supra laudato exponit, et cum illae, de quibus dixi, praecipuae omnium sint, de aliis minus celebribus copiose hic agere nihil attinet. Illud tamen silentio praetermittendum non est, recentiorum inuentis expoliendis passim occasionem dedisse duumuiros egregios, DANIELEM SPEKLEVM Archite-*

ctum

ctum Argentinensem, edito opere lectu digno, cui titulus; Architectura von Vestungen. (de munimentis.) prodiit Argentorati a. 1599. fol. recus. Dresdae a. 1705. et WILHELMVM DILICHIVM, cuius peribologia, siue tractatus amplissimus de munimentis, opera Io. Guilielmi Fil. locupletatus, additis figuris plus quam quadringentis, eleganter aeri incisis, prodiit Francof. ad M. a. 1640. fol.

CAPVT III.

DE MVNITIONE IRREGVLARI.

DEFINITIO VIII.

XLII. *Munitio irregularis* est, quae applicatur polygono irregulari.

CONSECTARIVM I.

XLIII. Itaque huius constructio, quantum licet, ad formam regularem reuocanda, et generatim opera danda est, ne ullus in munitione irregulari locus relinquatur, qui non aliunde conspici defendique possit. (§. 4) porro, quia defensio certissima sclopetorum ictibus fit, locus, unde illa speratur, a defendendo ultra 60 uel 65 perticas rhenolandicas remoueri non debet. (§. 7)

CONSECTARIVM II.

XLIV. Occurrunt autem hic considerandi casus duo. munitionis enim irregularis anguli, aut

aut parum differunt ab angulis et lineis munitionis regularis, aut multum a seinuicem dissident. Ad *primum genus* pertinent anguli non minores 90 gradibus, et latera polygoni interni non minora 36, uel non maiora 70 perticis. ad *secundum genus* refero angulos recto minores, itemque externos, et lineas polygoni interni nimis breues uel nimis longas.

PROBLEMA XIV.

XLV. *Polygonum irregulare primi generis propugnaculis instruere.*

Resolutio. Cum constet ex praeceptis architecturae militaris generalibus, (F.17. Tab.48.) capitalem cuiuslibet propugnaculi esse tertiam lateris polygoni interni partem, (§. 13. n. 3.) datis duobus uicinis polygoni lateribus AB 64, AF 43, eorundem quaeratur pars tertia, sed quia inaequalia sunt; iungantur $\frac{1}{3}$ AB + $\frac{1}{3}$ AF, et summae dimidium pro capitali AK, per medium polygoni angulum BAF ducatur; similiter capitalis HB inueniatur, et ducatur obscura linea HK, quae latus polygoni externum exhibet; ex medio illius L demittatur perpendiculum LM = $\frac{1}{7}$ HK, secundum regulam a Vaubanio probatam, (§. 39) ducanturque lineae defensionis HM, KM, et ex illis $\frac{2}{7}$ HK pro faciebus abscindantur, in continuatas uero lineas defensionis distantia facierum transferatur. (§. 39. n. 4.) ita alae quoque propugnaculi et chorda duci potest.

PRO-

PROBLEMA XV.

XLVI. *Polygonum irregulare secundi generis propugnaculis instruere.*

Resolutio. Casus I. *quando lineae sunt nimis longae.*

1. Sit talis linea B C, 144 pert. diuidatur illa in partes duas aequales, inuentaque et educta ex medio G capitali, ope lineae polygoni externi denuo facies, ala et chorda eodem, quo dixi modo definiantur. Tale propugnaculum super linea recta constructum uocatur planum, gallis *Bastion plat*, uel *platte forme*.

2) Quando linea C D pol. interni non multum excedit 70 perticas, ueluti cum capit 80, 90 perticas, eodem modo polygona fiunt, sed alae in linea defensionis nonnihil promouentur uersus medium in Y et X, ut linea defensionis 70 perticis aequalis euadat, uel saltem non multum eam superet.

Casus 2. *Cum linea A F est nimis breuis*, e. g. 30 uel 36 perticarum, parua eidem simili artificio propugnacula applicantur, et chorda semiluna robustiore defenditur.

Casus 3. *Quando angulus polygoni recto minor est.* e. g. D. si modo capiat 60 gradus, habetur pro angulo propugnaculi, ductaque linea polygoni externi O D, eodem, de quo nunc dixi, artificio muniatur. Vel, si infra lineam C D alas demittere non licet, prolongetur linea B C, ita angulus D reddetur obtusior, et eidem propugnaculum opportunius

poterit

poterit imponi, inprimis si linea ED infra D nonnihil deprimatur. prouti lineae obscurae, quae in X concurrunt, docent.

Casus 4. *Quando angulus externus E. muniendus est.* Omissa anguli curuatura, ducatur linea polygoni interni recta DF, quae si ultra 100 perticas excurrat, super medio eius propugnaculum planum fiat, et opera saltem detur, ne ultra 70 perticas linea defensionis extendatur. Hoc enim si eueniat, uel duo propugnacula plana super illa linea fiant, uel operum externorum accessione eidem de defensione prospiciatur.

Plura adminicula diligens locorum irregularium contemplatio, collatis probatissimorum magistrorum praeceptis, suggeret. Ceterum liquet ex hoc problemate, coniunctione methodi belgicae cum recentiorum hypothesibus, irregularis munitionis constructionem facilitari.

CAPVT IV.

DE OPPVGNATIONE ET DEFENSIONE MVNIMENTORVM.

PROBLEMA XVI.

XLVII. *Pulueris pyrii compositionem explicare.*

Re-

Resolutio. 1. Materiam pulueris incendiarii suppeditant nitrum et sulphur, cum carbonibus certa proportione permista. nimirum pro optimo, sex partes nitri, uni portioni sulphuris, et uni portioni carbonum adduntur.

2. Tria haec in subtilem puluerem rediguntur, aqua humectantur, et aliquot horis in mortario contunduntur, ut inter se inuicem intime misceantur.

3. Postea materia humida adhuc cribro, cuius fundum pelliceum multis exiguis foraminibus pertusum est, iniicitur, et percribratur, granulaque exsiccantur; locoque sicco reposita asseruantur.

v. *Buchner* theor. et praxis artilleriae P. III. *Branden* Büchsenmeisterey p. 400. sq.

SCHOLION.

XLVIII. *Quoniam hodie omnis munitionum tum oppugnatio tum defensio pulueris incendiarii adminiculo fit, ab huius compositione praesentis capitis initium ducendum fuit. Originem illius et inuentionem diuersimode scriptores narrant. ISAACVS VOSSIVS uariar. obseruat. c. 14. p. 83. Sinensibus tum pulueris pyrii tum tormentorum inuentionem tribuit. quod ante eum quoque fecere ANDR. DE AGVIRRE in relat. de mirabilib. et diuitiis regni Chinae. p. 123. ATHAN. KIRCHER Chinae illustratae p. 222. I. PET. MAFFEVS in histor. indiae. L. 6. p. 256. sed uerior est narratio I. AD. SCHALLII init. ex-pedit. christ. ap. chinenses c. 7. p. 63. sq. ubi Iesuitas haec europaeorum inuenta chinensibus communicasse scribit. In Europa primum pulueris illius praeparationem nouisse creditur ROGERIVS BACO, qui sec. XIII. in Anglia claruit. conf PASCH de inuentis nouantiquis c. 7. p. 746. add. BORRICHII tr. de ortu*

ortu et progr. chemiae p. 226. Postea, propria forsan industria uel fortunae beneficio, eiusdem materiae mixtionem reperit et in usum belli traduxit B. ARTHOLDVS SCHWARZ, *monachus Friburgensis. illi hunc honorem habent* PLATINA *de uitis pontificum in* V. *Vrb.* VI. *p* 254. RAMVS *Scholar. mathem.* L. 2 *p.* 61. MACHIAVELLVS *Hist. Florent.* L. I. *p.* 88. *tempus inuentionis incidit in ann.* C. 1370. *nam a.* 1380. *hoc puluere iam usi dicuntur Veneti in pugna ad fossam Claudiam contra Genuenses. conf.* POLYDORI VERGILII *de inuentorib. rer.* L. 2. *c.* XI. *p.* 124. THOMAE SPRAT *history of the royal Society p.* 267. CHRISTOPH. BESOLDI *discurs polit. p.* 46. *Obs. select. Halens.* Tom. X. *p.* 312. ERDM. VHSE *critici* T. I. *p.* 427. IVL. CAESAR BVLENGER L. 5. *histor. sui temporis tormenta circa a.* C. 1330 *composita fuisse, iisdemque Anglos contra Gallos, a.* 1346 *usos fuisse contendit.*

PROBLEMA XVII.

XLIX. *De tormentorum differentia explicare.*

Resolutio. 1. Tormenta uocari omnia instrumenta, ex quibus, pulueris pyrii adiumento, globi maiores eiiciuntur, inter omnes constat. Differunt autem tum structura, tum magnitudine.

2. Alia enim fistulis longis gaudent, absque peculiari pulueris receptaculo, alia tubos breuiores, et separata pulueris receptacula habent. priora *tormenta* proprie, (Stüke, Canonen) posteriora mortaria (Mörser, Pöller) uocantur.

3. Tam tormentorum quam mortariorum diameter orificii, quam *calibram* dixerunt, pro men-

mensura longitudinis et crassitiei eorundem, adhibetur.

4. Partes tormenti sunt tres, *ima* siue *pars fundi*, (Bodenstück) *media* axibus instructa, (Zapfen-Stück) *anterior orificii* (Mundstück) *longitudini* primae $\frac{6}{20}$, secundae $\frac{3}{20}$, tertiae $\frac{11}{20}$ totius longitudinis tormenti assignantur. *spissitudo* imae $\frac{11}{12}$, mediae $\frac{10}{12}$, anterioris prope axes $\frac{9}{12}$, prope ostium $\frac{6}{12}$ calibrae capit.

5. Mortarium quoque tribus partibus gaudet. fundi, mediâ et orificii. olim axes mediae applicabantur, hodie parti fundi adhaerent. *longitudo tubi* est $1\frac{1}{2}$, camerae pulueris 1, latitudo huius $\frac{1}{3}$ calibrae. *spissitudo metalli* circa orificium $\frac{14}{72}$, prope medium $\frac{27}{72}$, iuxta pulueris receptaculum $\frac{1}{2}$ calibrae assumitur.

6. Atque hae quidem mensurae experientiae fide nituntur. reliqua de ornatu et fulcris, exemplis breuiter in lectionibus declarantur.

7. Differentiam tormentorum secundum longitudinem et pondus sequens tabella perspicue docet. Nempe longitudo calibris, pondus tormenti centenariis, pondus globi ferrei libris norimbergensibus, linea iactus passibus communibus, qui sunt geometricorum dimidii, definiuntur.

Nomina tormentorum	Longitudo calibr.	Pondus centen.	Pondus glob. libr.	Linea iactus horiz.	Linea iactus elev. 1 gr.	Iactus maximus elev. 45 gr.
Gantze Carthaunen	18	80	36–48	500	1000	6000
Drey-Viertel Carthaunen	20	70	36	500	1000	6000
Halbe Carthaunen	22	60	18–24	420	900	5070
Viertel Carthaunen	24	30	12	370	740	4400
Halb-Viertel Carthaunen	27	20	6	320	650	3600
Feld-Stück	14–18	9	3–4	320	650	3600
Feld-Schlangen	30	50	18–24	600	1200	7140
Halbe Schlangen	32	30	9–12	450	900	5370
Viertel Schlangen	34	25	6	350	700	4180
Falconet	36	12	3	280	570	3120
Halb-Falconet	38	7	1	206	410	2450
Serpentinell	40	4	½	160	320	1870

PRO

PROBLEMA XVIII.

L. *Data diametro tormenti, diametrum globi ex eodem eiiciendi inuenire.*

Resolutio. Diameter globi (F. 18. Tab. 48. paulo minor diametro tormenti requiritur, ut iste per tormenti fistulam facilius prouoluatur. Solent scriptores talem regulam praescribere. semidiametro orificii tormenti circulus fiat, et diameter AB ducatur. Diametro huic ad rectos angulos semidiameter AC imponatur, et eius ope ex A fiat arcus CFD, huius subtensa CD diametrum globi dabit. v. *Buchner* P. I. p. 32.

Monent quoque artifices, minorem diametri tormenti et globi differentiam ferri posse, cum tormenta sunt aenea, intus bene laeuigata, quam si sint ferrea, quae exactam politiem non habent. sufficit in genere, si AE $\frac{1}{24}$ *uel* $\frac{1}{20}$ *diametri tormenti aequalis sit. In praxi annuli ferrei, orificio tormenti accommodati, manubrioque praediti, qui globis applicantur, in usu sunt. sufficit enim, si per annulum illum globus, in tormentum respondens immittendus, undique facile voluatur. Buchner l. c.*

DEFINITIO IX.

LI. *Baculus Calibrarum* (Caliber Stock) uocatur scala, in qua magnitudines diametrorum globorum plumbeorum, ferreorum, et lapideorum, diuersi ponderis, exhibeantur.

PROBLEMA XIX.

LII. *Baculum calibrarum componere.*

Resolutio. 1. Data esse debet diameter globi plumbei, ferrei, et lapidei unius librae.

2. Haec diuidatur in partes aequales centum. (§. 101. geom.)

3. Quia geometria docet, (§. 269 geom.) sphaeras seruare inter se triplicatam rationem diametrorum uel semidiametrorum, et alibi (§. 275 geom.) latera cuborum multiplorum, siue diametri sphaerarum multiplarum inuentae et in tabulam redactae sunt, ex tali tabula numeri diametris 2. 3. 4 etc. librarum respondentes excerpantur, et, ope diametri unius librae in 100 partes diuisae, in scalam uel baculum transferantur.

In Germania diameter globi unius librae norimbergensis pro fundamento huius scalae assumitur. G. I. Vossius de sc. math. ad a. 1540. p. 424. Georgio Hartmanno inuenti calibrarum baculi honorem tribuit.

PROBLEMA XX.

LIII. *De cuniculis explicare.*

Resolutio. 1. Fodiendum est, donec fere (F. M. Tab. 48.) sub medium ualli, a puluere nitrato eleuandi, perueniatur. meatus, qui eo ducit, 3 pedes latus, quatuor altus efficitur. meatus autem ille non semper recta continuatur, sed flectitur etiam ad latus. in fine eiusdem paulo amplior fouea, alta pedes sex, excauatur, ubi puluis incendiarius reponatur.

2. Ni-

2. Nimirum ante perspectum esse debet, quantum circiter sit molis eleuandae pondus, siquidem huic accommodanda est copia pulueris. quoniam experientia constat, cubicum digitum pulueris, extollendo cubico pedi terrae sufficere. Absconditur igitur in fouea extrema tanta copia pulueris, arcula uel dolio conclusi, quae necessaria est ad rumpendum extollendumque uallum, sub quo fit cuniculus. camera illa pulueris trabibus asseribusque uestitur, ne terra deorsum ruat, aditus uero accurate clauditur. inde foras ducitur canalis, ex linteo spissiori consuto, uel ligneus, ex cauatis asserculis factus, in quo puluis pyrius diffusus est, per quem ignis in cuniculum propagetur.

3. Quandoque in cuniculis etiam globi ferrei caui, globis minoribus et puluere referti, deponuntur, qui cum ruinis in altum sublati rupti que obuios hostes laedunt.

4. Hodie quandoque minores cuniculi in uia tecta et operibus externis fiunt, quorum ope hostes, qui ibi consederunt, eiiciuntur.

SCHOLION I.

LIV. *Cuniculos Petrus Navarrus, Hispanus, a Carolo V Comitis dignitate auctus, reperisse dicitur. uti refert ex Collialdo MARTIVS in ingeniario europaeo T. III. p. 285. sed CARDANVS de subtilitate p. 44. Franciscum Georgium Senensem inuentorem laudat. ait cuniculis primum experimentum cepisse Hispanos in expugnatione arcis Lucullianae iuxta Neapolin. De cuniculis agunt copiose, BORGSDORF*

in der neuen Minier-Kunst, anon. nouveau systeme sur la maniere de defendre les places par le moyen des contremines. a. 1731. *Paris.* 12. *de effectu elateris aeris, pro viribus pulueris incendiarii itinerandis, agit* FONTENELLE *Hist. Ac. R.* 1702. *p.* 11. *add. obseruatio* CHEVALIER *commeut. Acad. R.* 1707. *p.* 698.

SCHOLION II.

LV. *Plura de tormentis aliisque principiis pyrotechnicis non addo, quippe quae melius vsu addiscuntur. extant scriptores huius artis plurimi et luculenti, quos inter prae ceteris laudo* CASIMIRVM SIMIENOWICZ, *cuius opus amplum prodiit sub tit. Vollkommene Geschütz-Feuerwerck- und Büchsenmeisterey-Kunst. Francof. ad M.* 1676. *f.* IO. SIGISM. BVCHNERI *theoria et praxis artilleriae, edita Norimb.* 1685. *f. huc pertinet etiam* BOECLERI *schola militaris Class.* 7. *p.* 115. *sq.* AVGVSTIN BRAND *theoria et praxis der heutigen Büchsenmeisterey, Francof.* 1713. 8. CHRISTOPH FRIEDRICH VON GEISLER *neue Artillerie, Dresd.* 1718. *f. qui de iactibus uelocibus e tormentis sigillatim amplius disserit. De interuallo iactus tormentorum et mortariorum geometrice definiendo agunt* BLONDEL *in L. l'art de jetter les bombes. Hagae.* 1685. 8. *et* FERD. ERN. COMES AB HERBERSTEIN *in Cyclodiatomia. Pragae a.* 1716. 4.

PROBLEMA XXI.

LVI. *Explicare modum, quo ad munimenta acceditur.*

F.19.Tab.49.) *Resolutio.* 1. Positis opportuno loco, ultra iactum nempe tormenti a munitione oppugnanda, castris, (de quibus agunt ex instituto *Dilich.* lib.2. *Boecler* Schol.milit.class. 25. p. 511. sq. et *Mallet* travaux de Mars Part. 3. c. 11. p. 229. sq.) primo omnium haec duplici

plici lorica ſepiuntur. altera FHK regionem ab urbe auerſam reſpicit, totamque urbem cingit, quae et auxilium laturis, et ex obſeſſo munimento elapſuris uiam praecludat; diciturque *linea circumuallationis*. altera lorica ACE uerſus urbem erigitur, paulo debilior, quippe erumpentibus ex urbe oppoſita, quae *contrauallationis linea* uocatur. utraque lorica reductibus integris et dimidiis, nec non munitionibus ſtellatis, per interualla inſtruitur, ut tanto facilius aduerſus eos, qui impetum in eam faciunt, defendatur. poſterior lorica omnino omittitur, ſi ab obſeſſis nullum periculum ſit metuendum.

2. Ex loco KK, qui ab ultima (F.20.Tab.49. lorica ſiue uia tecta 200 circiter perticis diſtat, accedatur per foſſam, lorica uerſus urbem accumulata tectam. Scilicet ingeniarius interdiu, auxilio acus magneticae, ſitum faciei propugnaculi expugnandi explorat, et noctu ſufficientem militum, palis ligonibusque inſtructorum, manum ita diſponit, ut quilibet ab altero quinque pedibus abſit, et ea nocte foueam tres pedes altam, et trium pedum lorica terrea aggeſta tectam efficiat. Poſtea ſpatium inter foueas medium effoditur, et foſſa continua MN, faciei propugnaculi parallela (gallis *une parallele*) producitur. In extremis foſſae huius parallelae, ſpatia ampliora lorica curuata circumdantur, ubi milites, maxime equites, ad foſſores tuendos miſſi, ſecure deliteſcant. (uo-

cantur *places d' armes*, item *epaulemens*.) Ab hac parallela ulterius fossae, (siue *adductus*, gallis *approches*, *trancheés*) legibus sequentibus obseruatis, producuntur. 1. Omnes habeant situm circiter faciebus oppositorum propugnaculorum parallelum, ne directis ictibus obsessorum pateant. 2. profunditas fossarum in principio sit 4 uel 5 pedum infra horizontem, excepta lorica uersus urbem eiecta, latitudo 6 uel plurium pedum. quando uero propius ad munitionem acceditur, tum et latitudo et altitudo adductuum augetur. longitudo unius brachii intra 10 = 30 perticas continetur. 3. In angulis N, N, reductus L, uel saltem curuatae foueae ampliores K, K, fiant, quo sese milites recipiant, dum hostes erumpentes illos adoriuntur. 4. Non solum fossae propiores munitioni, altiores 12 ped. et latiores 15 p. efficiantur, sed etiam lorica solidior et spissior reddatur. 5. Quando solum fossas uel adductus facile admittit, nonnunquam uersus duo propugnacula diriguntur, et lineis uel fossis mediis (Communications linien) copulantur. Ita hostes, incerti quippe, et propositi obsidentium ignari, pluribus propugnaculis de securitate prospicere, et tormenta forsan ab operibus externis reducere coguntur. praeterea sic eruptio obsessorum redditur difficilior. 6. Ubi soli conditio longas illas et ambagiosas fossas non patitur, breuiores possunt sufficere, modo sint satis munitae. quem in finem gerras siue corbes

corbes arena et lapidibus replendas parare, et ex illis loricam componere necessitas iubet.

3. Quando a uia recta non longe absunt adductus, et a globis desuper iniectis milites tuti amplius esse nequeunt, erigantur suggestus tormentorum H, H, (*Batteries*) tantum supra horizontem eleuati, ut globis maioribus facies oppositorum propugnaculorum peti, loricae deiici, hostiliaque tormenta inutilia reddi possint. imo ex mortariis quoque glandes in uallum et urbem eiiciendae, ut ciues et milites a uallo incendiis obortis arceantur.

4. His factis uel in uiam rectam obsidentes cateruatim aperto marte irruunt, uel, si hoc nimis periculosum sit, ab adductibus continuatur meatus subterraneus siue cuniculus, (*Sape*) in cuius extremo, sub loricae ultimae decliuis medium, puluis nitratus ponitur, ut lorica disrupta aditus ad uiam rectam pateat.

5. Interea exstruantur quoque noui suggestus tormentorum F, F, unde globis emissis loricae alarum A, B, antea non conspectarum, deiiciantur, tormenta nudentur, et laedantur, ne his transitus per fossam prohiberi possit.

6. Tandem transeunda est fossa primum operum externorum, et deinceps etiam primaria. nimirum cunicularii ad operis obuii angulum appropinquant et cuniculos agunt. Tum paratur porticus uel uinea D, (*gallerie*) contra globos tormentorum et mortariorum, robustis trabibus tecta, eaque transuerse per fos-

ſam continuatur. ut, poſtquam puluis in facie operis oppoſiti ruinam (*breche*) fecit, milites, tali munimine tuti, foſſam tranſeant, opusque conſcendant et expugnent. v. *I. Sebaſt. Gruber* gründl. Unterricht von der Fortification. cap. 29—37.

PROBLEMA XXII.

LVII. *Explicare praecipua defenſionis momenta.*

Reſolutio. Pleraque ex iis, quae modo de oppugnatione dicta ſunt, intelliguntur. nam obſeſſos contra uim externam niti, et huic contraria machinari oportet.

1. Itaque ut hoſtes longius ab urbe caſtra ponere, lineis uel loricis amplioribus eadem circumdare, et numeroſiorem exercitum adducere cogantur, tormenta extra uiam tectam disponere, et his inimicas copias arcere ſuadent.

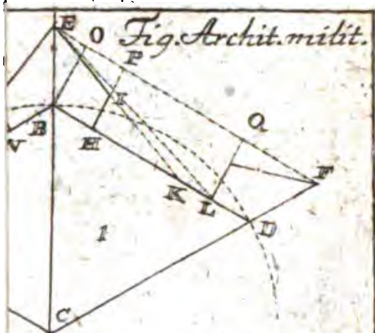
2. Nec ferendam, ut adductuum foſſores absque impedimento opus continuent et abſoluant, ſed eruptionibus factis impediendi et fugandi ſunt.

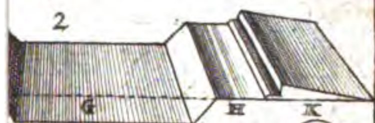
3. Suggeſtibus tormentorum contrarii (*contrebatteries*) opponantur.

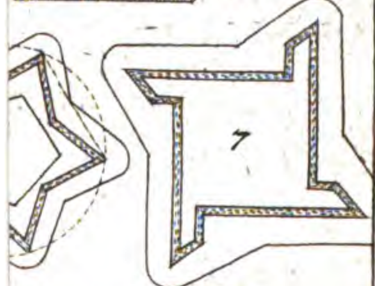
4. Parcendum tamen etiam pulueri pyrio, ne inutilibus ictibus ante tempus conſumatur.

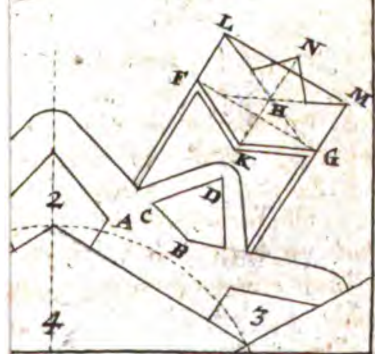
5. Ea portio uiae tectae, in quam obſidentes impetum facturi ſunt, palis, ſi antea nondum factum eſt, ſepiatur, his enim ingreſſum in uiam tectam difficilem reddi experientia docuit.

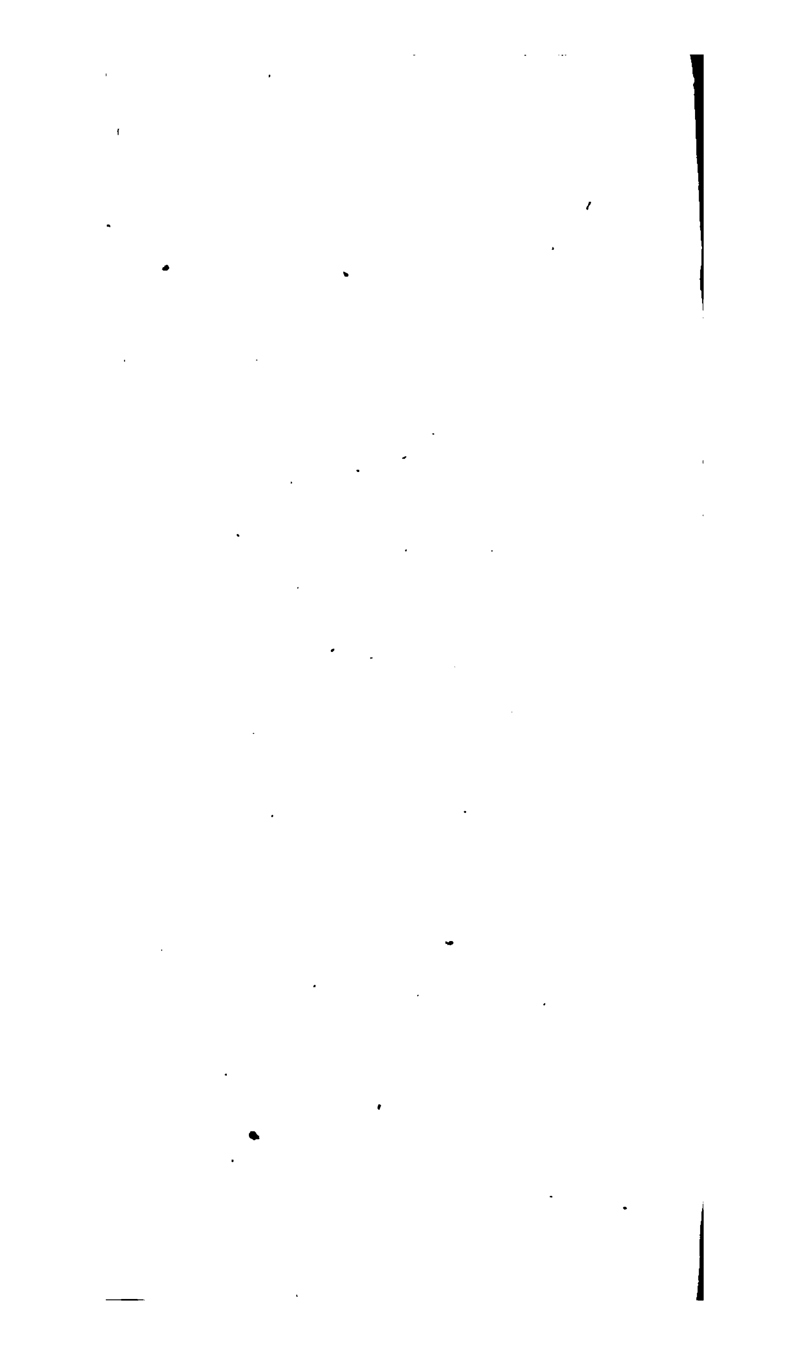
6. Cu-


Fig. Archit. milit.
E
O
P
I
Q
B
V
H
F
K
L
D
1
C


2
G
H
K


7


L
N
F
M
H
K
G
D
2
A
C
B
3
4



Tab. XLI.

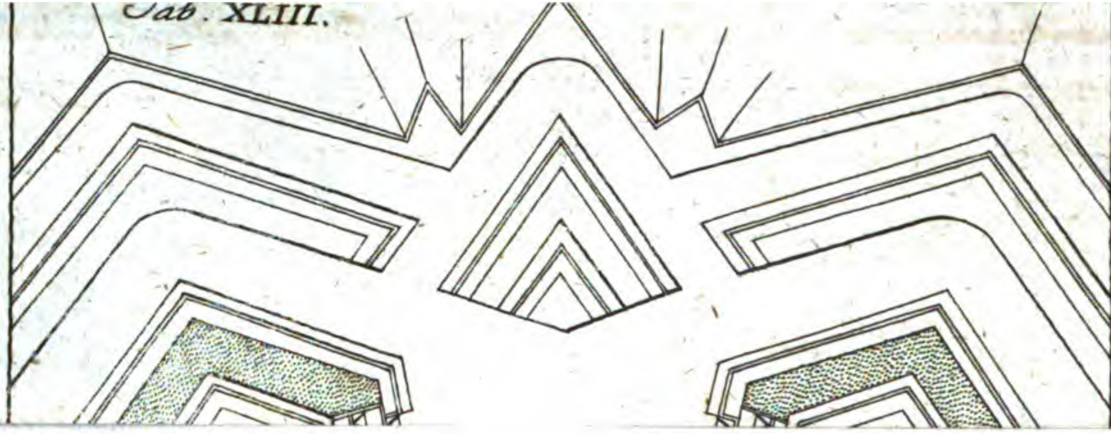


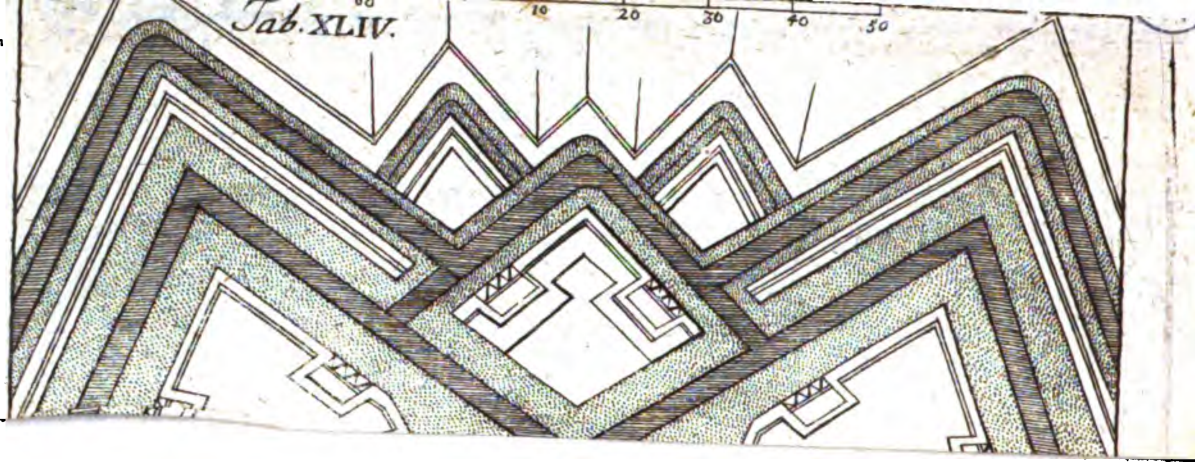
Tab. XLII.

D
B
G
E
m
K
8
C
B
C
3
2
1

C
B
E
F
n
m
D
o
G
12
H

C
B
E
F
D
Z
G
S
H
X
L
M
N
14


Tab. XLIII.

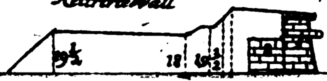

Tab. XLIV.
10
20
30
40
50

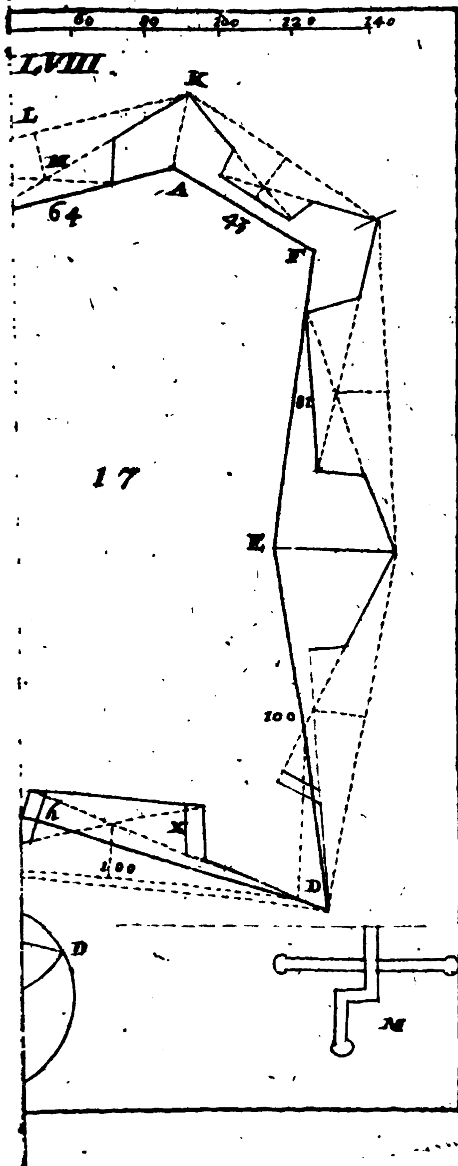

Tab. XLV.
G H
E
F
F
M
N
L
D
K
C
B
A
X

Tab. XLVI.



16

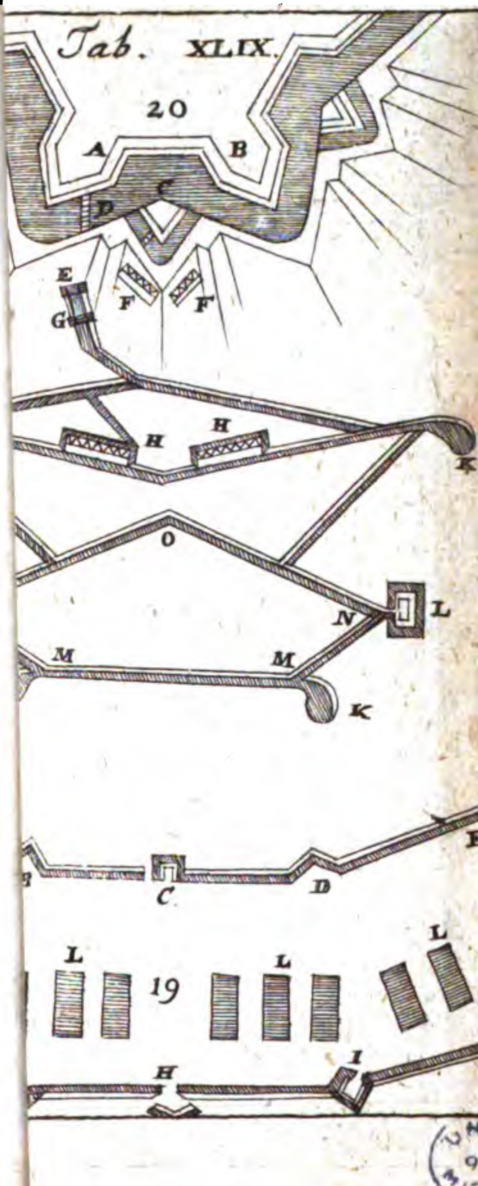




60
80
100
120
140
LVIIII
K
L
M
A
64
43
F
82
17
E
100
h
X
100
D
D
M






Tab. XLIX.
20
A
B
C
D
E
F
F
G
H
H
H
K
O
L
N
M
M
K
E
C
D
L
L
L
19
H
I

6. Cuniculis contrariis hosti occurratur, repertus puluis eximatur, uel ad incendium ineptus reddatur.

7. Postquam nihilominus hostes per cuniculos ruinam propugnaculi egerunt, occupatio illius iniectis ferris et lignis acutis, item globis cauis minoribus puluere incenso repletis (*granaten*) impeditur.

8. His laboribus si nihil proficiatur, nouis super propugnaculo loricis, post eam, quae iam diruta est, siue reductibus, (*retranchements*) obsessi se aliquamdiu adhuc tuentur, et quia munitionem iam hosti dedere coguntur, saltem operam dant, ut captiuitatem effugiant, et libere cum suis discedendi facultatem consequantur.

ANALYSIS SPECIOSA

SIVE

ALGEBRA.

CAPVT I.

DE

CALCVLO LITERALI.

DEFINITIO I.

I. *Analysis* est ars, ex datis uel cognitis quibusdam quantis, ignota inueniendi, ope aequationis.

SCHO-

SCHOLION I.

II. *SPECIOSA dicitur, quia literis, quas primus in analysin intulit* FRANCISCVS VIETA, *rerum genera uel species pertractat.* ALGEBRAM *Arabes nominarunt. Historiam illius copiose explicat* IOANNES WALLISIVS *in tractatu historico et practico de algebra, tomo II operum ed. Oxonii a.* 1693. *f. primus, quantum constat, eiusmodi analyseos notitiam habuit* DIOPHANTVS ALEXANDRINVS, *scriptor seculi secundi uel tertii, cuius extant arithmeticorum libri VI cum commentariis* BACHETI *et* FERMATII. *Tolosae a.* 1670. *f. editi. restaurauit eam in Europa* LVCAS DE BVRGO S. SEPVLCHRI, *Ord. minimor. in opere, cui titulus; Summa de arithmetica et geometria, et proportione et proportionalitate, italico sermone ed. Venetiis a.* 1494. *et* 1523. *f. promouerunt eius cultum* HIERON. CARDANVS *et* MICHAEL STIFELIVS, *auxerunt eandem et amplificarunt prae ceteris* FR. VIETA, THOMAS HARRIOTVS, RENATVS CARTESIVS, ISAACVS NEWTONVS, G. G. LEIBNITIVS. *de aliorum analyticorum meritis in lectionibus dicendi locus erit. Tironibus, pro addiscendo calculo literarum,* ERASMI BARTHOLINI *principia matheseos uniuersalis. Amstel.* 1659. 4. BERN. LAMY *elementa mathematica gall. Amst.* 1692. 12. *pro analyseos autem artificiis plenius cognoscendis* CAROLI REYNEAV *analysin demonstratam, gallice Paris.* 1708. 4. *ed. et* CHRISTIANI WOLFII *elementa analyseos mathematicae latina. Tom. I. elem. mathes. inprimis commendo.*

SCHOLION II.

III. *Signa aequalitatis, additionis, subtractionis, multiplicationis et diuisionis, quae in arithmetica laudaui, (=; †, −; ., :) hic quoque ualent. Si factores uel diuisor aut diuidendus pluribus literis constent, compositum quantum parenthesi includitur.*

(a † b)

$(a+b)d$: notat $a+b$ multiplicari per d, item $(a+b):d$ notat $a+b$ per d diuidendum esse.

DEFINITIO II.

IV. *Quanta*, quibus praemittitur signum $+$, uel quae solitaria aut in principio posita signo carent, *positiua* uel *affirmatiua*, quae uero praemissum gerunt signum $-$, *priuatiua* uel *negatiua* dicuntur. Priora rem ipsam, posteriora rei defectum indicant. *priuatiua cum debito commode comparantur.*

CONSECTARIVM I.

V. Quare addito priuatiuo ad positiuum, hoc absorbetur uel tollitur, subtracto autem priuatiuo a positiuo, reuera additur. siquidem defectus absque additione tolli nequit.

CONSECTARIVM II.

VI. Sed quemadmodum defectus alter altero maior est, ita etiam priuatiuorum inaequalium summa et differentia recte assumitur.

PROBLEMA I.

VII. *Quanta simplicia et composita addere.*

Resolutio. 1. *In simplicibus* literae eaedem colliguntur in summam, et summa numero praemisso denotatur. $a+a=2a$. literae uero diuersae signo $+$ iunguntur. a et b dant summam $a+b$.

2. *In compositis* α) quando eaedem uel diuersae literae et quanta positiua sunt, additio fit uti in simplicibus.

$a + b$ et $2a + 2b = 3a + 3b$
$a + b$ et $c + d = a + b + c + d$

β) Verum ubi eaedem literae et diuerſa ſigna occurrunt, additio in ſubtractionem mutatur, ſeruato ſigno eius quantitatis, a qua ſubtractio facta eſt. (§. 5)

$$\begin{array}{r} 3a + 3b \\ a - b \\ \hline 4a + 2b \end{array}$$

γ) Quando literae eaedem et eadem ſigna adſunt, additio poſitiuorum et priuatiuorum ſeruatis ubique iisdem ſignis, peragitur. (§. 6)
$a - b$ et $a - b = 2a - 2b$

δ) Denique ſi diuerſae literae et diuerſa ſigna occurrant, ſigno + fit additio, et ſigna quantorum tam poſitiua quam priuatiua retinentur. $a + b$ et $c - d = a + b + c - d$.

PROBLEMA II.

VIII. *Quanta ſimplicia et compoſita a ſe inuicem ſubtrahere.*

Reſolutio. 1. *In ſimplicibus*, cum literae ſunt eaedem, quantum minus a maiore auſertur et differentia reſiduo numero praeſcripto indicatur. $5a - 2a = 3a$.

Quando autem quantitates literis diuerſis notantur, ſubtractio fit interpoſito ſigno −, quod denotat *minus*. ſit ab a tollendum b, differentia eſt $a - b$.

2. *In compoſitis*

α) Si

α) Si eaedem literae eademque ſigna fuerint, et quantitas, a qua ſubtractio fieri debet, ſit maior quantitate ſuducenda, ſubtractio fit ut in ſimplicibus, et in reſiduo eadem ſigna ſeruantur.

$$\begin{array}{r} \text{ex } 4a + 5b \\ 2a + 3b \\ \hline 2a + 2b \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3a - 4b \\ a - 3b \\ \hline 2a - b \end{array}$$

β) Si eaedem literae eademque ſigna fuerint, ſed quantitas, a qua ſubtractio facienda, quantitate ſubducenda minor ſit, ſubtrahatur minor ex maiore, et reſiduo ſignum contrarium praeponatur. (§. 5.)

$$\begin{array}{r} 3a + b \\ a + 2b \\ \hline 2a - b \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2a - 3b \\ a - 4b \\ \hline a + b \end{array}$$

γ) Si eaedem adſint literae, ſed ſigna diuerſa, ſubtractio mutatur in additionem, ſeruato ſigno eius quantitatis, a qua ſubtractio facta eſt. (§. 5)

$$\begin{array}{r} 4a + 3b \\ a - 2b \\ \hline 3a + 5b \end{array}$$

δ) Quando et literae et ſigna differunt, ſigna quantitatis ſubducendae mutantur in contraria.

$$\begin{array}{c} a + b \\ c + d \\ \hline a + b - c - d \end{array} \quad : \quad \begin{array}{c} a + b \\ c - d \\ \hline a + b - c + d \end{array}$$

Demonstratio. Etsi praecepta haec ex ante dictis facile intelligantur, pauca tamen, pro regula secunda et quarta in quantis compositis declaranda, addam. ex $3a + b$ demto $a + 2b$, relinquitur $2a - b$. nam si retentis literis, signo — subtractio significetur, sic se habet exemplum; $3a + b - a - 2b$, sed $-a$ tollit unum a positiuum, et $+b$ tollit unum b priuatiuum (§. 5.) quare prodit residuum $2a - b$. In ultimo uero casu, cum non totum c sed $c - d$ auferendum sit, patet, d addendum esse, ne plus, quam par erat, detrahatur.

PROBLEMA III.

IX. *Quanta simplicia et composita multiplicare.*

Resolutio. 1. *In simplicibus* quanta multiplicanda, siue eadem siue diuersa sint, iuxta se ponuntur, et ubi numeri illis praemissi sunt, horum quoque factum literis praefigitur.

$$\begin{array}{c} a \\ a \\ \hline aa \end{array} \quad \begin{array}{c} a \\ b \\ \hline ab \end{array} \quad \begin{array}{c} 3a \\ 2b \\ \hline 6ab \end{array}$$

2. *In compositis.* fit multiplicatio uti in arithmetica uulgari, speciebus singulis ordine in se

mul-

multiplicatis, obseruata unica regula; *eadem signa in facto dant plus, diuersa minus.*

$a + b$	$a - b$	$a + b$
$c + d$	$c - d$	$c - d$
$+ad + bd$	$-ad + bd$	$-ad - bd$
$ac + cb$	$ac - cb$	$ac + cb$

Demonstratio. Quod positiuae species inuicem multiplicatae positiuas producant, de eo nemo dubitare potest. sed quod + et − proferant in facto −, ita patet. sit $(a - b)$ multiplicandum per $+c$, assumatur $a - b = m$, erit factum ex c in $a - b = cm$; tollatur priuatio addito utrimque b, fiet $a = b + m$, utrumque multiplicatum per $+c$, profert aequalia $ca = cb + cm$, et cum quaeratur tantum factum cm; erit $ca - cb = cm$, hoc est $-b$ in $+c$ multiplicatum producit $-cb$. Eodem modo ostenditur − et − in facto + producere. sit $a - b$ multiplicandum per $c - d$, ex praecedente demonstratione liquet, quod factum $a - b$ in alterum factorem $+c$ fit $= ac - bc$, quaeritur etiam factum $a - b$ in $-$ d. iterum $a - b = m$ siue $a = b + m$; erit $-ad = -bd - md$, siue $bd - ad = -md$, iunctis factis singulis prodit $ac - bc - ad + bd$.

PROBLEMA IV.

IX. *Quanta simplicia et composita diuidere.*

Resolutio. 1. In *simplicibus*, ex quantita-

te diuidenda tollitur diuisor, quod restat est quotus, siquidem hic multiplicatus per diuisorem producit diuidendum. (§. 66. arith.)

$$\begin{array}{c|c} ab & b \\ a & \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} abc & ac \\ b & \end{array}$$

si diuisor tolli non possit, diuisio signo indicatur.

$$\begin{array}{c|c} ab & \\ c & \end{array} = ab : c = \frac{ab}{c}$$

2. *In compositis* α) Si diuisor in diuidendo contineatur, diuisio fit eo modo, uti in arithmetica uulgari, demto nempe diuisore ex diuidendo, et quod superest, pro quoto habetur, si saepius insit diuisor, idem promouetur, donec amplius eum non contineri appareat. (§. 69. arith.)

$$\begin{array}{c|c} ac + cb + ad + bd & c + d \\ a + b \quad a + b & \end{array}$$

β) Si signa diuidendi et diuisoris differant, obseruetur eadem regula, quae in multiplicatione locum habet, *eadem signa dant plus, diuersa minus*.

$$\begin{array}{c|c} ac + cb - ad - bd & a - d \\ a + b \quad a + b & \end{array}$$

γ) Si diuisor non contineatur in diuidendo, diuisio signo indicatur

$$\frac{a + b}{c} \text{ siue } (a + b) : c$$

Horum omnium ratio est, quia diuisio resoluit

ſoluit id, quod multiplicatione fuit compoſitum. (§. 67. arith.)

DEFINITIO III.

XI. *Potentiae* ſiue *dignitates* uocantur quanta, quae multiplicatione eiusdem quantitatis in ſe uel in facta ſua oriuntur. $a.a = aa$, $aa.a = aaa$.

SCHOLION.

XII. *Hoc ſenſu uocabulo* δυνάμεως *ſiue poteſtatis utitur etiam DIOPHANTVS L. I. def. 2. add. annot. Bacheti ibidem.*

CONSECTARIVM I.

XIII. Pro diſtinguendis potentiarum priorum gradibus iam olim ueteres tum ſigna tum nomina peculiaria excogitauerunt. Verum rectius iidem numeris ad dextram paulo altius radici adſcriptis, nec non uocabulis potentiae primae, ſecundae, tertiae, quartae, et ita porro indicantur:

$a^1\ a^2\ a^3\ a^4\ a^5$ pro $aa.\ aaa.\ aaaa.\ aaaaa.$

numeri, qui potentiarum claſſes et gradus deſignant, dicuntur *potentiarum exponentes*.

CONSECTARIVM II.

XIV. Itaque potentia prima radicem, ſecunda quadratum, tertia cubum, quarta biquadratum deſignat.

CONSECTARIVM III.

XV. Si potentiae primae ciphra praemittatur, exponentes ſunt logarithmi poteſtatum in progreſſione geometrica ordinatarum.

$0 \quad a^1 \quad a^2 \quad a^3 \quad a^4$
1 2 4 8 16 etc. (§. 177. arith.)

CONSECTARIVM IV.

XVI. Multipla ergo potentiarum prodeunt, additis exponentibus. (§. 180. arith.

$a^2 . a^3 = a^5$

quoti earum inueniuntur, subtracto exponente diuisoris ab exponente diuidendi. (§. 181. arith.)

$a^5 : a^2 = a^3$

CONSECTARIVM V.

XVII. Quando autem potentia quaedam pro radice habetur, quae ad altioris gradus potentiam extollenda est, tum exponens potentiae radicis et exponens potentiae, quae quaeritur, inter se debent multiplicari. sit *aa* radix, quaero cubum illius siue potentiam tertiam, fiat $a^{2.3} = a^6$, id enim prodit, quando *aa* in se et postea in factum *aaaa* multiplicatur.

CONSECTARIVM VI.

XVIII. Vicissim cum radix ex data potentia extrahenda est, diuidi debet huius exponens per exponentem potentiae, cuius radix quaeritur. nempe diuiditur per 2, pro radice quadrata, per 3, pro radice cubica, per 4, pro radice biquadratica inuenienda. ita radix quadrata ex a^6 est $a^{6:2} = a^3$, radix cubica ex $a^6 = a^{6:3} = a^2$.

CON-

CONSECTARIVM VII.

XIX. Possunt ergo radices quantitatum considerari tanquam potentiae, quarum exponentes sunt numeri fracti. (§. 124. arith.)

DEFINITIO IV.

XX. *Irrationales* siue *surdae quantitates* uocantur, ex quibus radix propositae potentiae extrahi nequit. designantur praemisso signo radicali $\sqrt{}$, cui inscribitur exponens potentiae, si secundam potentiam superet. $\sqrt{a^5}$ notat radicem quadratam quantitatis a^5. $\sqrt[3]{a^5}$ notat radicem cubicam eiusdem quantitatis, neutra enim potest accurate inueniri.

CONSECTARIVM I.

XXI. Irrationalis etiam absque signo radicali recte scribitur, diuiso exponente potentiae surdae per exponentem alterius, cuius radix quaeritur. $\sqrt{a^5} = a^{5:2}$. $\sqrt[3]{a^5} = a^{5:3}$ (§. 18.19.)

CONSECTARIVM II.

XXII. Porro ut fractiones, ita etiam quantitates surdae ad eandem denominationem reuocantur. (§. 137. arith.) $\sqrt{a^5}$, $\sqrt[3]{a^7} = a^{5:2}$, $a^{7:3} = a^{15:6}$, $a^{14:6}$, ita utrumque quantum ad potentiam sextam refertur.

CONSECTARIVM III.

XXIII. Cum irrationalis quantitas in facto-

res dispersa continet rationalem, ex hac radix extrahi et haec signo radicali praemitti potest, quo facto simplicior illi forma conciliatur. ita pro $\sqrt{48}$ scribatur $\sqrt{16.3}$, et quia 16 est quadratum, extrahatur radix, et signo radicali praefigatur, $4\sqrt{3} = \sqrt{48}$. $\sqrt{12} = \sqrt{4.3} = 2\sqrt{3}$. Item $\sqrt[3]{40}$ siue $\sqrt[3]{8.5} = 2\sqrt[3]{5}$. et $\sqrt[3]{135} = \sqrt[3]{27.5} = 3\sqrt[3]{5}$.

CONSECTARIUM IV.

XXIV. Inde elucet, aliquando hac reductione proferri quantitates in se quidem irrationales, sed inter se tamen *communicantes* et *commensurabiles*, quae nempe inter se sunt ut quantitas rationalis ad rationalem, quemadmodum nemo dubitat $4\sqrt{3}$ et $2\sqrt{3}$ habere mutuum respectum numerorum $4:2$ siue $2:1$.

PROBLEMA V.

XXV. *Quantitates irrationales addere uel subtrahere.*

Resolutio. 1. Si sint commensurabiles, addantur uel subtrahantur numeri signo radicali praemissi. $4\sqrt{6} + 3\sqrt{6} = 7\sqrt{6}$. uel $7\sqrt{6} - 3\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$.

2. Si non sint commensurabiles, additio et subtractio signis + et — indicatur. $\sqrt{6} + \sqrt{3}$ uel $\sqrt{6} - \sqrt{3}$.

PROBLEMA VI.

XXVI. *Quantitates irrationales in se*

mul-

multiplicare, uel unam per alteram diuidere.

Resolutio. 1. Reducantur prius datae quantitates ad eandem denominationem. (§. 22.)

2. Deinde reuocentur si licet ad simpliciores terminos. (§. 23.)

3. Tum quantitates sub signo radicali, item illae, quae praefixae sunt eidem, more solito multiplicentur uel diuidantur $\sqrt{3}.\sqrt{2} = \sqrt{6}$. $2\sqrt{3}.4\sqrt{3} = 8\sqrt{9} = \sqrt{64.9} = \sqrt{576} = 24$. pro diuisione $\sqrt{48} : \sqrt{12} = \sqrt{4} = 2$. nimirum $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ et $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$, sed $4\sqrt{3} : 2\sqrt{3} = 2$, nempe posterius in priore bis continetur.

CAPVT II.

DE VSV CALCVLI LITERALIS, PRO LEGIBVS EXTRACTIONIS RADICVM, ET PERMVTATIONIS RERVM, NEC NON PROPRIETATIBVS RATIONVM, TAM ARITHMETICARVM QVAM GEOMETRICARVM, INVENIENDIS.

THEOREMA I.

XXVII. *Operationes arithmeticae, quae literis peraguntur, subministrant leges ope-*

rationum similium in quantis speciali-
r instituendarum.

Demonstratio. Literae enim sunt signa ge-
alia, quae specialia quaeuis possunt deno-
e, quare si haec in eorum locum substituan-
, operationes literis peractae similium in
cialibus leges manifestant.

PROBLEMA VII.

XXVIII. *Inuenire naturam et resolutio-*
n quadratorum.

Resolutio. 1. Assumatur radix binomia, duo-
s membris constans, ueluti $a + b$, et fiat quadra-
n, (§. 9) $aa + 2ab + bb$. inde colligitur natu-
quadrati, cuius radix binomia est: nempe
adratum tale continet quadrata partium a
bb, *una cum duplo facto partis unius in al-*
am (alii).

2. Resolutio huius quadrati ita fit, ut radix
b per diuisionem aliquam proferatur. Id
fiat, prius quadratum primum a duobus
mbris reliquis seiungatur, et eius radix a lo-
quoti ponatur. Deinde quoti prioris a
plum $2a$ habeatur pro diuisore, eoque dem-
restat b altera pars radicis, huiusque qua-
tum subtractum tollit etiam membrum qua-
ti ultimum. atque haec sunt illae leges extra-
onis radicis quadratae, quas in arithmetica
54 absque demonstratione tradidi.

$$
\begin{array}{r|ll}
aa + & 2ab + bb & (\, a + b \\
aa & 2a \quad b & \\
 & \quad\ \ b & \\
\hline
0 & 2ab + bb & \\
\hline
 & 0 \quad 0 &
\end{array}
$$

PROBLEMA VIII.

XXIX. *Inuenire naturam et reſolutionem cuborum.*

Reſolutio. 1. Aſſumatur denuo radicis binomiae $a+b$ quadratum $aa+2ab+bb$, idemque ducatur in radicem, factum $a^3+3aab+3abb+b^3$ profert illius radicis cubum. (§. 156. arith.) natura ergo cuiuslibet cubi ſpecialis eſt haec: *componitur idem ex cubis partium* a^3 et b^3, *nec non triplo partis unius in quadratum alterius:* $3aab+3abb$.

2. Pro reſolutione cubi, qua radix $a+b$ inueſtigatur, liquet iterum neceſſum eſſe, ut cubus primus a reliquis membris tribus ſeparetur, et illius radix a pro quoto habeatur. Porro pro quoto altero b, diuidendum eſt per $3aa$ et $3a$, quorum priore detracto ex $3aab$ relinquitur pars altera radicis b, quod ſi haec cum $3aa$ et quadratum eius cum $3a$ multiplicetur, cubus uero eiusdem ſubtrahatur, totum quantum cubicum reſolutum, et radix illius inuenta eſt. quo ipſo denuo leges extractionis radicis cubicae in arithmetica §. 158 traditae confirmantur.

a^3	$+3aab+3abb+b^3$	$(a+b$
a^3	$3aa \quad +3a$	
0	$b \quad bb \quad b^3$	
	$3aab+3abb+b^3$	
	$0 \quad 0 \quad 0$	

PROBLEMA IX.

XXX. *Inuehire leges permutationis rerum singularium.*

Resolutio. Assumantur literae primum duae, dein tres, quatuor uel plures, et tentetur, quoties inter se possint permutari uel transponi, et quia nulla adest ratio, quae uetet, quo minus similiter permutatio plurium fiat, habeantur modi permutationis, aliquot exemplis repertae, pro regulis permutationum specialium quorumuis quantorum. deprehenditur autem, quod numerus permutationis rerum singularium, sit factum singularum unitatum, ex quibus numerus ille componitur. nempe

ab permut. *ba*, hoc est, 1. 2 = 2 numerus permutationis rerum duarum.

abc permut. *bca, bac, cab, cba, acb, abc.* siue 1. 2. 3 = 6. numerus permutationis rerum trium.

abcd. bcda. cdab. dabc. dcba. cbad.
badc. adcb. adbc. bcad. acbd. bdac.
cdba. bdca. cabd. dbca. acdb. dbac.
cadb. cbda. dcab. abdc. bacd. dacb.

siue, 1. 2. 3. 4 = 24 numerus permut. rerum quatuor.

Res.

Res.	Num. permut.
5 - - - - -	120
6 - - - - -	720
7 - - - -	5040
8 - - - -	40320
9 - - -	362880
10 - - -	3628800 etc.

conf. IAC. BERNOVLLII ars coniectandi. Basil. 1713. 4. Part. II. c. 1. LAMY p. 137. sq. TACQVET. elem. arith. L. 2. prop. 19.

PROBLEMA X.

XXXI. *Inuenire quales summae prodeant, quando in progressione arithmetica continua termini extremi et medii ab extremis aeque distantes adduntur.*

Resolutio. Progressio arithmetica literis exhibeatur, seruata semper eadem differentia,

$$a,\ a+d,\ a+2d,\ a+3d,\ a+4d,$$
$$a+2d\quad a+d\quad a$$
$$\overline{2a+4d}\quad \overline{2a+4d}\quad \overline{2a+4d}$$

et summae extremorum et mediorum accipiantur, patet eas aequales esse. Itaque cum literae referant quoscunque numeros similes, perspicuum est, in *progressione arithmetica, summas extremorum et mediorum, uel medii duplum, cum numerus terminorum est impar, aequales esse,* quod suo quoque loco in arithmetica ostensum est. (103. arith.)

PRO-

PROBLEMA XI.

XXXII. *Comparare facta terminorum extremorum et mediorum, in progressione geometrica continua existentium.*

Resolutio. Sint termini progressionis geometricae, (§. 97. arith.)

$$\begin{array}{ccccc} a & ea & e^2a & e^3a & e^4a \\ & & e^2a & ea & a \\ \hline & & e^4aa. & e^4aa. & e^4aa \end{array}$$

liquet, facta extremorum et mediorum ab extremis aeque remotorum aequalia esse. (§. 110. arith.)

PROBLEMA XII.

XXXIII. *Inuenire, quomodo termini rationis geometricae, per additionem, subtractionem, multiplicationem et diuisionem ita uariari possint, ut nihilominus ratio geometrica inter eosdem seruetur.*

Resolutio. Casus I. *cum duo sunt termini rationis geometricae.*

$$\begin{array}{cccc} a: & ea & a: & ea \\ b & b \text{ multipl.} & b & b \text{ diuid.} \\ \hline ab: & eab = a:ea & \frac{a}{b}: & \frac{ea}{b} = a:ea \end{array}$$

possunt illi per eundem multiplicari uel diuidi, ut tamen ratio eorum non mutetur. (§. 119. 120.

120. arith.) siquidem in facto et quoto utrimque oritur sequens, antecedente per idem nomen rationis multiplicato. (§. 97. arith.) additio utro et subtractio eiusdem numeri rationem mutat.

Casus 2. *Si assumantur quatuor continue uel discretim rationales.*

$a : ea = b : eb$

$a + b : ea + eb = a : ea$ addendo.

$a - b : ea - eb = a : ea$ subtrahendo.

$ea : a = eb : b$ inuerse.

$a : b = ea : eb$ alternatim.

$a + ea : ea = b + eb : eb$ componendo.

$a - ea : ea = b - eb : eb$ diuidendo. imo subtrahendo.

Siue $ea - a : ea = eb - b : eb$

$a + b : ea + eb = a : ea$ per Syllepsin.

ubique in his proportionalibus facta extremorum et mediorum aequalia sunt, adeoque nullum est dubium, tales, quae in literis antea factae sunt, uariationes, in singulis quatuor proportionalibus, continue uel discretim talibus, locum habere posse. (§. 110. arith.)

PROBLEMA XIII.

XXXIV. *Inuenire quotum, qui prodit, diuisa differentia primi et ultimi termini progressionis geometricae continuae, per denominatorem unitate mulctatum.*

Resolutio. Sit ex serie §. 32. differentia primi et ultimi $e^4 a - a$, nomen rationis, subtra-

cta

cta ab eodem unitate, est $e - 1$, dum tollitur diuidendo e ex $e^4 a$, quotus est $e^3 a$, sed hoc per -1 multiplicatum subtrahi ex altero membro diuidendi nequit, ergo additur $e^3 a$, et iteratur diuisio, sed cum neque haec tollat diuidendum, et $e^2 a$ supersit, diuisio semel iterumque repetitur, donec altera quoque diuidendi pars $-a$ tollatur. producitur autem quotus $e^3 a + e^2 a + ea + a$, nempe prodeunt singuli progressionis ultimo $e^4 a$ excepto.

CAPVT III.

De INVENTIONE ET REDVCTIONE AEQVATIONVM.

DEFINITIO V.

XXXV. *Aequatio* est comparatio duarum quantitatum aequalium.

PROBLEMA XIV.

XXXVI. *Problema propositum in aequationem redigere.*

Resolutio. 1. In qualibet quaestione tria momenta probe distingui et considerari debent. nimirum a) quantitates cognitae et b) incognitae, itemque c) relatio, quae inter cognitas et incognitas intercedit.

2. Vt cognitae ab incognitis facilius di- scer-

scernantur, cognitae literis alphabeti primis, a, b, c, incognitae ultimis x, y, z nominentur.

3. Quandoque quantitatem cognitam uel incognitam litera initiali uocabuli, quod eam designat, exhibere iuuat. ueluti cum summa per s., differentia per d significatur.

4. Cum quantitates incognitae ad cognitas sic referuntur, ut, una earum notata, reliquae comparatione cum cognitis innotescant, unica quoque litera ad denominandas incognitas sufficit. Veluti cum differentia ignotarum data est, haec minori addita maiorem poducit.

5. Postquam facta est quantitatum tam cognitarum quam incognitarum *denominatio*, expendi debet, qualem illae ad se inuicem respectum habeant, ut ex earum comparatione duo aequalia proferantur, haec enim interposito signo aequalitatis coniuncta aequationem suppeditant.

6. Curandum autem est, ut in aequatione omnes quantitates cognitae et incognitae componantur. sed quando plures sunt incognitae, peculiaribus literis signatae, tot formari debent aequationes, quot sunt incognitae quantitates.

Exemplum. *Dantur summa et differentia duorum quantorum, quaeruntur ipsa quanta incognita. sit summa* a, *differentia* d, *maius* y, *minus* x, *hinc colligitur duplex relatio quantorum quoad summam et differentiam, siquidem duae incognitae aequales sunt summae, ergo*

$$a = x + y$$

et

ex minore a maiore detracto, relinquitur residuum differentiae aequale, siue

$$d = y - x$$

Facilior uero redditur denominatio, quando pro maiore ad minorem additur differentia, adeoque incognita duo sic exhibentur, minus x, maius x † d, quapropter a = 2x † d.

DEFINITIO VI.

XXXVII. *Membra aequationis* uocantur ipsae quantitates signo aequalitatis connexae. *ita in praecedente aequatione d est membrum primum, y — x est membrum alterum aequationis.*

DEFINITIO VII.

XXXVIII. Aequatio, pro numero dimensionum incognitae quantitatis, est uel *simplex*, in qua quantitas incognita est potentia prima siue radix; uel *quadratica*, *cubica*, *biquadratica*, ubi incognita quantitas est potentia secunda, tertia uel quarta.

$a^2 + b^2 = x^2$ quadratica

$a^3 - b^3 = x^3$ cubica etc.

SCHOLION.

XXXIX. *In praesenti introductione ad analysin ultra aequationes quadraticas non progredior, quia reliquarum tractatio prolixior est, quam ut hoc loco perspicue satis possit explicari.*

DEFINITIO VIII.

XL. *Aequatio quadratica affecta* siue *imperfecta* dicitur, cui quadratum cognitae quantitatis deest. e. g. $xx + 2ax = bb$, *liquet*

ex

ex §. 28. deficere hic aa, *quo utrimque addito, perfecta prodit* $xx + 2ax + aa = bb + aa$.

DEFINITIO. IX.

XLI. *Reductio aequationum* est praxis, qua quantitas incognita a cognitis separatur, et id agitur, ut ualor incognitae cognitis aequalibus exhibeatur.

PROBLEMA XV.

XLII. *Reductionem aequationum peragere.*

Resolutio. 1. Constat ex natura aequalium, (§. 25. 26. arith.) quod additione et subtractione aequalium ab aequalibus, uel multiplicatione et diuisione eorundem per aequalia, uel extractione similium radicum, uel productione similium potentiarum, aequalitas non tollatur. ut ergo cognita cum incognitis permixta ab his liberentur, addantur subtracta, subtrahantur addita, multiplicentur diuisa, diuidantur multipla, extrahatur radix ex potentiis, uel, ubi opus est, ex radice potentiae proferantur, ita tandem duo aequationis membra prodibunt, quorum alterum tantum cognita, alterum incognitum cognitis explicatum continet.

Exempla $x - 4 = 16$

$x = 16 + 4$ add.

$x + 4 = 24$

$x = 20$ subtr.

$\frac{x}{3} = 6$

$x = 18$ multipl.

$3x = 12$

$x = 4$ diuis.

$x^2 = 16$

$x = \sqrt{16} = 4$ extr. rad.

2. Quando in quaestione duae incognitae quantitates occurrunt, eademque propterea (§. 35. n. 5.) in duas aequationes redacta est, inquiratur in ualorem unius incognitae, isque in altera aequatione, quae incognitam illam continet, in huius locum substituatur, ut habeatur noua aequatio, ex qua altera incognita sublata est. postquam enim haec incognita cognitis aequiparata fuit, quia illius ad alteram incognitam relatio ex priore aequatione intelligitur, etiam altera incognita potest inueniri. *exempl. ex §. 35.*

$$a = x + y \qquad d = y - x$$
$$a - x = y \qquad d + x = y$$
$$a - x = d + x$$
$$a = d + 2x$$
$$a - d = 2x$$
$$\frac{a - d}{2} = x$$

cognito ergo d et x, notum quoque fit y.

PROBLEMA XVI.

XLIII. *Aequationem quadraticam affectam resoluere.*

Resolutio. Addatur illi utrimque quadratum deficiens cognitae quantitatis, et extrahatur ex quadrato perfecto radix, id si etiam fiat a parte altera, aequatio quadratica reuocabitur ad simplicem. (§. 39. 41.)

$$x^2 + ax = bb$$
$$\tfrac{1}{4}a^2 \quad \tfrac{1}{4}a^2 \text{ add.}$$
$$x^2 + ax + \tfrac{1}{4}a^2 = bb + \tfrac{1}{4}a^2$$
$$x + \tfrac{1}{2}a = \sqrt{bb + \tfrac{1}{4}a^2}$$
$$x = \sqrt{(bb + \tfrac{1}{4}a^2)} - \tfrac{1}{2}a$$

CAPVT IV.

DE

ANALYSI QVAESTIONVM ARITHMETICARVM.

PROBLEMA XVII.

XLIV. *Data summa et differentia, ipsa quanta inuenire.*

Resolutio prima specialis. Summa est 48, differentia 12, minus x, maius, siue minus auctum differentia, $x + 12$,

aequatio,
$$2x + 12 = 48$$
$$2x = 36$$
$$\text{minus } x = 18$$
$$\text{maius } x + d = 30 \quad (\S. 35. 41)$$

Resolutio secunda universalis. Denominentur etiam data literis, ut peracta reductione generatim constet, quomodo solutio pro exemplis specialibus fieri possit. (§. 27)
summa a, differentia d, minus x maius $x + d$,

$$2x + d = a$$
$$2x = a - d$$
$$x = \frac{a - d}{2}$$

Theorema siue *regula* inde fluit. *a data summa subtrahatur data differentia, residuum bisecetur, et dimidium indicabit ignotum minus, huic additur differentia et prouenit maius.*

Resolutio tertia. Quando singulis literis quantitates incognitae signantur.
Summa a differentia d. minus x maius y.

$$a = x + y \qquad d = y - x$$
$$a - x = y \qquad d + x = y$$

ut tollatur y, componantur duo eidem aequipollentia,

$$a - x = d + x$$
$$\quad x \qquad x$$
$$a = d + 2x$$
$$a - d = 2x$$
$$\frac{a - d}{2} = x$$

atque ita prior regula pro minoris quantitatis inuestigatione redit.

PROBLEMA XVIII.

XLV. *Inuenire quanta, quorum est data ratio et differentia.*

Resolutio specialis. Differentia sit 45, ratio sextupla, siue nomen rationis 6, minus x, maius $6x$; unde aequatio $5x = 45$ siue $x = 9$, hoc ad differ. 45 addito, maius erit 54.

Resolutio uniuersalis. Differentia sit b, nomen rationis e, minus x, maius ex; aequatio $ex - x = b$, siue $x = \frac{b}{e - 1}$

Theorema. Differentia diuidatur per nomen rationis unitate minutum, quotus est quantum minus.

PROBLEMA XIX.

XLVI. *Inuenire quantum, a quo, detractis duabus aliquotis partibus datis, relinquatur residuum datum.*

Resolutio. Quantum incognitum assumatur x; partes aliquotae x et i, residuum b, unde aequatio

$$\frac{x}{e} - \frac{x}{i} - x = b$$

et reductis fractionibus ad eandem denominationem

$$\frac{eix - ix - ex}{ei} = b$$

$$eix - ix - ex = eib$$

$$x = \frac{eib}{ei - i - e}$$

Theorema siue regula; *residuum datum multiplicetur per factum nominum rationis, productum diuidatur per idem factum, minutum singulis nominibus rationis, et prodit quantum quaesitum.*

CONSECTARIVM.

XLVII. Simili modo regula, pro residuo, detractis tribus uel pluribus aliquotis partibus superstite, reperitur.

PROBLEMA XX.

XLVIII. *Data summa duorum quorumlibet ex tribus numerorum, tres hosce numeros inuenire.*

Resolutio. Numeri quaesiti sint x, y, z, summa primi et secundi a, secundi et tertii b, primi et tertii c; habentur igitur aequationes tres

$x + y$

$x + y = a$ $\quad$ $y + z = b$ $\quad$ $x + z = c$

$y = a - x$ $\quad$ $y = b - z$ $\quad$ substituto

$a - x = b - z$ $\quad$ $x = a - b + z$

$a - b + z = x$ $\quad$ $a - b + 2z = c$

substituto $\quad$ $2z = c - a + b$

$z = \frac{c - a + b}{2}$ $\quad$ $z = \frac{c - a + b}{2}$

$x = a - b + \frac{c - a + b}{2}$

facta reductione

$x = \frac{2a - 2b + c - a + b}{2}$

compensatis priuatiuis et positiuis

$x = \frac{a - b + c}{2}$

similiter inuenitur ualor $y = a - x$

$y = a - \frac{a + b - c}{2}$

$y = \frac{2a - a + b - c}{2}$

$y = \frac{a + b - c}{2}$

Ex his formulis regulae generales facile eliciuntur. sit $a = 40$, $b = 28$, $c = 36$. pro $x = \frac{40 - 28 + 36}{2} = 24$

pro $y = \frac{40+28-36}{2} = 16$

pro $z = \frac{36-40+28}{2} = 12$

PROBLEMA XXI.

XLIX. *Data summa duorum quantorum et differentia quadratorum, ipsa quanta inuenire.*

Resolutio. Summa sit $2a$, differentia quadratorum b, differentia quantorum $2x$, erit maius $a+x$, minus $a-x$ (§. 50. trigon. pl.) quadrata eorum

$$\begin{array}{r} a^2+2ax+x^2 \\ a^2-2ax+x^2 \\ \hline \end{array}$$

differentia $4ax = b$

$$x = \frac{b}{4a}$$

Theorema. Differentia quadratorum diuiditur per duplum summae quantorum, quotus dabit dimidiam eorum differentiam; sed cognita dimidia differentia et dimidia summa, ipsa quanta per §. 50. Tr. Plan. inueniuntur.

PROBLEMA XXII.

L. *Facto et differentia quantorum datis, ipsa quanta inuenire.*

Resolutio. Sit factum a, differentia b, maius x, minus y. fiet aequatio duplex,

xy

$$xy = a \qquad x - y = b$$
$$x = \frac{a}{y} \qquad x = b + y$$
$$\frac{a}{y} = b + y$$
$$a = by + y.y$$

addito quadrato deficiente $\frac{1}{4}b^2$ ad aequationem quadraticam affectam, (§. 42)

$$\tfrac{1}{4}b^2 + a = \tfrac{1}{4}b^2 + by + yy$$
$$\sqrt{(\tfrac{1}{4}b^2 + a)} = \tfrac{1}{2}b + y$$
$$\sqrt{(\tfrac{1}{4}b^2 + a)} - \tfrac{1}{2}b = y$$

Theorema. Ad quadratum dimidiae differentiae addatur factum quantorum, et extrahatur radix, ab hac iterum subtrahatur dimidia differentia, et supererit quantum quaesitum minus.

PROBLEMA XXIII.

LI. *Dato pretio duorum liquorum commiscendorum, una cum pretio mixti, inuenire, quantum ex uiliore addendum sit pretiosiori, ut prodeat mensura pro pretio medio uendenda.*

Resolutio. Pretium pretiosi-

oris	a	quantitas uilioris x
uilioris	b	pretium eius bx
mixti	c	quantitas pretiosioris $1 - x$
mensura	1	pretium eius $a - ax$

 unde

unde fit aequatio $a - ax + bx = c$

$$a = ax - bx + c$$

$$a - c = ax - bx$$

$$\frac{a - c}{a - b} = x$$

Theorema. *Differentia pretii maioris et medii diuidenda est per differentiam pretii maioris et minoris, quotus dabit quantitatem uilioris cum pretiosiore commiscendi.* sit $a = 18$, $b = 12$ $c = 14$, erit $x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ex pretiosiore uero assumitur $\frac{1}{3}$, ita $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1$. atque ita inueniuntur leges *regulae alligationis*.

PROBLEMA XXIV.

LII. *Dato pondere corporis ex auro et argento compositi, una cum decremento ponderis, quod tam corpus mixtum quam metalla illa duo, ex quibus constat, aequiponderantia in aquis patiuntur, portiones auri et argenti, quae corpori mixto insunt, inuenire.*

Resolutio. Pondus commune sit p, decrementum ponderis, quod argentum in aquis patitur, a, decrementum ponderis auri b, decrementum ponderis corporis mixti c; portio mixta argenti ponatur x, portio auri y. quia notum est decrementum ponderis, quod aurum et argentum, eiusdem cum mixto ponderis, aquis immersum patitur, per regulam auream possunt inuestigari decrementa ponderis, quae por-

portioni argenti et auri mixtae respondent; seruant enim decrementa illa, quippe ponderi aquae loco expulsae respondentia, directam uoluminum eiusdem metalli rationem. (§. 19. hydrostat.) Nimirum

$$p : x = a : \frac{ax}{p}$$

$$p : y = b : \frac{by}{p}$$

Verum aggregatum horum decrementorum aequale est decremento ponderis corporis mixti,

$$\frac{ax + by}{p} = c.$$

Vt una incognita quantitas ex aequatione tollatur, substituatur $p - x = y$, quo facto talis prodit aequatio

$$\frac{ax + bp - bx}{p} = c$$

$$ax + bp - bx = pc$$

$$ax - bx = pc - bp$$

$$a - b \qquad a - b \text{ diuid.}$$

$$x = \frac{pc - bp}{a - b}$$

fiat analogia $a - b : p = c - b : x$.

Theorema pro portione metalli grauioris siue argenti commixti inferatur:

Vti

Vti se habet differentia decrementi ponderis argenti et auri in aquis, ad pondus commune, ita differentia decrementi ponderis corporis mixti et auri, ad portionem mixtam argenti. hac data, portio quoque auri mixta reperitur.

CONSECTARIVM.

LIII. Hoc modo resoluitur problema Archimedis, qui quantum argenti aureae coronae faber immiscuisset, Hieronis principis Syracusarum rogatu, primus et inuestigauit et inuenit, teste VITRVVIO Architect. Lib. IX. cap. III. Ponamus pondus coronae 6 librarum, totidem librae argenti amittunt in aquis $\frac{3}{5}$, auri $\frac{3}{10}$, corona amittat $\frac{4}{10}$, analogia talis inde habetur,

$$\frac{3}{5} - \frac{3}{10} : 6 = \frac{4}{10} - \frac{3}{10} : x$$
$$\frac{3}{10} : 6 = \frac{1}{10} : \frac{1}{2}$$

fuit ergo $\frac{1}{2}$ libra argenti auro $5\frac{1}{2}$ lib. addita. conf. SCHOTTI magiae natural. Pars III. lib. 5. syntagm. 2. pragm. 3. p. 342. sq.

SCHOLION.

LIV. *Plura quaestionum arithmeticarum algebraice resolutarum exempla passim ab auctoribus collecta sunt. conf. LAMY elem. mathem. lib. VII. OZANAM nouveaux elemens d'Algebre, Pars II. IOHN. KERSEY elements of algebra L. I. c. 14. I. C. STVRMII mathesis compendiaria, s. tabul. mathem. p. 6 — H. GVIL. OVGHTRED in opusculis mathematicis p. 87. Diophanti problemata ex instituto declarat.*

CA-

CAPVT V.

DE ANALYSI PROBLEMATVM GEOMETRICORVM.

DEFINITIO X.

LV. *Constructio geometrica* uocatur artificium, quo membra aequationum analyticarum lineis quibusdam repraesententur.

CONSECTARIVM.

LVI. Cum in hac praxi in locum specierum analyticarum lineae substituendae sint, attendi debet ad relationem quantitatum, quas aequatio continet, operaque danda, ut eandem comparationem, arithmeticae et geometriae ueritatibus rite sociatis, imitemur, quod quomodo fieri possit iam perspicuis exemplis monstrabo.

PROBLEMA XXV.

LVII. *Aequationes simplices construere.*

Resolutio. 1. $x = a$. lineae datae a aequipollet ignota x.

2. $x = a + b$ uel $x = a - b$, liquet, incognitum x notare summam uel differentiam linearum cognitarum a et b.

3. $x = \frac{a}{b}$ incognitum x exprimitur per rationem datarum a et b.

4. x

4. $x = \frac{ab}{c}$ fiat analogia $c : a = b : x$, nempe x eſt quarta proportionalis ad tres datas, c, a, b. (§. 97. geom.)

5. $x = \frac{ac + bc}{d + b}$ fiat denuo analogia

$$d + b : c = a + b : x$$

6. $x = \frac{ab + cd}{m + n}$ reducatur praeſens caſus ad praecedentem; inferatur nempe

$$a : c = d : p \quad (\text{§. 97. geom.})$$
$$ap = cd \quad (\text{§. 110. arith.})$$

ſubſtituto ap pro cd, talis erit aequationis forma,

$$x = \frac{ab + ap}{m + n}$$

ſiue $m + n : b + p = a : x$

PROBLEMA XXVI.

LVIII. *Aequationes quadraticas conſtruere.*

Reſolutio. 1. $x^2 = ab$; ſiue ob analogiam

$$a : x = x : b \quad (\text{§. 110. arith.})$$

erit x media proportionalis inter a et b. (§. 119. geom.)

2. $x^2 = ab + cd$

$$x = \sqrt{(ab + cd)}$$

quaerantur denuo mediae proportionales inter a et b, item c et d,

$a : m = m : b \mid c : n = n : d$

itaque $x = \sqrt{(mm + nn)}$. Cuius constructionem docet theorema Pythagorae. (§. 193 geom.) fit nempe △ rectangulum ex cruribus m et n, hypotenusa dabit $\sqrt{(mm + nn)}$.

3. $x^2 = \frac{a^2 bc}{mn}$

fiat $m : a = a : r$

$mr = aa$ et $\frac{mrbc}{mn} = \frac{rbc}{n} = xx$

porro $n : r = b : s$

$ns = rb$ et $\frac{nsc}{n} = sc = xx$

sive x est media inter s et c.

4. $x^2 = ax + bb$

$x^2 - ax = bb$

$x^2 - ax + \frac{1}{4}aa = bb + \frac{1}{4}aa$

$x = \sqrt{(bb + \frac{1}{4}aa)} + \frac{1}{2}a$

Radix haec ope theorematis Pythagorae reperitur, cui iungitur $\frac{1}{2}a$.

5. Si construenda sit $\sqrt{(\frac{1}{4}aa - bb)}$; super $\frac{1}{2}a$ tanquam diametro describitur semicirculus, et in eundem transfertur AB = b, crus, (F. 1. BC erit radix quaesita. (§. 196. geom.)

PROBLEMA XXVII.

LIX. *Rectangulo ABCD rhombum AEFD inscribere.* (Fig. 2.

Re-

Resolutio. Quaerenda est particula BE uel FC resecanda a latere rectanguli, ut relinquatur latus rhombi. sit AB = a, BD = b, BE = x, erit AE = $\sqrt{(a^2 + x^2)}$ (§. 195. geom.) sed AE = ED, et BE = BD — BE = $b - x$, unde aequatio

$$\sqrt{a^2 + x^2} = b - x$$
$$a^2 + x^2 = bb - 2bx + xx$$
$$a^2 + 2bx = bb$$
$$2bx = bb - aa$$
$$x = \frac{bb - aa}{2b}$$

fit constructio ope analogiae, quaesita quarta proportionali

$$2b : b + a = b - a : x \text{ (§. 57.)}$$

siquidem constat factum ex $b + a$ in $b - a$ esse $bb - aa$.

DEFINITIO XI.

Fig. 3.) LX. Linea media et extrema ratione secta dicitur, quando rectangulum ex segmentis AB: BC, aequatur quadrato partis maioris AB. Siue, quando tota AC ad maius segmentum AB, habet rationem, quam maius segmentum AB ad minus BC.

PROBLEMA XXVIIII.

LXI. *Lineam media et extrema ratione secare.*

Re-

Resolutio. Sit tota AC $= a$, maior portio AB $= x$, erit BC $= a - x$, et

$$a : x = x : a - x$$
$$a^2 - ax = xx$$
$$a^2 = ax + xx$$
$$a^2 + \tfrac{1}{4}a^2 = xx + ax + \tfrac{1}{4}a^2$$
$$\sqrt{(a^2 + \tfrac{1}{4}a^2)} - \tfrac{1}{2}a = x$$

Constructio fit secundum num. 4. §. 58. (F. 4. Lineae nempe toti AC, iungitur ad angulos rectos pars eius dimidia AD, et ex centro D radio DC fit arcus CE, ut DC $=$ DE $= \sqrt{(a^2 + \tfrac{1}{4}a^2)}$ (§. 193. geom.) sed quia DA $= \tfrac{1}{2}a$, erit AE $= x$.

PROBLEMA XXIX.

LXII. *Datis differentia laterum trianguli rectanguli AE, et perpendiculo BD, ex angulo recto in hypotenusam demisso, inuenire hypotenusam AC.* (Fig. 5.

Resolutio. Differentia AE $= a$, DB $= b$, hypotenusa $= x$, summa laterum AB + BC $= y$. quare latus maius AB $\tfrac{1}{2}y + \tfrac{1}{2}a$, et BC $\tfrac{1}{2}y - \tfrac{1}{2}a$, (§. 50. Trig. Pl.) et per §. 193. geom.

$$\tfrac{1}{2}y^2 + \tfrac{1}{2}a^2 = x^2$$
$$y^2 + a^2 = 2x^2$$
$$y^2 = 2xx - aa$$

$$BC : BD = AC : AB \text{ (§. 121. geom.)}$$
$$\tfrac{1}{2}y - \tfrac{1}{2}a : b = x : \tfrac{1}{2}y + \tfrac{1}{2}a$$
$$bx = \tfrac{1}{4}yy - \tfrac{1}{4}aa$$
$$4bx = yy - aa$$
$$4bx + aa = yy$$
substituto ualore $yy = 2xx - aa$
$$4bx + aa = 2xx - aa$$
$$4bx + 2aa = 2xx$$
$$2aa = 2xx - 4bx$$
$$aa = xx - 2bx$$
$$aa + bb = xx - 2bx + bb$$
$$\sqrt{(aa + bb)} + b = x$$
construatur $\sqrt{(aa + bb)}$ per num. 4. §. 58, eidemque addatur b, et hypotenusa x prodit. F. 6.) Hac cognita ipsum triangulum, cui data laterum differentia competit, sequenti modo componitur. ope hypotenusae fit angulus rectus GFI, et ducitur hypotenusa GI $= \sqrt{xx}$, super hac describitur semicirculus, et in eodem fit subtensa GH $= a$, erit HI $= \sqrt{(2xx - aa)} = y$, (§. 196. geom.) data autem summa laterum $= y$, et differentia $= a$, ipsa latera facile inueniuntur, et ex his deinceps triangulum quaesitum conficitur. (§. 50. Tr. P.)

SCHOLION.

LXIII. *Pluribus exemplis usum algebrae in geometria monstrant G. OVGHTRED in claue mathem. FRANC. SCHOOTEN exercitationum mathem. lib. I. STVRMIVS in Mathesi enucleata, et WOLFIVS elem. analys. cap. IV. Superest, ut doceam, qua ratione natura linearum conicarum aliarumque curuarum*

tum aequatione analytica comprehendatur, indeque illarum proprietates deriuentur.

CAPVT VI.

DE NATVRA ET PROPRIETATIBVS LINEARVM CVRVARVM INPRIMIS CONICARVM.

DEFINITIO XII.

LXIV. Quando conus ABC se (Fig. 7. catur linea IK, lateri coni opposito AB parallela, oritur curua, quae dicitur *parabola*, facta autem sectione per lineam HG, ut continuata cum latere coni opposito AC producto in M concurrat, generatur *hyperbola*, denique si fiat sectio linea EL obliqua ad axem coni, quae continuata cum producta baseos diametro in O concurrit, nascitur *ellipsis*, et hae tres lineae curuae ex coni sectione genitae dicuntur *sectiones coni*.

SCHOLION.

LXV. *Haec sectionum conicarum nomina a natura earum petita primus adhibuit APOLLONIVS PERGAEVS. Geometrae enim antiquiores conum triplicem rectangulum, acutangulum et obtusangulum, linea ad latus eius perpendiculari sectum, contemplati sunt, et parabolam coni rectanguli, ellipsin coni acutanguli, hyperbolam coni obtusanguli sectionem appellarunt. quod argumentum copiosius excussit in schediasmate,*

asmate, quo Apollonio promotae curuarum doctrinae gloria uindicatur, quod cum exercitatione de phosphoro mercuriali prodiit. Ex octo conicorum libris, quos tertio ante aeram christianam seculo Apollonius scripsit, tantum quattuor supersunt integri editi a FEDER. COMMANDINO latine Benoniae a 1566. f. in hos commentatus est CLAVDIVS RICHARDVS Antwerp. 1655. f. Librum 5, 6 et 7 ex codice arabico Rauiano et Goliano, octauum ex Pappi de illius argumento testimoniis, suppleuit, atque ita Apollonii Pergaei conicorum libros VIII in lucem protulit EDMVNDVS HALLEIVS Oxonii. 1710. f. Ceterum totum hoc caput ex instituto tractant et illustrant GREGORIVS a S. VINCENTIO libris X de quadratura circuli et sectionum coni. Antwerp. 1647. f. PHILIPP. DE LA HIRE de sectionib. conicis. Paris. 1685. f. OZANAM traite des lignes du premier genre 1687. 4. MARQVIS DE L'HOPITAL traite analytique des sections coniques. Paris. 1707. 4.

DEFINITIO XIII.

LXVI. Recta per medium conicae lineae F.8.) ducta AB *axis*, principium eius A; siue punctum concursus axis et curuae, *uertex*, applicata ad axem et ab eadem bisecta MN *ordinata*, dimidium eius PM *semiordinata*, portio axis inter ueticem et ordinatam AP *abscissa* uocatur.

DEFINITIO XIV.

LXVII. *Parameter* siue *latus rectum* lineae conicae est, cuius factum in abscissam cum quadrato semiordinatae comparatur. et *Focus* est punctum axis, ubi parameter constituit ordinatam.

DE-

DEFINITIO XV.

LXVIII. *Diameter* ellipsis dicitur (F. 9. linea AF, quae per medium curuae ducta rectas alias transuersas bisecat. *Diameter* uero *coniugata* DE est recta, quae alteri diametro AF parallelas bisecat.

DEFINITIO XVI.

LXIX. *Diameter transuersa* hy- (F. 7. perbolae est linea HM inter duas sectiones oppositas coni superioris et inferioris interiecta.

DEFINITIO XVII.

LXX. *Lineae* curuarum immutabiles siue *constantes* sunt, quae in eadem curua eandem semper seruant magnitudinem. tales sunt *parameter* et *diameter* ellipsis et hyperbolae; mutabiles uero uel *inconstantes* sunt, quae in eadem curua modo erescunt modo decrescunt, ueluti *abscissae* et *ordinatae*.

HYPOTHESIS

LXXI. *Lineae* constantes *in aequationibus alphabeti literis primis*, a, b, c, inconstantes *literis ultimis* x, y, z *designantur*.

SCHOLION.

LXXII. *Praeter conicas etiam aliae curuae continuo alicuius puncti fluxu nascuntur, quarum consideratio utilis est. praecipuae sunt cyclois, conchois, quadratrix et spiralis, harum igitur descriptionem hic subiungam.*

DEFINITIO XVIII.

LXXIII. *Cyclois* uel *trochois* est curua ABC, quae, dum circulus generator APHN super recta linea BC reuoluitur, motu puncti peripheriae circuli A, quod sub principium motus extremo lineae rectae B, sub finem autem reuolutionis circuli alteri extremo C incumbit, describitur.

CONSECTARIVM I.

LXXIV. Itaque hac reuolutione tota circuli peripheria in rectam lineam BC explicatur, eidemque aequalis redditur: et semicirculus APH = BH.

CONSECTARIVM II.

LXXV. Porro BF = quadranti MGF et MD = quadranti AP = FH = MP, siquidem ME = PG. adeoque lineae rectae ab arcu cycloidis BMA ad peripheriam APH ductae et basi BH parallelae sunt aequales circuli generatoris arcui AP.

SCHOLION.

LXXVI. *De cycloide extat peculiaris tr. IO. WALLISII. Tradit idem, dudum ante Galileum illius lineae notitiam habuisse Bouillum quendam, testibus operibus eiusdem mathem. circa a.1310. compositis, et Nicolaum Cusanum Cardinalem, uti ex MS. eius a.1451. exarato apparet. conf. Transact. philos. Angl. a. 1697. et I. LOWTHORP epit T.P. T. I. p. 116. Instrumentum pro delineanda cycloide exhibet DOPPELMAYER in supplem. officinae math. Bionis P. II. p. 1.*

DEFINITIO XIX.

F. II.) LXXVII. *Conchois* a Nicomede in-

inuenta generatur, si super rectam directricem DE alia recta AC, circa polum uel punctum C, ea lege promoueatur, ut lineae mobilis portiones FD, GE, super directricem eminentes, sint semper aequales.

CONSECTARIVM.

LXXVIII. Quo obliquior lineae mobilis AC ad directricem positio est, eo magis partes GE uel FE ad hanc inclinantur. neque tamen in rectam DE possunt cadere, sed supra eam semper debent eminere. quapropter conchois ad directricem sensim quidem propius accedit, ut distantia tandem utriusque lineae omni assignabili minor euadat, sed non potest cum ea omnino concurrere, uocaturque ideo *ἀσύμπτωτος*. Posse conchoidem ad attenuandum scapum columnae contractum inseruire, docet PERRAVLT not. ad Vitruu. L. III. c. 2. add. DAVILER cursus archit. p. 114.

DEFINITIO XX.

LXXIX. Si radius AB per quadrantem BND, et latus quadrati BC per altitudinem AB, utrumque deorsum aequabili motu sic descendat, ut dum radius partem aliquotam quadrantis percurrit, latus quadrati similem partem altitudinis BA emetiatur, curua linea BOE intersectionibus radii et lateris modo dicti signata *τετραγωνίζουσα* siue *quadratrix* appellatur. cuius inuentio Dinostrato et Nicomedi tribuitur. (F.12.

CONSECTARIVM.

LXXX. Itaque ualet analogia,

BD : ND = AB : MA = RO

conf. CLAVII comment. ad Euclid. L. VI. p. 648. sq.

DEFINITIO XXI.

F. 13.) LXXXI. In circulo quocunque ponatur radius AB mobilis, et in eo pariter mobile aliquod punctum, radius in centro C fixus in peripheria circuli, punctum uero in radio sic promoueantur, ut qualem partem peripheriae percurrit radius, talem in eodem mobile punctum emetiatur, linea motu puncti genita *spiralis* siue *helix Archimedis* nominatur.

CONSECTARIVM.

LXXXII. Itaque radii spiralis C1, C2. etc. ad radium CA eandem seruant rationem, quam arcus peripheriae AB, ABC etc. per quos radius circuli interim processit.

DEFINITIO XXII.

LXXXIII. *Natura curuae* uocatur proprietas eiusdem, quae ex linearum constantium et inconstantium, intra et extra curuam certa lege ductarum, comparatione, quae aequatione quadam algebraica comprehenditur, resultat.

PROBLEMA XXX.

LXXXIV. *Naturam circuli inuenire.*

Re-

Resolutio. Comparetur dati circuli dia- (F. 14. meter AB cum suis abscissis AP, PB, et semiordinata PM, uocetur $AB = a$, $AP = x$, $PB = a - x$, $PM = y$. quia constat ex geometria §. 120, perpendicularem in semicirculo super diametro erectam PM esse mediam proportionalem inter segmenta diametri, hinc fluit sequens proportio:

$$AP : PM \quad PM : PB$$
$$x : y = y : a - x$$

quae talem suppeditat aequationem,

$$yy = ax - xx$$

cum igitur analogia modo allata propria sit circuli, recte eadem pro circuli natura significanda assumitur.

SCHOLION.

LXXXV. *Conicarum sectionum natura duplici modo indagatur. aut enim facta putatur sectio in cono, ut comparatione laterum eiusdem et diametri et parametri cum abscissis et ordinatis, aequatio, quae proprietatem sectionis continet, producatur; aut supponitur descriptio lineae curuae in plano, promotis certa lege duabus rectis lineis sese secantibus. Priorem modum tradit STVRMIVS in mathesi enucleata, lib. II. Sect. II. p. 233. sq. alterum MARCHIO HOSPITALIVS in opere analytico supra laudato, Lib. I. explicuit. isque ob perspicuitatem priori merito praefertur. conf. REYNEAV Lib. VIII. p. 545.*

PROBLEMA XXXI.

LXXXVI. *Naturam parabolae inuenire.*

Resolutio. 1. Ducatur linea indefinita AX, F. 15.) eidemque recta AL certae longitudinis, quae *parametrum* parabolae refert, ad angulos rectos applicetur. sint duae regulae RH, AH, prior situ parallelo ad axem in recta AL promoueatur, altera affixa uertici Aa, linea AL deorsum descendat, ita quidem, ut rectae ad axem parallelae RH distantia ab axe AR sit aequalis perpendiculo AL, ex extremo rectae AL in regulam AK deorsum promotam demisso.

2. Denominentur lineae rectae inter se comparandae. Parameter AL = p, abscissa AP = x, semiordinata PM = y, LN = m.

3. Quia ex figura apparet, triangula rectangula ARM, ALN, APM aequales angulos habere et similia esse, deducitur inde talis analogia:

$$AL : LN = PM : AP$$
$$p \quad m \quad y \quad x$$

sed cum AR = PM = LN, loco m sumatur y, fiet;

$$p : y = y : x$$
$$yy = px$$

aequatio haec indicat parabolae naturam. Nimirum, *in parabola quadratum semiordinatae yy, aequale est rectangulo ex abscissa in parametrum px.*

CONSECTARIVM I.

LXXXVII. Ordinata igitur est media proportionalis inter parametrum et abscissam. abscissa

ſciſſa uero eſt tertia proportionalis ad parametrum et ſemiordinatam.

CONSECTARIVM II.

LXXXVIII. Abſciſſae inter ſe ſeruant (F.16. rationem, quam quadrata ordinatarum. AP $=x$, PM $=y$, AP $=u$, $pm=z$, prodeunt aequationes

$$pu=zz \text{ et } px=yy$$

uerum pu et px habent rationem u et x, (§. 119. arith.) ſequitur inde analogia,

$$pu:px=zz:yy$$
$$u:x=zz:yy \text{ (§. 120. arith.)}$$

PROBLEMA XXXII.

LXXXIX. *Parabolam delineare.*

Reſolutio. 1. In linea recta LP aſſumatur AL parameter parabolae delineandae. (F.17.

2. Deinde erigatur perpendicularis Am indefinita, aſſumtisque in linea LP aliquot centris, deſcribantur ſemicirculi LMP etc. erunt AP, Ap etc. abſciſſae AM, Am, etc. ſemiordinatae parabolae.

3. Itaque in axem eius AP abſciſſae antea inuentae transferantur, hisque ordinatae ad rectos angulos applicentur, et ex uertice A per ordinatarum extrema parabola ducatur.

Alios modos explicat SCHOOTEN exercitat. mathem. lib. IV. ſiue de organica ſectionum conicarum in plano deſcriptione. cap. XIII.

PRO-

PROBLEMA XXXIII.

XC. *Inuenire distantiam foci F a uer-*
F.18.) *tice parabolae.*

Resolutio. Cum F est focus, ordinata MN par est parametro AL, (§. 67.) itaque MF $= \frac{1}{2} p$, eoque casu aequatio pro parabola sic se habet:

$$\frac{1}{4} pp = px$$

$$\frac{1}{4} p = x. \text{ (§. 120. arith.)}$$

siue quarta pars parametri est $=$ AF, quaesitae distantiae foci a uertice.

PROBLEMA XXXIV.

XCI. *Naturam ellipseos inuenire.*

Resolutio. 1. Assumatur diameter ellipsis
F.19.) Aa et parameter AL.

2. Affigantur extremis diametri punctis regulae AK et *a*O, mobiles circa puncta A et *a*; si regularum concursus uel sectio in puncto M ita fiat, ut AO $=$ LN, siue ut distantia regulae *a*O, a uertice superiore, aequalis sit perpendiculo ex extremo parametri in regulam superiorem AK demisso, erit punctum M in ellipsi.

3. Sit AL $= p$, Aa $= a$, AP $= x$, *a*P $= a - x$, PM $= y$, LN $= m$. quia △ ALN ∽ △ APM, ualet analogia:

$$AL : LN = PM : AP$$

$$p : m = y : x$$

$$px = my$$
$$\frac{px}{m} = y$$

et quia $\triangle AaO \backsim \triangle PaM$

$$Aa : AO = aP : PM$$
$$a : m = a-x : y$$
$$ay = ma - mx$$
$$\frac{ay}{a-x} = m = \frac{px}{m}$$

reducantur fractiones $\frac{ay}{a-x} = \frac{px}{m}$ ad eandem denominationem, et denominator idem tollatur, prodeunt

$$ayy = apx - pxx$$
$$yy = px - \frac{pxx}{a}$$

Scilicet *in ellipsi quadratum semiordinatae aequale est rectangulo ex parametro in abscissam, demto alio rectangulo, quod fit ex abscissa in quartam proportionalem ad diametrum, parametrum et abscissam.*

$$a : p = x : \frac{px}{a}$$

CONSECTARIVM I.

XCII. Resoluta aequatione priore in analogiam

y^2

$$y^2 : ax - xx = p : a$$

quadratum semiordinatae ad rectangulum ex segmentis diametri habet rationem eandem, quam parameter ad diametrum.

CONSECTARIVM II.

F.20.) XCIII. Quando $x = AO = \frac{1}{2}a$, fiet analogia,

$$yy : \frac{1}{4}aa = p : a$$

cuius adminiculo magnitudo axis coniugati reperitur. nam ex praecedente proportione aequatio componitur

$$ayy = \frac{1}{4}aap$$
$$yy = \frac{1}{4}ap$$
$$y = \frac{1}{2}\sqrt{ap}$$

est enim dimidius axis coniugatus BC, dimidia pars mediae proportionalis inter parametrum et diametrum, uel tota diameter coniugata BD est media proportionalis inter parametrum et diametrum.

CONSECTARIVM III.

XCIV. Inde etiam innotescit ratio quadra-
F. 19.) torum semiordinatarum. ponamus A $p = u$, $pm = z$, fiet aequatio pro ellipsi,

$$azz = apu - puu$$
$$zz = pu - \frac{puu}{a}$$

et $yy = px - \frac{pxx}{a}$

qua-

qualem ergo habent rationem $zz:yy$, talem etiam aequalia quanta $pu - \frac{puu}{a} : px - \frac{pxx}{a}$ seruant, unde analogia recte se habet,

$$zz:yy = pu - \frac{puu}{a} : px - \frac{pxx}{a}$$

et quia multiplicatio per idem rationem non mutat,

$$zz:yy = apu - puu : apx - pxx$$

iterum nec diuisione per p ratio mutatur, ideoque

$$zz:yy : au - uu : ax - xx$$

siue quadrata semiordinatarum habent rationem, quam rectangula segmentorum diametri. A.P. Pa : Ap. pa.

PROBLEMA XXXV.

XCV. *Ellipsin delineare.*

Resolutio. 1. Quoniam

$$yy = \frac{apx - pxx}{a}$$

erit $y = \sqrt{\left(\frac{apx - pxx}{a}\right)}$

pro constructione huius quanti inferatur,

$$a:p = x:\frac{px}{a}$$

de-

deinde inter $\frac{px}{a}$ et $a-x$ quaeratur media, si-ue semiordinata assumtae abscissae respondens.

2. Pro inueniendis igitur pluribus semior-
F. 21.) dinatis, ad diametrum A a applicetur ad angulos rectos parameter AL, et ducatur hypotenusa L a, in triangulo A a L aliquot lineae perpendiculares PR, pr ducantur, hae sunt quartae proportionales ad aA, AL et aP uel ap, siue assumto aP, ap pro x, sunt $\frac{px}{a}$. Postea inter has quartas et $a-x$ siue AP, Ap quaerantur mediae, hae dabunt semiordinatas abscissis imponendas, per quarum extrema ellipsis ducenda est.

Plures solutiones affert SCHOOTEN *l. c. cap.* 2 — 5

PROBLEMA XXXVI.

XCVI. *Inuenire distantiam foci a uer-*
F. 20.) *tice ellipseos.*

Resolutio. Cum MN est parameter et F focus ellipsis, aequatio datur

$$\tfrac{1}{4}pp = px - \frac{pxx}{a} \quad (\S.\ 67.)$$

$$\tfrac{1}{4}app = apx - pxx \text{ diu. per } p.$$

$$\tfrac{1}{4}ap = ax - xx$$

et quia constat, AF multo minus esse AC, ita conuertenda est aequatio, ut sit $xx - ax$, nempe

xx

$$xx - ax = -\frac{1}{4}ap$$

completa aequatione quadratica affecta (§. 43.) fit

$$\frac{1}{4}aa - ax + xx = \frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ap$$

$$\frac{1}{2}a - x = \sqrt{(\frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ap)}$$

addito x et subtracta radice

$$\frac{1}{2}a - \sqrt{(\frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ap)} = x = AF.$$

Construatur radix, quaesita media inter $\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}p$ et $\frac{1}{2}a$, est illa F C, qua detracta ex axe dimidio A C relinquitur A F distantia foci a uertice quaesita.

PROBLEMA XXXVII.

XCVII. *Inuenire magnitudinem linearum B F, B f, quae ex duobus focis* (F. 20. *ellipseos ad extremitatem diametri coniugatae B D ducuntur.*

Resolutio. Antea dixi, esse F C et fC $= \sqrt{\frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ap}$, (§. 96) et iam supra inuenimus dimidiam diametrum minorem B C $= \frac{1}{2}\sqrt{ap}$. (§. 93.) ergo per theor. Pythag. (§. 193 geom.)

$$\square FC + \square BC = \square BF$$

$$\frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ap + \frac{1}{4}ap = \square BF$$

siue $\frac{1}{4}aa = \square BF.$

$$\frac{1}{2}a = BF$$

et quoniam B F $=$ Bf, liquet, lineas ex focis ad extremum axis minoris ellipsis ductas iunctim aequiparari axi maiori.

Idem de aliis lineis quibuslibet, quae ex duobus focis ad puncta peripheriae ellipsis extenduntur, potest demonstrari.

CONSECTARIVM.

XCVIII. Inde commodior ellipsin delineandi modus sequitur. Nimirum, clauis in tabula fixis, focorum distantia definitur, circa clauos filum, extremis connexis, amplitudinis arbitrariae circumponitur, et stylo inserto ellipsis describitur.

PROBLEMA XXXVIII.

XCIX. *Naturam hyperbolae inuenire.*

F. 22.) *Resolutio.* Assumta diametro transuersa Aa, duae regulae in illius extremitatibus affixae mobiles, iisdem legibus, quas circa generationem ellipsis §. 91. memoraui, seruatis, moueantur, nempe, ut, posita parametro AL, sit $AK = LN$. Hoc facto, ob $\triangle ALN \backsim \triangle APM$, prouenit analogia;

$$AL : LN = PM : AP$$
$$p : m = y : x$$
$$px = my$$
$$\frac{px}{y} = m$$

et ob $\triangle AaK \backsim \triangle aPM$

$$Aa : AK = aP : PM$$
$$a : m = a + x : y$$
$$ay = ma + mx$$
$$\frac{ay}{a+x} = m = \frac{px}{y}$$

facto

facta reductione fractionum

$$ayy = apx + pxx$$

$$yy = px + \frac{pxx}{a}$$

In hyperbola quadratum semiordinatae y y, *aequale est rectangulo ex abscissa in parametrum* p x, *postquam huic additum est aliud rectangulum ex abscissa in quartam proportionalem, ad diametrum, parametrum et abscissam.*

CONSECTARIVM I.

C. Aequatio igitur hyperbolae ab aequatione ellipsis tantum signo differt, nempe rectangulum $\frac{pxx}{a}$ in ellipsi subtrahendum est ex px, in hyperbola huic idem addi debet.

CONSECTARIVM II.

CI. Hinc etiam nominum παραβολῆς, ἐλλείψεως et ὑπερβολῆς ratio et fundamentum elucet. Parabola est linea aequalitatis, ob $px = yy$, ellipsis linea defectus ob $px - \frac{pxx}{a} = yy$, hyperbola linea excessus, ob $px + \frac{pxx}{a} = yy$.

CONSECTARIVM III.

CII. Valet etiam in hyperbola proportio:

$$y^2 : ax + xx = p : a$$

CONSECTARIVM IV.

CIII. Pro inueniendis semiordinatis, quia;

$$y = \frac{\sqrt{apx + pxx}}{a}$$

 quae

quaeruntur, primum quartae proportionales $\frac{px}{a}$,

$$a : p = x : \frac{px}{a}$$

dein mediae inter $\frac{px}{a}$ et $a + x$ inuestigantur.

CONSECTARIVM V.

CIV. Item quadrata semiordinatarum habent rationem $au + uu : ax + xx$, siue rectangulorum aP. AP et ap. Ap.

CONSECTARIVM VI.

CV. Distantia foci a uertice est

$$\sqrt{(\tfrac{1}{4}aa + \tfrac{1}{4}ap)} - \tfrac{1}{2}a$$

CONSECTARIVM VII.

CVI. Quemadmodum in ellipsi linearum ex duobus focis ad puncta peripheriae quaecunque eductarum summa aequalis est axi maiori, (§ 97) ita in hyperbola contraria ratione linearum ex focis ad punctum hyperbolae F. 23.) quodlibet ductarum differentia diametro A a aequipollet.

PROBLEMA XXXIX.

CVII. *Hyperbolam delineare.*

F. 23.) *Resolutio.* 1. In linea recta indefinita fP assumatur latus transuersum, siue diameter transuersa aA, eique iungantur aequales foci distantiae a uertice af et AF,

2. De

2. Deinde ex foco inferiore F interuallo arbitrario circino assumto ducantur ab utraque axis parte arcus, interuallum uero assumtum statim ex uertice A in axem deorsum tanquam abscissa transferatur.

3. Porro assumatur circino summa diametri transuersae *a*A et abscissae AP, siue linea *a*P, et posito altero pede circini in foco superiore *f*, arcus inferiores utrimque aliis arcubus secentur; si plures eiusmodi arcus se mutuo secantes ex inferiore et superiore foco ducantur, ex uertice A per puncta intersectionum M hyperbola poterit describi. Cuius praxeos fundamentum ex praecedente consectario §. 106. repetendum est. conf. SCHOOTEN l. c. cap. IX.

THEOREMA II.

CVIII. *Quando sectio hyperbolae DEF est plano axis coni parallela, latera coni AB, AC sunt asymptoti hyperbolae, quae ad hyperbolam continuatam semper quidem appropinquant, cum illa autem non concurrunt.*

Demonstratio. Primum demonstrare oportet, quod latera coni, si una cum hyperbola producantur, ad hanc magis magisque semper appropinquent. Quod licet exemplo coni materialis quodammodo iam intelligi possit, tamen etiam geometrice sic ostenditur. Crescente cono crescit etiam illius semidiameter

BL uel LG, lineae uero perpendiculares EG, FK, siue sinus recti in radios BL et LC demissi, quia distantiam sectionis a plano axis metiuntur, non mutantur, quia supponitur sectio plano axis coni parallela. Verum dum radius uel sinus totus BL crescit, et sinus rectus EG immutabilis est, huius ad illum proportio continuo minuitur, siue minor sinus EG in radio maiore BL saepius continetur quam in minore: sed sinus ad angulos in triangulo rectangulo EGL oppositos directam seruant rationem; (§ 39. Tr. Pl.) quapropter crescente radio BL, et immutato manente sinu recto EG, angulus ELG minuitur, et quia rectus ad E non mutatur, quod decedit sensim magnitudini anguli ELG, id accrescit angulo alteri obliquo EGL, hoc autem amplificato, etiam sinus oppositus EL amplificatur, et sinus uersus *BE* minuitur, ex quo apparet, distantiam BE inter latus coni et hyperbolam semper minui, et hanc ad illud sensim propius accedere. Quod uero concurrere hyperbola cum lateribus coni nequeat, inde perspicue intelligitur, quia sectio hyperbolae extra medium axis planum facta supponitur, ubi semper diameter maior est quacunque subtensa GK extra centrum ducta, (§. 128. geom.) ergo sectio hyperbolae etc.

SCHOLION.

CIX. *Pro hac demonstratione illustranda et facilitanda, conum ligneum, in quo hyperbolae sectio rite facta est, ad manus habere iuuat. Ceterum per se patet talem appropinquationem absque concursu in hy-*

per-

perbola stylo delineata facto ipso exhiberi minime posse. Interim sufficit, nos cogitatione nostra eo non assurgere, ut, ubi et quando distantia inter rectam et curuam desinat esse diuisibilis, intelligamus. etsi de eo nemo dubitet, hyperbolam ad suam ἀσύμπτωτον tam prope tandem inclinari, ut utriusque distantia quauis assignabili minor euadat. conf. FRANC. BAROCII liber de admirando geometrico problemate, quod docet lineas designare ἀσυμπτώτους tredecim modis demonstrato. Veneriis a. 1586. 4.

PROBLEMA XL.

CX. *Naturam cycloidis aequatione comprehendere.*

Resolutio. Habeatur semicirculus (Fig. 10. APH pro linea abscissarum, et uocetur AP = x, PM = y, APH = c, BH = d. Descriptio cycloidis docet (§. 75) proportionem

$$APH : BH = AP : PM$$

$$c : d = x : y$$

$$dx = cy$$

sed quia $c = d$ (§. 74) erit

$$x = y$$

siue *in cycloide abscissa ex semicirculo generatore portio aequalis est semiordinatae inter cycloidem et abscissam interiectae.*

conf. REYNEAV p. 595.

PROBLEMA XLI.

CXI. *Naturam quadratricis* (Fig. 12. *inuenire.*

Resolutio. Nominetur quadrans BND = a, ND = x, AB = r, MA = OR = y,

ori-

origo quadratricis talem seriem requirit, (§.80)

BD : ND = AB : OR

$a : x = r : y$

$ay = rx$

In quadratrice factum ex quadrante in sinum quadratricis aequipollet rectangulo, quod radio in portionem quadrantis ND, sinui quadratricis oppositam, multiplicato producitur.

SCHOLION I.

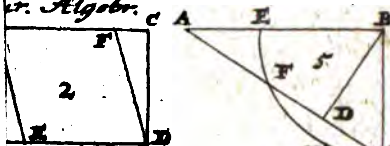
CXII. *Quoniam tam pro cycloide, quam pro quadratrice, aequatio collatis tantum lineis rectis componi nequit, sed lineae curuae portiones eidem immiscentur, patet, talem aequationem difficilius tractari, adeoque curuas eiusmodi diuersam a circulo et conicis indolem habere. LEIBNITIVS posteriores geometricas et algebraicas, priores uero transscendentes uocat. v. Act. Er. Lips. a.* 1684. *p.* 233. *conf.* REYNEAV p. 593.

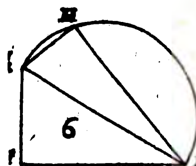
SCHOLION II.

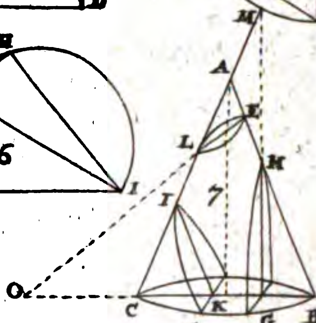
CXIII. *Ulterius in elementis algebrae non progredior. Nam quae sequuntur de locis geometricis, et de constructione aequationum cubicarum et biquadraticarum, et reliqua, quia talium resolutionum explicatio longiorem, quam praesens institutum patitur, discussionem et tractationem postulat, rectius uel separatis lectionibus seruantur; uel ex scriptoribus, qui analysin plenius tradunt, petuntur.*

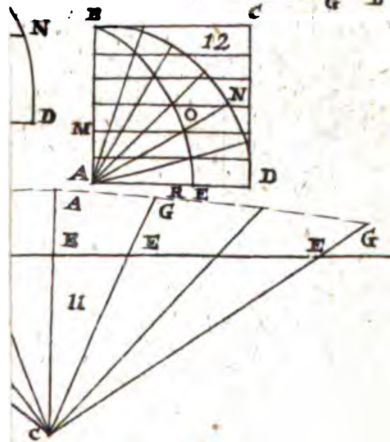
S. D. G.

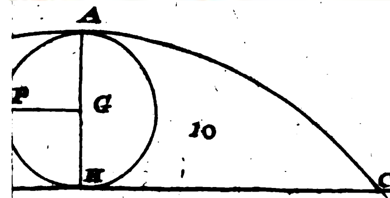
INDEX


r. Algebr.
C
F
2
E
D
A
E
B
F
5
D

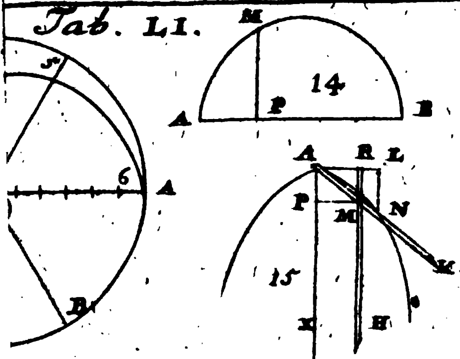

H
6
I

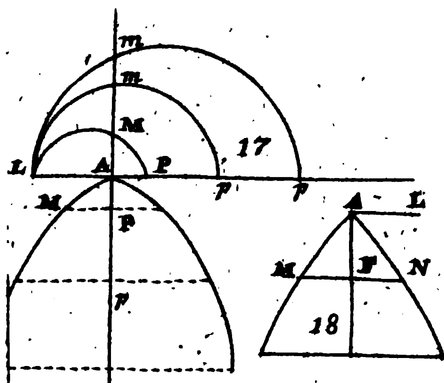

M
A
E
L
M
I
7
O
C
K
G
B

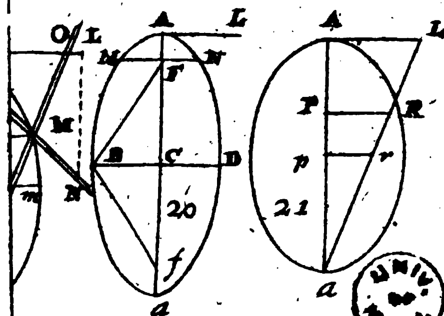

N
D
B
C
12
N
O
M
A
D
R
F
A
G
E
E
E
G
11
C

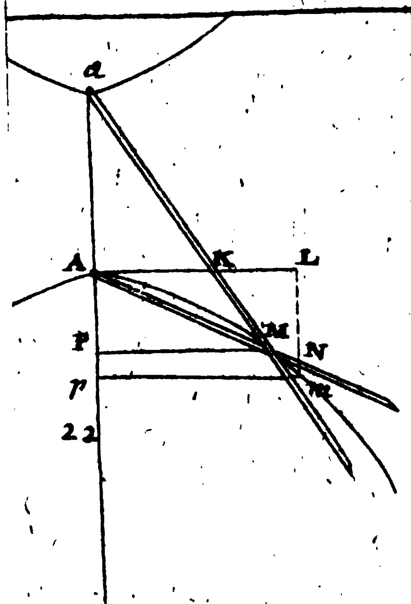

A
P
G
10
H
C

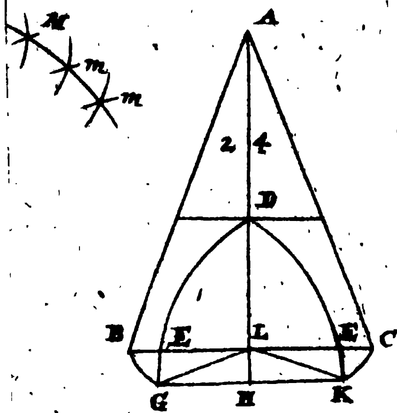
Tab. LI.


6
A
B
M
14
A
P
B
A
R
L
P
N
M
15
H
K


m
m
M
17
L
A
P
p
p
M
P
p
A
L
M
F
N
18


O
L
M
m
N
A
L
M
N
F
B
C
D
20
f
a
A
L
P
R
p
r
21
a


a
A
K
L
M
P
N
p
m
22


M
m
m
A
24
D
B
E
L
E
C
G
H
K

INDEX RERVM ET VERBORVM.

A.

D.

Her-

M.

N.

O.

P.

Q.

R.

T.



SELECTAE
'ABULAE MATHEMATICAE.

LOGARITHMI NUMERORUM VULGARIUM.

0	100	200	300
0.0000000	2.0043214	2.3031961	2.4785665
0.3010300	2.0086002	2.3053514	2.4800069
0.4771212	2.0128372	2.3074960	2.4814426
0.6020600	2.0170333	2.3096302	2.4828736
0.6989700	2.0211893	2.3117539	2.4842998
0.7781512	2.0253059	2.3138672	2.4857214
0.8450980	2.0293838	2.3159703	2.4871384
0.9030900	2.0334238	2.3180633	2.4885507
0.9542425	2.0374265	2.3261463	2.4899585
1.0000000	2.0413927	2.3222193	2.4913617
1.0413927	2.0453230	2.3242824	2.4927604
1.0791812	2.0492180	2.3263359	2.4941546
1.1139433	2.0530784	2.3283796	2.4955443
1.1461280	2.0569048	2.3304138	2.4969296
1.1760913	2.0606978	2.3324385	2.4983105
1.2041200	2.0644580	2.3344537	2.4996871
1.2304489	2.0681859	2.3364597	2.5010593
1.2552725	2.0718820	2.3384565	2.5024271
1.2787536	2.0755470	2.3404441	2.5037907
1.3010300	2.0791812	2.3424227	2.5051500
1.3222193	2.0827854	2.3443923	2.5065050
1.3424227	2.0863598	2.3463530	2.5078559
1.3617278	2.0899051	2.3483049	2.5092025
1.3802112	2.0934217	2.3502480	2.5105450
1.3979400	2.0969100	2.3521825	2.5118834
1.4149733	2.1003705	2.3541984	2.5132176
1.4313638	2.1038037	2.3560259	2.5145477
1.4471580	2.1072100	2.3579348	2.5158738
1.4623980	2.1105897	2.3598355	2.5171959
1.4771212	2.1139433	2.3617278	2.5185139
1.4913617	2.1172713	2.3636120	2.5198280
1.5051500	2.1205739	2.3654880	2.5211381

	0	100	200	300
33	1.5185139	2.1238516	2.3673559	2.5224442
34	1.5314789	2.1271048	2.3692159	2.5237465
35	1.5440680	2.1303338	2.3710679	2.5250448
36	1.5563025	2.1335389	2.3729120	2.5263393
37	1.5682017	2.1367206	2.3747483	2.5276299
38	1.5797836	2.1398791	2.3765770	2.5289167
39	1.5910646	2.1430148	2.3783979	2.5301997
40	1.6020600	2.1461280	2.3802112	2.5314789
41	1.6127839	2.1492191	2.3820170	2.5327544
42	1.6232493	2.1522883	2.3838154	2.5340261
43	1.6334685	2.1553360	2.3856063	2.5352941
44	1.6434527	2.1583625	2.3873898	2.5365584
45	1.6532125	2.1613680	2.3891661	2.5378191
46	1.6627578	2.1643528	2.3909351	2.5390761
47	1.6720979	2.1673173	2.3926969	2.5403295
48	1.6812412	2.1702617	2.3944517	2.5415792
49	1.6901961	2.1731863	2.3961993	2.5428254
50	1.6989700	2.1760913	2.3979400	2.5440680
51	1.7075702	2.1789769	2.3996737	2.5453071
52	1.7160033	2.1818436	2.4014005	2.5465427
53	1.7242759	2.1846914	2.4031205	2.5477747
54	1.7323938	2.1875207	2.4048337	2.5490033
55	1.7403627	2.1903317	2.4065402	2.5502283
56	1.7481880	2.1931246	2.4082400	2.5514500
57	1.7558748	2.1958996	2.4099331	2.5526682
58	1.7634280	2.1986571	2.4116197	2.5538830
59	1.7708520	2.2013971	2.4132998	2.5550944
60	1.7781512	2.2041200	2.4149733	2.5563025
61	1.7853298	2.2068259	2.4166405	2.5575072
62	1.7923917	2.2095150	2.4183013	2.5587086
63	1.7993405	2.2121876	2.4199557	2.5599066
64	1.8061800	2.2148438	2.4216039	2.5611014
65	1.8129133	2.2174839	2.4232459	2.5622929
66	1.8195439	2.2201081	2.4248816	2.5634811

	0	100	200	300
	1.8260748	2.2227165	2.4265113	2.5646661
	1.8325089	2.2253093	2.4281348	2.5658478
	1.8388491	2.2278867	2.4297523	2.5670264
	1.8450980	2.2304489	2.4313638	2.5682017
	1.8512583	2.2329961	2.4329693	2.5693739
	1.8573325	2.2355284	2.4345689	2.5705429
	1.8633229	2.2380461	2.4361626	2.5717088
	1.8692317	2.2405492	2.4377506	2.5728716
	1.8750613	2.2430380	2.4393327	2.5740313
	1.8808136	2.2455127	2.4409091	2.5751878
	1.8864907	2.2479733	2.4424798	2.5763413
8	1.8920946	2.2504200	2.4440448	2.5774918
9	1.8976271	2.2528530	2.4456042	2.5786392
0	1.9030900	2.2552725	2.4471580	2.5797836
1	1.9084850	2.2576786	2.4487063	2.5809250
2	1.9138138	2.2600714	2.4502491	2.5820634
3	1.9190781	2.2624511	2.4517864	2.5831988
4	1.9242793	2.2648178	2.4533183	2.5843312
5	1.9294189	2.2671717	2.4548449	2.5854607
6	1.9344984	2.2695129	2.4563660	2.5865873
7	1.9395192	2.2718416	2.4578819	2.5877110
8	1.9444827	2.2741578	2.4593925	2.5888317
9	1.9493900	2.2764618	2.4608978	2.5899496
0	1.9542425	2.2787536	2.4623980	2.5910646
1	1.9590414	2.2810334	2.4638930	2.5921768
2	1.9637878	2.2833012	2.4653828	2.5932861
3	1.9684829	2.2855573	2.4668676	2.5943925
4	1.9731278	2.2878017	2.4683473	2.5954962
95	1.9777236	2.2900346	2.4698220	2.5965971
96	1.9822712	2.2922561	2.4712917	2.5976952
97	1.9867717	2.2944662	2.4727564	2.5987905
98	1.9912261	2.2966652	2.4742163	2.5998831
99	1.9956352	2.2988531	2.4756712	2.6009729
00	2.0000000	2.3010300	2.4771212	2.6020600

	400	500	600	700
0	2.6020600	2.6989700	2.7781512	2.8450980
1	2.6031444	2.6998377	2.7788745	2.8457180
2	2.6042260	2.7007037	2.7795965	2.8463371
3	2.6053050	2.7015680	2.7803173	2.8469553
4	2.6063814	2.7024305	2.7810369	2.8475727
5	2.6074550	2.7032914	2.7817554	2.8481891
6	2.6085260	2.7041505	2.7824726	2.8488047
7	2.6095944	2.7050080	2.7831887	2.8494194
8	2.6106602	2.7058637	2.7839036	2.8500333
9	2.6117233	2.7067178	2.7846173	2.8506462
10	2.6127839	2.7075702	2.7853298	2.8512583
11	2.6138418	2.7084209	2.7860412	2.8518696
12	2.6148972	2 7092700	2.7866514	2.8524800
13	2.6159500	2.7101174	2.7874605	2.8530895
14	2.6170003	2.7109631	2.7881684	2.8536982
14	2.6180481	2.7118072	2.7888751	2.8543060
16	2.6190933	2.7126497	2.7895807	2.8549130
17	2.6201360	2.7134905	2.7902852	2.8555191
18	2.6211763	2.7143298	2.7909885	2.8561244
19	2.6222140	2.7151674	2.7916906	2.8567289
20	2.6232493	2.7160033	2.7923917	2.8573325
21	2.6242821	2.7168377	2.7930916	2.8579353
22	2.6253124	2.7176705	2.7937904	2.8585372
23	2.6263404	2.7185017	2.7944880	2.8591383
24	2.6273659	2.7193313	2.7951846	2.8597386
25	2.6283889	2.7201593	2.7958800	2.8603380
26	2.6294096	2.7209857	2.7965744	2.8609366
27	2.6304279	2.7218106	2.7972675	2.8615344
28	2.6314438	2.7226339	2.7979596	2.8621314
29	2.6324573	2.7234557	2.7986506	2.8627275
30	2.6334685	2.7242759	2.7993405	2.8633229
31	2.6344773	2.7250945	2.8000294	2.8639174
32	2.6354837	2.7259116	2.8007171	2.8645111
33	2.6364879	2.7267272	2.8014037	2.8651040

400	500	600	700
2.6374897	2.7275413	2.8020893	2.8656961
2.6384893	2.7283538	2.8027737	2.8662873
2.6394865	2.7291648	2.8034571	2.8668778
2.6404814	2.7299743	2.8041394	2.8674675
2.6414741	2.7307823	2.8048207	2.8680564
2.6424645	2.7315888	2.8055009	2.8686444
2.6434527	2.7323938	2.8061800	2.8692317
2.6444386	2.7331973	2.8068580	2.8698182
2.6454223	2.7339993	2.8075350	2.8704039
2.6464037	2.7347998	2.8082110	2.8709888
2.6473830	2.7355989	2.8088859	2.8715729
2.6483600	2.7363965	2.8095597	2.8721563
2.6493349	2.7371926	2.8102325	2.8727388
2.6503075	2.7379873	2.8109043	2.8733206
2.6512780	2.7387806	2.8115750	2.8739016
2.6522463	2.7395723	2.8122447	2.8744818
2.6532125	2.7403627	2.8129134	2.8750613
2.6541765	2.7411516	2.8135810	2.8756399
2.6551384	2.7419391	2.8142476	2.8762178
2.6560982	2.7427251	2.8149132	2.8767950
2.6570558	2.7435098	2.8155777	2.8773713
2.6580114	2.7442930	2.8162413	2.8779469
2.6589648	2.7450748	2.8169038	2.8785218
2.6599162	2.7458552	2.8175654	2.8790959
.6608655	2.7466342	2.8182259	2.8796692
.6618127	2.7474118	2.8188854	2.8802418
.6627578	2.7481880	2.8195439	2.8808136
.6637009	2.7489629	2.8202015	2.8813847
.6646420	2.7497363	2.8208580	2.8819550
.6655810	2.7505084	2.8215135	2.8825245
.6665180	2.7512791	2.8221681	2.8830934
.6674529	2.7520484	2.8228216	2.8836614
.6683859	2.7528164	2.8234742	2.8842288
.6693169	2.7535831	2.8241258	2.8847954

	400	500	600	700
67	2. 6693169	2. 7535831	2. 8241258	2. 8847954
68	2. 6702458	2. 7543483	2. 8247765	2. 8853612
69	2. 6711728	2. 7551123	2. 8254261	2. 8859263
70	2. 6720979	2. 7558748	2. 8260748	2. 8864907
71	2. 6730209	2. 7566361	2. 8267225	2. 8870544
72	2. 6739420	2. 7573960	2. 8273693	2. 8876173
73	2. 6748611	2. 7581546	2. 8280151	2. 8881795
74	2. 6757783	2. 7589119	2. 8286599	2. 8887410
75	2. 6766936	2. 7596678	2. 8293038	2. 8893017
76	2. 6776069	2. 7604225	2. 8299467	2. 8898617
77	2. 6785184	2. 7611758	2. 8305887	2. 8904210
78	2. 6794279	2. 7619278	2. 8312297	2. 8909796
79	2. 6803355	2. 7626786	2. 8318698	2. 8915375
80	2. 6812412	2. 7634280	2. 8325089	2. 8920946
81	2. 6821451	2. 7641761	2. 8331471	2. 8926510
82	2. 6830470	2. 7649230	2. 8337844	2. 8932067
83	2. 6839471	2. 7656685	2. 8344207	2. 8937618
84	2. 6848454	2. 7664128	2. 8350561	2. 8943161
85	2. 6857417	2. 7671559	2. 8356906	2. 8948696
86	2. 6866363	2. 7678976	2. 8363241	2. 8954225
87	2. 6875290	2. 7686381	2. 8369567	2. 8959747
88	2. 6884198	2. 7693773	2. 8375884	2. 8965262
89	2. 6893089	2. 7701153	2. 8382192	2. 8970770
90	2. 6901961	2. 7708520	2. 8388491	2. 8976271
91	2. 6910815	2. 7715875	2. 8394780	2. 8981765
92	2. 6919651	2. 7723217	2. 8401061	2. 8987252
93	2. 6928469	2. 7730547	2. 8407332	2. 8992732
94	2. 6937269	2. 7737864	2. 8413595	2. 8998205
95	2. 6946052	2. 7745170	2. 8419848	2. 9003671
96	2. 6954817	2. 7752463	2. 8426092	2. 9009131
97	2. 6963564	2. 7759743	2. 8432328	2. 9014583
98	2. 6972293	2. 7767012	2. 8438554	2. 9020029
99	2. 6981005	2. 7774268	2. 8444772	2. 9025468
100	2. 6989700	2. 7781512	2. 8450980	2. 9030900

800	900	1000	1100
2.9030900	2.9542425	3.0000000	3.0413927
2.9036325	2.9547248	3.0003431	3.0417873
2.9041744	2.9552065	3.0008677	3.0421816
2.9047155	2.9556877	3.0013009	3.0425755
2.9052560	2.9561684	3.0017337	3.0429691
2.9057959	2.9566486	3.0021661	3.0433623
2.9063350	2.9571282	3.0025980	3.0437551
2.9068735	2.9576073	3.0030295	3.0441476
2.9074114	2.9580858	3.0034605	3.0445398
2.9079485	2.9585639	3.0038912	3.0449315
2.9084850	2.9590414	3.0043214	3.0453230
2.9090208	2.9595184	3.0047511	3.0457140
2.9095560	2.9599948	3.0051805	3.0461048
2.9100905	2.9604708	3.0056094	3.0464952
2.9106244	2.9609462	3.0060379	3.0468852
2.9111576	2.9614211	3.0064660	3.0472749
2.9116901	2.9618955	3.0068937	3.0476642
2.9122220	2.9623693	3.0073209	3.0480532
2.9127533	2.9628427	3.0077478	3.0484418
2.9132839	2.9633155	3.0081742	3.0488301
2.9138138	2.9637878	3.0086002	3.0492180
2.9143431	2.9642596	3.0090257	3.0496056
2.9148718	2.9647309	3.0094509	3.0499928
2.9153998	2.9652017	3.0098756	3.0503797
2.9159272	2.9656720	3.0102999	3.0507663
2.9164539	2.9661417	3.0107239	3.0511525
2.9169800	2.9666110	3.0111474	3.0515384
2.9175055	2.9670797	3.0115704	3.0519239
2.9180303	2.9675480	3.0119931	3.0523091
2.9185545	2.9680157	3.0124154	3.0526939
2.9190781	2.9684829	3.0128372	3.0530784
2.9196010	2.9689497	3.0132587	3.0534626
2.9201233	2.9694159	3.0136797	3.0538464
2.9206450	2.9698816	3.0141003	3.0542299

	800	900	1000	1100
34	2.9211660	2.9703469	3.0145205	3.0546130
35	2.9216865	2.9708116	3.0149403	3.0549958
36	2.9222063	2.9712758	3.0153597	3.0553783
37	2.9227254	2.9717396	3.0157787	3.0557604
38	2.9232440	2.9722028	3.0161973	3.0561423
39	2.9237620	2.9726656	3.0166155	3.0565237
40	2.9242793	2.9731278	3.0170333	3.0569048
41	2.9247960	2.9735896	3.0174507	3.0572856
42	2.9253121	2.9740509	3.0178677	3.0576661
43	2.9258276	2.9745117	3.0182843	3.0580462
44	2.9263424	2.9749720	3.0187005	3.0584260
45	2.9268567	2.9754318	3.0191169	3.0588055
46	2.9273704	2.9758911	3.0195317	3.0591846
47	2.9278834	2.9763500	3.0199467	3.0595634
48	2.9283958	2.9768083	3.0203613	3.0599419
49	2.9289077	2.9772662	3.0207755	3.0603200
50	2.9294189	2.9777236	3.0211893	3.0606978
51	2.9299296	2.9781805	3.0216027	3.0610753
52	2.9304396	2.9786369	3.0220157	3.0614525
53	2.9309490	2.9790929	3.0224284	3.0618293
54	2.9314579	2.9795484	3.0228406	3.0622058
55	2.9319661	2.9800034	3.0232524	3.0625820
56	2.9324738	2.9804579	3.0236639	3.0629578
57	2.9329808	2.9809119	3.0240750	3.0633334
58	2.9334873	2.9813655	3.0244857	3.0637085
59	2.9339932	2.9818186	3.0248960	3.0640034
60	2.9344984	2.9822712	3.0253059	3.0644580
61	2.9350031	2.9827234	3.0257154	3.0648322
62	2.9355073	2.9831751	3.0261245	3.0652061
63	2.9360108	2.9836263	3.0265333	3.9655797
64	2.9365137	2.9840770	3.0269416	3.0659530
65	2.9370161	2.9845273	3.0273496	3.0663259
66	2.9375179	2.9849771	3.0277572	3.0666985
67	2.9380191	2.9854265	3.0281644	3.0670708

800	900	1000	1100
2.9380191	2.9854265	3.0281644	3.0670708
2.9385197	2.9858753	3.0285712	3.0674428
2.9390198	2.9863238	3.0289777	3.0678145
2.9395192	2.9867717	3.0293838	3.0681859
2.9400181	2.9872192	3.0297895	3.0685569
2 9405165	2.9876663	3.0301948	3.0689276
2.9410142	2.9881128	3.0305997	3.0692980
2.9415114	2.9885589	3.0310043	3.0696681
2.9420080	2.9890046	3.0314085	3.0700379
2.9425041	2.9894498	3.0318123	3.0704073
2.9429996	2.9898946	3.0322157	3.0707765
2.9434945	2.9903388	3.0326188	3.0711453
2.9439889	2.9907827	3.0330214	3.0715138
2.9444827	2.9912261	3.0334237	3.0718820
2.9449759	2.9916690	3.0338257	3.0722499
2 9454686	2.9921115	3.0342273	3.0726175
2.9459607	2.9925535	3.0346284	3.0729847
2.9464523	2.9929951	3.0350293	3.0733517
2.9469433	2.9934362	3.0354297	3.0737183
2.9474337	2.9938769	3.0358298	3.0740847
2.9479236	2.9943171	3.0362295	3.0744507
2.9484130	2.9947569	3.0366289	3.0748164
2.9489018	2.9951963	3.0370279	3.0751818
2.9493900	2.9956352	3.0374265	3.0755470
2.9498777	2.9960736	3.0378247	3.0759118
2.9503648	2.9965117	3.0382226	3.0762762
2.9508514	2.9969492	3.0386201	3.0766404
2.9513375	2.9973864	3.0390173	3.0770043
2.9518230	2.9978231	3.0394141	3.0773679
2.9523080	2 9982593	3.0398105	3.0777312
2.9527924	2.9986951	3.0402066	3.0780941
2.9532763	2.9991305	3.0406023	3.0784568
2.9537597	2.9995655	3.0409977	3.0788192
2.9542425	2.0000000	3.0413927	3.0791812

TABVLAE SINVVM ET TANGENTIVM

Gr.	M.	Sinus.	Tangens.	Logar. Sin.	Log. Tang
0	0	0	0	0	0
	10	290.89	290.89	7.4637255	7.4637273
	20	581.77	581.78	7.7647537	7.7647610
	30	872.65	872.69	7.9408419	7.9408584
	40	1163.53	1163.61	8.0657763	8.0658057
	50	1454.39	1454.54	8.1626808	8.1627267
1	0	1745.24	1745.51	8.2418553	8.2419215
	10	2036.08	2036.50	8.3087941	8.3088842
	20	2326.90	2327.53	8.3667769	8.3668945
	30	2617.69	2618.59	8.4179190	8.4180679
	40	2908.47	2909.70	8.4636649	8.4638486
	50	3199.22	3200.86	8.5050447	8.5052671
2	0	3489.95	3492.08	8.5428192	8.5430838
	10	3780.65	3783.35	8.5775660	8.5778766
	20	4071.31	4074.69	8.6097341	8.6100943
	30	4361.94	4366.09	8.6396796	8.6400931
	40	4652.53	4657.57	8.6676893	8.6681598
	50	4943.08	4949.13	8.6939980	8.6945292
3	0	5233.60	5240.78	8.7188002	8.7193958
	10	5524.06	5532.51	8.7422586	8.7429222
	20	5814.48	5824.34	8.7645111	8.7652465
	30	6104.85	6116.26	8.7856753	8.7864865
	40	6395.17	6408.29	8.8058523	8.806742
	50	6685.44	6700.43	8.8251299	8.826102
4	0	6975.65	6992.68	8.8435845	8.844643
	10	7265.80	7285.05	8.8612833	8.862432
	20	7555.89	7577.55	8.8782854	8.87952
	30	7845.91	7870.17	8.8946433	8.89598
	40	8135.87	8162.93	8.9104039	8.91184
	50	8425.76	8455.83	8.9256089	8.92715

ET LOGARITHMOR. EORVND.

M.	*Sinus.*	*Tangens.*	Logar. Sin.	Log. Tang.
60	10000000	Infinit.	10.0000000	Infinit.
50	99999.58	3437737100	9.9999982	12.5362727
40	99998.30	1718854000	9.9999927	12.2352390
30	99996.19	1145886500	9.9999835	12.0591416
20	99993.23	859397910	9.9999706	11.9341943
10	99989.42	687500870	9.9999541	11.8372733
0	99984.77	572899620	9.9999338	11.7580785
50	99979.27	4910388.66	9.9999100	11.6911158
40	99972.92	4296407.73	9.9998824	11.6331055
30	99965.73	3818845.93	9.9998512	11.5819321
20	99957.69	3436777.09	9.9998162	11.5361514
10	99948.81	3124157.67	9.9997776	11.4947329
0	99939.08	2863625.33	9.9997354	11.4569162
50	99928.51	2643159.96	9.9996894	11.4221234
40	99917.09	2454175.78	9.9996398	11.3899057
30	99904.82	2290376.55	9.9995865	11.3599059
20	99891.71	2147040.10	9.9995297	11.3318402
10	99877.75	2020555.35	9.9994688	11.30547[illegible]8
0	99862.95	1908113.67	9.9994044	11.2806042
50	99847.31	1807497.74	9.9993364	11.2570778
40	99830.81	1716933.69	9.9992646	11.2347535
30	99813.48	1634985.55	9.9991892	11.2135139
20	99795.29	1560478.41	9.9991101	11.1932578
10	99776.27	1492441.70	9.9990273	11.1738974
0	99756.40	1430066.63	9.9989408	11.1553563
50	99735.69	1372673.79	9.9988506	11.1375673
40	99714.13	1319688.30	9.9987567	11.1204714
30	99691.73	1270620.47	9.9986591	11.1040158
20	99668.49	1225050.55	9.9985579	11.0881540
10	99644.40	1182616.67	9.9984529	11.0728440

I.	*Sinus.*	*Tangens.*	Logar. Sin.	Log. Tang.
0	8715.57	8748.87	8.9402960	8 9419518
0	9005.32	9042.06	8.9544991	8 9562672
0	9294.99	9335.40	8.9682487	8.9701330
0	9584.58	9628.90	8.9815729	8.9835769
0	9874.08	9922 57	8 9944968	8.9966243
0	10163.51	10216 41	9.0070436	9.0092984
0	10452.85	10510.42	9 0192346	9.0216202
0	10742.10	10804.62	9.0310890	9.0336093
0	11031.26	11098.99	9.0426249	9.0452836
0	11320.32	11393.56	9.0538588	9.0566595
0	11609.29	11688.31	9.0648057	9.0677522
0	11898.16	11983.28	9 0754799	9.0785760
0	12186.93	12278.46	9.0858945	9.0891438
0	12475.60	12573.84	9.0960615	9.0994678
0	12764.16	12869.43	9.1059924	9.1095594
0	13052.62	13165.25	9.1156977	9.1194291
0	13340.96	13461.29	9.1251872	9.1290868
0	13629.19	13757.57	9.1344702	9.1385417
0	13917.31	14054 08	9.1435553	9.1478025
0	14205.31	14350 84	9.1524507	9.1568773
20	14493 19	14647.84	9.1611639	9.1657737
30	14780.94	14945.10	9.1697021	9.1744988
40	15068.57	15242.61	9.1780721	9.1830595
50	15356.07	15540 40	9.1862802	9.1914621
0	15643.45	15838.44	9.1943324	9.1997125
10	15930.69	16136.77	9.2022345	9.2078165
20	16217.79	16435.37	9.2099917	9.215779[illegible]
30	16504 76	16734.26	9.2176092	9.223606[illegible]
40	16791.59	17033.44	9.2250918	9.2313024
50	17078.28	17332.92	9.2324440	9.238871[illegible]

	M.	Sinus.	Tangens.	Logar. Sin.	Log. Tang.
	0	99619.47	1143005.23	9.9983442	11.0580482
	50	99593.69	1105943.10	9.9982318	11.0437328
	40	99567.08	1071191.26	9.9981158	11.0298670
	30	99539.62	1038539.71	9.9979960	11.0164231
	20	99511.32	1007803.11	9.9978725	11.0033757
	10	99482.17	978817.32	9.9977453	10.9907016
	0	99452.18	951436.45	9.9976143	10.9783798
	50	99421.36	925530.35	9.9974797	10.9663907
	40	99389.69	900982.61	9.9973414	10.9547164
	30	99357.18	877688.74	9.9971993	10.9433405
	20	99323.83	855554.68	9.9970535	10.9322478
	10	99289.64	834495.57	9.9969040	10.9214240
	0	99254.62	814434.64	9.9967507	10.9108562
2	50	99218.74	795302.24	9.9965937	10.9005322
	40	99182.03	777035.06	9.9964330	10.8904406
	30	99144.49	759575.41	9.9962686	10.8805709
	20	99106.09	742870.64	9.9961004	10.8709132
	10	99066.87	726872.55	9.9959284	10.8614583
	0	99026 80	711536.97	9.9957528	10.8521975
11	50	98985.90	696823.35	9.9955734	10.8431727
	40	98944 16	682694.37	9.9953902	10.8342263
	30	98901.58	669115.62	9 9952033	10.8255012
	20	98858.17	656055.38	9.9950126	10.8169405
	10	98813.92	643484.28	9.9948181	10,8085379
	0	98768.83	631375.15	9.9946199	10.8002875
80	50	98722.91	619792.79	9.9944180	10.7921835
	40	98676.15	608443.81	9.9942122	10.7842205
	30	98628.56	597576.44	9 9940027	10.7763935
	20	98580.13	587080.42	9 9937894	10.7686976
	10	98530.87	576936.88	9.9935723	10.7611283

Gr.	M.	Sinus.	Tangens.	Logar. Sin.	Log. Tang.
10	0	17364.82	17632.70	9.2396702	9.2463188
	10	17651.21	17932.78	9.2467746	9.2536477
	20	17937.46	18233.18	9.2537609	9.2608625
	30	18223.55	18533.90	9.2606330	9.2679669
	40	18509.49	18834.95	9.2673945	9.2749644
	50	18795.27	19136.32	9.2740487	9.2818585
11	0	19080.90	19438.03	9.2805988	9.2886523
	10	19366.36	19740.06	9.2870480	9.2953489
	20	19651.66	20042.48	9.2933993	9.3019514
	30	19936.79	20345.23	9.2996553	9.3084626
	40	20221.76	20648.34	9.3058189	9.3148851
	50	20506.55	20951.81	9.3118926	9.3212216
12	0	20791.17	21255.65	9.3178789	9.3274745
	10	21075.61	21559.88	9.3237802	9.3336463
	20	21359.88	21864.48	9.3295988	9.3397391
	30	21643.96	22169.47	9.3353368	9.3457552
	40	21927.86	22474.85	9.3409963	9.3516968
	50	22211.58	22780.63	9.3465794	9.3575658
13	0	22495.11	23086.82	9.3520880	9.3633641
	10	22778.44	23393.42	9.3575240	9.3690937
	20	23061.59	23700.44	9.3628892	9.3747563
	30	23344.54	24007.87	9.3681853	9.3803537
	40	23627.29	24315.75	9.3734139	9.3858876
	50	23909.84	24624.05	9.3785767	9.3913595
14	0	24192.19	24932.80	9.3836752	9.3967711
	10	24474.33	25242.00	9.3887109	9.4021237
	20	24756.27	25551.65	9.3936852	9.4074189
	30	25038.00	25861.76	9.3985996	9.4126581
	40	25319.52	26172.34	9.4034554	9.4178425
	50	25600.82	26483.39	9.4082539	9.4229735

	M.	*Sinus*	*Tangens*	Logar. Sin.	Log. Tang.
	70	98480.77	567128 18	9.9933515	10 7536812
	50	98429.85	557637 86	9.9931268	10 7463523
	40	98378.08	548450.52	9.9928984	10.7391375
	30	98325.49	539551.72	9.9926661	10 7320331
	20	98272 06	530927.93	9.9924301	10 7250356
	10	98217 81	522566.47	9.9921900	10.7181415
	0	98162.71	514455 40	9.9919466	10.7113745
	50	98106.80	506583.52	9.9916991	10.7046511
	40	98050 05	498940.27	9.9914478	10.6980486
	30	97992.47	491515.70	9.9911927	10 6915374
	20	97934.06	484309.45	9.9909338	10 6851149
	10	97874.83	477285.67	9 9906710	10 6787784
	0	97814.76	470463 01	9 9904044	10.6725255
7	50	97753.86	463824.57	9 9901339	10.6663537
	40	97692.15	457362 87	9 9898597	10.6602609
	30	97629.60	451070.85	9.9895815	10 6542448
	20	97566 23	444941.81	9.9892995	10.6483032
	10	97502 03	438969.40	9 9890137	10.6424342
	0	97437 01	433147 59	9 9887239	10 6366359
76	50	97371 16	427470.66	9.9884303	10 6309063
	40	97304.48	421933 18	9.9881329	10.6252437
	30	97236.99	416529.98	9.9878315	10.6196463
	20	97168.67	411256.14	9 9875263	10.6141124
	10	97099.54	406107.00	9.9872171	10.6086405
	0	97029.57	401078.09	9.9869041	10.6032289
75	50	96958.79	396165.18	9.9865872	10 5978763
	40	96887.18	391364.20	9 9862663	10.5925811
	30	96814.76	386671.31	9.9859416	10.5873419
	20	96741 52	382082.81	9.9856129	10.5821575
	10	96667.46	377595.19	9.9852803	10.5770265

Gr.	M.	*Sinus.*	*Tangens.*	Logar. Sin.	Log. Tang.
15	0	25881.90	26794.92	9.4129962	9.4280525
	10	26162.77	27106.93	9.4176837	9.4330804
	20	26443.42	27419.44	9.4223176	9.4380587
	30	26723.84	27732.45	9.4268988	9.4429883
	40	27004.03	28045.97	9.4314286	9.4478704
	50	27284.00	28359.99	9.4359080	9.4527061
16	0	27563.74	28674.54	9.4403381	9.4574964
	10	27843.24	28989.61	9.4447197	9.4622423
	20	28122.51	29305.21	9.4490540	9.4669448
	30	28401.53	29621.35	9.4533418	9.4716048
	40	28680.32	29938.03	9.4575840	9.4762233
	50	28958.87	30255.27	9.4617816	9.4808011
17	0	29237.17	30573.07	9.4659853	9.4853390
	10	29515.22	30891.43	9.4700461	9.4898320
	20	29793.03	31210.36	9.4741146	9.4942988
	30	30070.58	31529.88	9.4781418	9.4987223
	40	30347.88	31849.98	9.4821283	9.5031092
	50	30624.92	32170.67	9.4860749	9.5074602
18	0	30901.70	32491.97	9.4899824	9.5117760
	10	31178.22	32813.87	9.4938513	9.5160575
	20	31454.48	33136.39	9.4976824	9.5203052
	30	31730.47	33459.53	9.5014764	9.5245199
	40	32006.19	33783.30	9.5052339	9.5287021
	50	32281.64	34107.71	9.5089556	9.5328526
19	0	32556.82	34432.76	9.5126419	9.5369719
	10	32831.72	34758.46	9.5162936	9.5410606
	20	33106.34	35084.83	9.5199112	9.5451193
	30	33380.69	35411.86	9.5234953	9.5491487
	40	33654.75	35739.56	9.5270463	9.5531492
	50	33928.53	36067.95	9.5305650	9.5571214

M.	*Sinus.*	*Tangens.*	Logar. Sin.	Log. Tang.
0	95592.58	378205.08	9.9849498	10.5719475
50	96516.88	368909.27	9.9846033	10.5669196
40	96440.37	364704.67	9.9842589	10.5619413
30	96363.05	360588.85	9.9839105	10.5570117
20	96284.90	356557.49	9.9835582	10.5521296
10	96205.94	352609.38	9.9832019	10.5472939
0	96126.17	348741.44	9.9828416	10.5425036
50	96045.58	344951.20	9.9824774	10.5377577
40	95964.18	341236.26	9.9821092	10.5330552
30	95881.97	337594.34	9.9817370	10.5283952
20	95798.95	334023.26	9.9813608	10.5237767
10	95715.12	330520.91	9.9809805	10.5191989
0	95630.48	327085.26	9.9805963	10.5146610
50	95545.02	323714.38	9.9802081	10.5101620
40	95458.76	320406.38	9.9798158	10.5057012
30	95371.69	317159.48	9.9794195	10.5012777
20	95283.82	313971.94	9.9790192	10.4968908
10	95195.14	310842.10	9.9786148	10.4925398
0	95105.65	307768.35	9.9782063	10.4882240
50	95015.36	304749.15	9.9777938	10.4839425
40	94924.26	301783.01	9.9773772	10.4796948
30	94832.36	298868.50	9.9769566	10.4754801
20	94739.66	29[illegible]04.22	9.9765318	10.4712979
10	94646.16	293188.85	9.9761030	10.4671474
0	94551.85	290421.09	9.9756701	10.4630281
50	94456.75	287699.70	9.9752330	10.4589394
40	94360.85	285023.49	9.9747918	10.4548807
30	94264.15	282391.29	9.9743466	10.4508513
20	94166.65	279801.98	9.9738971	10.4468508
10	94068.35	277254.48	9.9734435	10.4428786

Gr.	M.	Sinus.	Tangens.	Logar. Sin.	Log. Tang.
20	0	34202.02	36397.02	9.5340517	9.5610658
	10	34475.22	36726.80	9.5375069	9.5649831
	20	34748.13	37057.28	9.5409314	9.5688735
	30	35020.74	37388.47	9.5443253	9.5727377
	40	45293.06	37720.38	9.5476893	9.5765761
	50	35565.08	38053.03	9.5510237	9.5803892
21	0	35836.79	38386.40	9.5543292	9.5841774
	10	36108.21	38720.53	9.5576060	9.5879413
	20	36379.32	39055.41	9.5608546	9.5916812
	30	36650.13	39391.05	9.5640754	9.5953975
	40	36920.62	39727.46	9.5672689	9.5990908
	50	37190.80	40064.65	9.5704355	9.6027613
22	0	37460.66	40402.62	9.5735754	9.6064096
	10	37730.21	40741.39	9.5766892	9.6100359
	20	37999.44	41080.97	9.5797772	9.6136407
	30	38268.34	41421.36	9.5828397	9.6172243
	40	38536.93	41762.57	9.5858771	9.6207872
	50	38805.18	42104.60	9.5888897	9.6243296
23	0	39073.11	42447.49	9.5918780	9.6278519
	10	39340.71	42791.20	9.5948422	9.6313545
	20	39607.98	43135.79	9.5977827	9.6348378
	30	39874.91	43481.24	9.6006997	9.6383019
	40	40141.50	43827.56	9.6035936	9.6417473
	50	40407.74	44174.76	9.6064647	9.6451743
24	0	40673.66	44522.87	9.6093133	9.6485831
	10	40939.23	44871.87	9.6121397	9.6519742
	20	41204.46	45221.79	9.6149441	9.6553477
	30	41469.32	45572.64	9.6177270	9.6587041
	40	41733.85	45924.39	9.6204884	9.6620434
	50	41998.01	46277.09	9.6232287	9.6653662

M.	Sinus.	Tangens.	Logar. Sin.	Log. Tang.
0	93969.26	274747.74	9.9729858	10.4389341
50	93869.37	272280.75	9.9725239	10.4350169
40	93768.69	269852.54	9.9720579	10.4311265
30	93667.22	267462.15	9.9715867	10.4272623
20	93564.95	265108.67	9.9711132	10.4234239
10	93461.89	262791.21	9.9706346	10.4196108
0	93358.94	260508.91	9.9701517	10.4158226
50	93253.40	258260.94	9.9696647	10.4120587
40	93147.97	256046.49	9.9691734	10.4083188
30	93041.75	253864.79	9.9686779	10.4046025
20	92934.75	251715.07	9.9681781	10.4009092
10	92826.96	249596.61	9.9676741	10.3972387
0	92718.39	247508.69	9.9671659	10.3935904
50	92609.03	245450.61	9.9666533	10.3899641
40	92498.88	243421.72	9.9661365	10.3863593
30	92387.95	241421.36	9.9656153	10.3827757
20	92276.24	239448.89	9.9650899	10.3792128
10	92163.75	237503.72	9.9645602	10.3756704
0	92050.49	235585.24	9.9640261	10.3721481
50	91936.44	233692.87	9.9634877	10.3686455
40	91821.61	231826.06	9.9629449	10.3651622
30	91706.01	229984.25	9.9623978	10.3616981
20	91589.63	228166.93	9.9618463	10.3582527
10	91472.47	226373.57	9.9612904	10.3548257
0	91354.54	224603.68	9.9607302	10.3514167
5 50	91235.84	222856.76	9.9601655	10.3480258
40	91116.37	221132.34	9.9595964	10.3445523
30	90996.13	219429.97	9.9590229	10.3412960
20	90875.11	217749.20	9.9584450	10.3379566
10	90753.33	216089.58	9.9578626	10.3346338

Gr.	M.	*Sinus*	*Tangens*	Logar. Sin.	Log. Tang.
25	0	42261.83	46630.77	9.6259483	9.6686725
	10	42525.28	46985.39	9.6286472	9.6719628
	20	42788.38	47340.98	9.6313258	9.6752372
	30	43051.11	47697.55	9.6339844	9.6784961
	40	43313.48	48055.12	9.6366231	9.6817396
	50	43575.48	48413.68	9.6392422	9.6849681
26	0	43837.12	48773.26	9.6418420	9.6881818
	10	44098.38	49133.86	9.6444226	9.6913809
	20	44359.27	49495.49	9.6469844	9.6945656
	30	44619.78	49858.16	9.6495274	9.6977363
	40	44879.92	50221.89	9.6520521	9.7008930
	50	45139.68	50586.68	9.6545584	9.7040362
27	0	45399.05	50952.54	9.6570468	9.7071659
	10	45658.04	51319.50	9.6595173	9.7102824
	20	45916.64	51687.55	9.6619701	9.7133859
	30	46174.85	52056.70	9.6644056	9.7164767
	40	46432.69	52426.98	9.6668238	9.7195549
	50	46690.12	52798.39	9.6692250	9.7226207
28	0	46947.16	53170.94	9.6716093	9.7256744
	10	47203.80	53544.65	9.6739769	9.7287161
	20	47460.04	53919.52	9.6763281	9.7317460
	30	47715.88	54295.57	9.6786629	9.7347644
	40	47971.31	54672.81	9.6809816	9.7377714
	50	48226.34	55051.25	9.6832843	9.7407672
29	0	48480.96	55430.90	9.6855712	9.7437520
	10	48735.17	55811.79	9.6878425	9.7467259
	20	48988.97	56193.91	9.6900983	9.7496892
	30	49242.36	56577.28	9.6923388	9.7526420
	40	49495.33	56961.91	9.6945642	9.7555846
	50	49747.87	57347.83	9.6967745	9.7585170

	M.	Sinus.	Tangens.	Logar. Sin.	Log. Tang.
	0	90630.78	214450.69	9.9572757	10.3313275
	50	90507.46	212832.13	9.9566844	10.3280372
	40	90383.38	211233.48	9.9560886	10.3247628
	30	90258.53	209654.36	9.9554882	10.3215039
	20	90132.91	208094.38	9.9548834	10.3182604
	10	90006.54	206553.18	9.9542741	10.3150319
	0	89879.40	205030.38	9.9536602	10.3118182
	50	89751.51	203525.65	9.9530418	10.3086191
	40	89622.85	202038.62	9.9524188	10.3054344
	30	89493.43	200568.97	9.9517912	10.3022637
	20	89363.27	199116.37	9.9511590	10.2991070
	10	89232.33	197680.50	9.9505223	10.2959638
	0	89100.65	196261.05	9.9498809	10.2928341
2	50	88968.21	194857.71	9.9492349	10.2897176
	40	88835.02	193470.20	9.9485842	10.2866141
	30	88701.08	192098.21	9.9479289	10.2835233
	20	88566.39	190741.47	9.9472689	10.2804451
	10	88430.95	189399.71	9.9466043	10.2773793
	0	88294.76	188072.65	9.9459349	10.2743256
61	50	88157.82	186760.03	9.9452609	10.2712839
	40	88020.14	185461.59	9.9445821	10.2682540
	30	87881.71	184177.09	9.9438985	10.2652356
	20	87742.54	182906.28	9.9432102	10.2622286
	10	87602.62	181648.92	9.9425171	10.2592328
	0	87461.97	180404.78	9.9418193	10.2562480
60	50	87320.58	179173.62	9.9411166	10.2532741
	40	87178.44	177955.24	9.9404091	10.2503108
	30	87035.57	176749.40	9.9396968	10.2473580
	20	86891.96	175555.90	9.9389796	10.2444154
	10	86747.62	174374.53	9.9382576	10.2414830

Gr.	M.	*Sinus.*	*Tangens.*	Loger. Sin.	Log. Tang.
30	0	50000.00	57735.03	9.6989700	9.7614394
	10	50251.70	58123.53	9.7011508	9.7643520
	20	50502.99	58513.35	9.7033170	9.7672550
	30	50753.82	58904.50	9.7054689	9.7701485
	40	51004.26	59296.99	9.7076064	9.7730327
	50	51254.25	59690.84	9.7097299	9.7759077
31	0	51503.81	60086.06	9.7118393	9.7787737
	10	51752.93	60482.66	9.7139349	9.7816309
	20	52001.61	60880.67	9.7160168	9.7844794
	30	52249.86	61280.08	9.7180851	9.7873193
	40	52497.66	61680.92	9.7201399	9.7901508
	50	52745.02	62083.20	9.7221814	9.7929741
32	0	52991.93	62486.94	9.7242097	9.7957892
	10	53238.39	62892.15	9.7262249	9.7985964
	20	53484.40	63298.83	9.7282271	9.8013957
	30	53729.96	63707.03	9.7302165	9.8041873
	40	53975.07	64116.73	9.7321932	9.8069714
	50	54219.71	64527.97	9.7341572	9.8097480
33	0	54463.90	64940.76	9.7361088	9.8125174
	10	54707.63	65355.11	9.7380479	9.8152795
	20	54950.90	65771.03	9.7399748	9.8180347
	30	55193.70	66188.56	9.7418895	9.8207829
	40	55436.03	66607.69	9.7437921	9.8235244
	50	55677.90	67028.45	9.7456828	9.8262529
34	0	55919.29	67450.85	9.7475617	9.8289874
	10	56160.21	67874.92	9.7494287	9.8317093
	20	56400.65	68300.66	9.7512842	9.8344249
	30	56640.62	68728.10	9.7531280	9.8371343
	40	56880.11	69157.24	9.7549604	9.8398377
	50	57119.12	69588.13	9.7567815	9.8425351

	M.	Sinus.	Taugens.	Logar. Sin.	Log. Tang.
	0	86602.54	173205.08	9.9375306	10.2385606
	50	86456.73	172047.36	9.9367988	10.2356480
	40	86310.19	170901.16	9.9360621	10.2327450
	30	86162.92	169766.31	9.9353204	10.2298515
	20	86014.91	168642.61	9.9345738	10.2269673
	10	85866.18	167529.88	9.9338222	10.2240923
	0	85716.73	166427.95	9.9330656	10.2212263
	50	85566.55	165336.63	9.9323040	10.2183691
	40	85415.64	164255.76	9.9315374	10.2155206
	30	85264.02	163185.17	9.9307658	10.2126807
	20	85111.66	162124.69	9.9299891	10.2098492
	10	84958.60	161074.17	9.9292073	10.2070259
	0	84804.81	160033.45	9.9284205	10.2042108
57	50	84650.30	159002.38	9.9276285	10.2014036
	40	84495.08	157980.79	9.9268314	10.1986043
	30	84339.14	156968.56	9.9260292	10.1958127
	20	84182.49	155965.52	9.9252218	10.1930286
	10	84025.13	154971.55	9.9244092	10.1902520
	0	83867.06	153986.50	9.9235914	10.1874826
56	50	83708.27	153010.23	9.9227684	10.1847205
	40	83548.78	152042.61	9.9219401	10.1819653
	30	83388.58	151083.52	9.9211066	10.1792171
	20	83227.68	150132.82	9.9202678	10.1764756
	10	83066.07	149190.38	9.9194237	10.1737408
	0	82903.76	148256.10	9.9185742	10.1710126
55	50	82740.74	147329.83	9.9177194	10.1682907
	40	82577.03	146411.47	9.9168593	10.1655751
	30	82412.62	145500.90	9.9159937	10.1628657
	20	82247.51	144598.01	9.9151228	10.1601623
	10	82081.70	143702.68	9.9142464	10.1574649

Gr.	M.	*Sinus.*	*Tangens.*	Logar. Sin.	Log. Tang.
35	0	57357.64	70020.75	9.7585913	9.8452268
	10	57595.68	70455.15	9.7603899	9.8452268
	20	57833.23	70891.33	9.7621775	9.8505931
	30	58070.30	71329.31	9.7639540	9.8532680
	40	58306.87	71769.11	9.7657197	9.8559376
	50	58542.94	72210.75	9.7674746	9.8586019
36	0	58778.53	72654.26	9.7692187	9.8612610
	10	59013.61	73099.63	9.7709522	9.8639152
	20	59248.19	73546.91	9.7726751	9.8665644
	30	59482.28	73996.11	9.7743876	9.8692089
	40	59715.86	74447.24	9.7760897	9.8718486
	50	59948.93	74900.33	9.7777815	9.8744838
37	0	60181.50	75355.40	9.7794630	9.8771144
	10	60413.56	75812.48	9.7811344	9.8797407
	20	60645.11	76271.57	9.7827958	9.8823627
	30	60876.14	76732.70	9.7844471	9.8849805
	40	61106.66	77195.89	9.7860886	9.8875942
	50	61336.66	77661.17	9.7877202	9.8902040
38	0	61566.15	78128.56	9.7893420	9.8928098
	10	61795.11	78598.08	9.7909541	9.8954119
	20	62023.55	79069.75	9.7925566	9.8980104
	30	62251.46	79543.59	9.7941496	9.9006052
	40	62478.85	80019.63	9.7957330	9.9031966
	50	62705.71	80497.90	9.7973071	9.9057845
39	0	62932.04	80978.40	9.7988718	9.9083692
	10	63157.84	81461.18	9.8004272	9.9109507
	20	63383.09	81946.25	9.8019735	9.9135291
	30	63607.82	82433.64	9.8035105	9.9161045
	40	63832.01	82923.37	9.8050385	9.9186769
	50	64055.66	83415.47	9.8065575	9.9212466

Gr.	M.	*Sinus.*	*Tangens.*	Logar. Sin.	Log. Tang.
55	0	81915.21	142814.80	9.9133645	10.1547732
54	50	81748.01	141934.27	9.9124772	10.1520873
	40	81580.13	141060.98	9.9115844	10.1494069
	30	81411.55	140194.83	9.9106860	10.1467320
	20	81242.29	139335.71	9.9097821	10.1440624
	10	81072.33	138483.53	9.9088727	10.1413981
	0	80901.70	137638.19	9.9079576	10.1387390
53	50	80730.38	136799.59	9.9070370	10.1360848
	40	80558.37	135967.64	9.9061107	10.1334356
	30	80385.69	135142.24	9.9051787	10.1307911
	20	80212.32	134323.31	9.9042411	10.1281514
	10	80038.27	133510.75	9.9032977	10.1255162
	0	79863.55	132704.48	9.9023486	10.1228856
52	50	79688.15	131904.41	9.9013938	10.1202593
	40	79512.08	131110.46	9.9004331	10.1176373
	30	79335.33	130322.54	9.8994667	10.1150195
	20	79157.92	129540.57	9.8984944	10.1124058
	10	78979.83	128764.47	9.8975162	10.1097960
	0	78801.07	127994.16	9.8965321	10.1071902
51	50	78621.65	127229.57	9.8955422	10.1045881
	40	78441.57	126470.62	9.8945463	10.1019896
	30	78260.82	125717.23	9.8935444	10.0993948
	20	78079.40	124969.33	9.8925365	10.0968034
	10	77897.33	124226.85	9.8915226	10.0942155
	0	77714.60	123489.72	9.8905026	10.0916308
50	50	77531.21	122757.86	9.8894765	10.0890493
	40	77347.16	122031.21	9.8884444	10.0864709
	30	77162.46	121309.72	9.8874061	10.0838955
	20	76977.10	120593.27	9.8863616	10.0813231
	10	76791.10	119881.84	9.8853109	10.0787534

Gr.	M.	*Sinus.*	*Tangens.*	Logar. Sin.	Log. Tang.
40	0	64278.76	83909.96	9.8080675	9.9238135
	10	64501.32	84406.88	9.8095686	9.9263778
	20	64723.34	84906.24	9.8110609	9.9289396
	30	64944.80	85408.07	9.8125444	9.9314989
	40	65165.72	85912.40	9.8140192	9.9340559
	50	65386.09	86419.26	9.8154854	9.9366105
41	0	65605.90	86928.68	9.8169429	9.9391631
	10	65825.16	87440.67	9.8183919	9.9417135
	20	66043.86	87955.28	9.8198325	9.9442619
	30	66262.01	88472.53	9.9212646	9.9468084
	40	66479.59	88992.45	9.8226883	9.9493531
	50	66696.61	89515.06	9.8241037	9.9518961
42	0	66913.06	90040.41	9.8255109	9.9544374
	10	67128.95	90568.51	9.8269098	9.9569772
	20	67344.27	91099.41	9.8283006	9.9595155
	30	67559.02	91633.22	9.8296833	9.9620525
	40	67773.20	92169.68	9.8310580	9.9645881
	50	67986.81	92709.14	9.8324246	9.9671225
43	0	68199.84	93251.51	9.8337833	9.9696559
	10	68412.29	93796.83	9.8351341	9.9721883
	20	68624.16	94345.13	9.8364771	9.9747195
	30	68835.45	94896.46	9.8378122	9.9772500
	40	69046.17	95450.83	9.8391396	9.9797797
	50	69256.30	96008.29	9.8404593	9.9823087
44	0	69465.84	96568.88	9.8417713	9.9848372
	10	69674.79	97132.62	9.8430757	9.9873651
	20	69883.15	97699.56	9.8443725	9.9898926
	30	70090.93	98269.73	9.8456618	9.9924197
	40	70298.10	98843.16	9.8469436	9.9949466
	50	70504.69	99419.91	9.8482180	9.9974734
45	0	70710.68	100000.00	9.8494850	10.0000000

Gr.	M.	*Sinus.*	*Tangens.*	Logar. Sin.	Log. Tang.
50	0	76604.44	119175.36	9.8842540	10.0761865
49	50	76417.14	118473.76	9.8831908	10.0736222
	40	76229.19	117776.98	9.8821213	10.0710604
	30	76040.60	117084.96	9.8810455	10.0685011
	20	75851.36	116397.63	9.8799634	10.0659441
	10	75661.47	115714.95	9.8788748	10.0633895
	0	75470.96	115036.84	9.8777799	10.0608369
48	50	75279.80	114363.26	9.8766785	10.0582865
	40	75088.00	113694.14	9.8755706	10.0557381
	30	74895.57	113029.44	9.8744561	10.0531916
	20	74702.51	112369.09	9.8733352	10.0506469
	10	74508.81	111713.05	9.8722076	10.0481039
	0	74314.48	111061.25	9.8710735	10.0455626
47	50	74119.53	110413.65	9.8699326	10.0430228
	40	73923.94	109770.20	9.8687851	10.0404845
	30	73727.73	109130.85	9.8676309	10.0379475
	20	73530.90	108495.54	9.8664699	10.0354119
	10	73333.45	107864.23	9.8653021	10.0328775
	0	73135.37	107236.87	9.8541275	10.0303441
46	50	72936.67	106613.41	9.8629460	10.0278118
	40	72737.36	105993.81	9.8617576	10.0252805
	30	72537.44	105378.01	9.8605622	10.0227500
	20	72336.90	104765.98	9.8593599	10.0202203
	10	72135.74	104157.67	9.8581505	10.0176913
	0	71933.98	103553.03	9.8569341	10.0151628
45	50	71731.61	102952.03	9.8557106	10.0126349
	40	71528.63	102354.61	9.8544799	10.0101074
	30	71325.05	101760.74	9.8532421	10.0075800
	20	71120.86	101170.37	9.8519970	10.0050534
	10	70916.07	100583.47	9.8507446	10.0025266
	0	70710.68	100000.00	9.8494850	10.0000000

TABULA DECLINAT. ECLIPT.

Gr.	♈ ° ♎	'	♉ ° ♍	'	♊ ° ♐	'	Gr.
1	0	24	11	52	20	26	29
2	0	48	12	13	20	38	28
3	1	12	12	33	20	50	27
4	1	36	12	54	21	1	26
5	2	0	13	14	21	12	25
6	2	23	13	34	21	23	24
7	2	47	13	54	21	33	23
8	3	11	14	14	21	43	22
9	3	35	14	33	21	53	21
10	3	58	14	52	22	2	20
11	4	22	15	11	22	10	19
12	4	46	15	29	22	19	18
13	5	9	15	48	22	26	17
14	5	32	16	6	22	34	16
15	5	56	16	24	22	41	15
16	6	19	16	41	22	47	14
17	6	42	16	58	22	53	13
18	7	5	17	15	22	59	12
19	7	28	17	32	23	4	11
20	7	51	17	48	23	9	10
21	8	13	18	4	23	13	9
22	8	36	18	20	23	17	8
23	8	58	18	35	23	20	7
24	9	21	18	50	23	23	6
25	9	43	19	5	23	26	5
26	10	5	19	19	23	28	4
27	10	26	19	33	23	29	3
28	10	48	19	47	23	31	2
29	11	9	20	0	23	31	1
30	11	31	20	13	23	32	0
	♍	♓	♌	♒	♋	♑	

TAB. ASCENS. RECTAR. ECLIPTICAE.

Gr	♈ ° ′	♉ ° ′	♊ ° ′	♋ ° ′	♌ ° ′	♍ ° ′
0	0. 0	27.54	57.48	90. 0	122.12	152. 6
1	0.55	28.51	58.51	91. 6	123.14	153. 3
2	1.50	29.49	59.54	92.12	124.16	154. 0
3	2.45	30.46	60.57	93.17	125.18	154.57
4	3.40	31.44	62. 0	94.22	126.20	155.54
5	4.35	32.42	63. 3	95.27	127.22	156.51
6	5.30	33.40	64. 6	96.33	128.24	157.48
7	6.25	34.39	65. 9	97.38	129.25	158.45
8	7.20	35.37	66.12	98.43	130.26	159.41
9	8.15	36.36	67.17	99.48	131.27	160.37
10	9.11	37.35	68.21	100.53	132.27	161.33
11	10. 6	38.34	69.25	101.58	133.28	162.29
12	11. 1	39.33	70.29	103. 3	134.29	163.25
13	11.57	40.32	71.33	104. 8	135.29	164.21
14	12.52	41.31	72.38	105.13	136.29	165.17
15	13.48	42.31	73.43	106.17	137.29	166.12
16	14.43	43.31	74.47	107.22	138.29	167. 8
17	15.39	44.31	75.52	108.27	139.28	168. 3
18	16.35	45.31	76.57	109.31	140.27	168.59
19	17.32	46.32	78. 2	110.35	141.26	169.54
20	18.27	47.33	79. 7	111.39	142.25	170.49
21	19.23	48.33	80.12	112.43	143.24	171.45
22	20.20	49.34	81.17	113.47	144.23	172.40
23	21.15	50.35	82.22	114.51	145.21	173.35
24	22.12	51.36	83.27	115.54	146.20	174.30
25	23. 9	52.38	84.33	116.57	147.18	175.25
26	24. 6	53.40	85.38	118. 0	148.16	176.20
27	25. 3	54.42	86.43	119. 3	149.14	177.15
28	26. 0	55.44	87.48	120. 6	150.11	178.10
29	26.57	56.46	88.54	121. 9	151. 9	179. 5
30	27.54	57.48	90. 0	122.12	152. 6	180. 0

TAB. ASCENS. RECTAR. ECLIPTICAE.

	♎		♏		♐		♑		♒		♓	
Gr	°	'	°	'	°	'	°	'	°	'	°	'
0	180.	0	207.	54	237.	48	270.	0	302.	12	332.	6
1	180.	55	208.	51	238.	51	271.	6	303.	14	333.	3
2	181.	50	209.	49	239.	54	272.	12	304.	16	334.	0
3	182.	45	210.	46	240.	57	273.	17	305.	18	334.	57
4	183.	40	211.	44	242.	0	274.	22	306.	20	335.	54
5	184.	35	212.	42	243.	3	275.	27	307.	22	336.	51
6	185.	30	213.	40	244.	6	276.	33	308.	24	337.	48
7	186.	25	214.	39	245.	9	277.	38	309.	25	338.	45
8	187.	20	215.	37	246.	13	278.	43	310.	26	339.	41
9	188.	15	216.	36	247.	17	279.	48	311.	27	340.	37
10	189.	11	217.	35	248.	21	280.	53	312.	28	341.	33
11	190.	6	218.	34	249.	25	281.	58	313.	29	342.	29
12	191.	1	219.	33	250.	29	283.	3	314.	29	343.	25
13	191.	57	220.	32	251.	33	284.	8	315.	29	344.	21
14	192.	52	221.	31	252.	38	285.	13	316.	29	345.	17
15	193.	48	222.	31	253.	43	286.	17	317.	29	346.	13
16	194.	43	223.	31	254.	47	287.	22	318.	29	347.	8
17	195.	39	224.	31	255.	52	288.	27	319.	28	348.	3
18	196.	35	225.	31	256.	57	289.	31	320.	27	348.	59
19	197.	31	226.	32	258.	2	290.	35	321.	26	349.	55
20	198.	27	227.	33	259.	7	291.	39	322.	25	350.	50
21	199.	23	228.	33	260.	12	292.	43	323.	24	351.	45
22	200.	19	229.	34	261.	17	293.	47	324.	23	352.	40
23	201.	15	230.	35	262.	22	294.	51	325.	21	353.	35
24	202.	12	231.	36	263.	27	295.	54	326.	20	354.	30
25	203.	9	232.	38	264.	33	296.	57	327.	18	355.	25
26	204.	6	233.	40	265.	38	298.	0	328.	16	356.	20
27	205.	3	234.	42	266.	43	299.	3	329.	14	357.	15
28	206.	0	235.	44	267.	48	300.	6	330.	11	358.	10
29	206.	57	236.	46	268.	54	301.	9	331.	9	359.	5
30	207.	54	237.	48	270.	0	302.	12	332.	6	360.	0

TAB. ASC. OBL. AD LATIT. VIT. 51. Gr. 52. Min.

	♈	♉	♊	♋	♌	♍
Gr	° '	° '	° '	° '	° '	° '
1	0. 25	13. 20	30. 31	57. 26	95. 36	138. 31
2	0. 49	13. 48	31. 13	58. 32	97. 0	139. 57
3	1. 14	14. 17	31. 57	59. 39	98. 24	141. 23
4	1. 38	14. 46	32. 41	60. 48	99. 49	142. 49
5	2. 3	15. 16	33. 25	61. 56	101. 13	144. 15
6	2. 27	15. 46	34. 10	63. 7	102. 38	145. 42
7	2. 51	16. 16	34. 56	64. 17	104. 3	147. 8
8	3. 17	16. 47	35. 43	65. 28	105. 28	148. 34
9	3. 41	17. 17	36. 31	66. 40	106. 53	150. 0
10	4. 6	17. 48	37. 19	67. 53	108. 19	151. 26
11	4. 31	18. 20	38. 8	69. 7	109. 45	152. 52
12	4. 57	18. 52	38. 58	70. 21	111. 10	154. 18
13	5. 21	19. 25	39. 48	71. 36	112. 36	155. 43
14	5. 47	19. 57	40. 40	72. 52	114. 2	157. 9
15	6. 12	20. 30	41. 32	74. 8	115. 28	158. 36
16	6. 37	21. 4	42. 26	75. 24	116. 54	160. 1
17	7. 3	21. 38	43. 20	76. 42	118. 21	161. 27
18	7. 28	22. 12	44. 15	78. 0	119. 48	162. 53
19	7. 54	22. 47	45. 11	79. 18	121. 14	164. 19
20	8. 20	23. 23	46. 7	80. 37	122. 40	165. 44
21	8. 46	23. 59	47. 4	81. 57	124. 7	167. 9
22	9. 14	24. 36	48. 2	83. 17	125. 33	168. 35
23	9. 40	25. 13	49. 1	84. 38	127. 0	170. 1
24	10. 6	25. 50	50. 1	85. 58	128. 26	171. 27
25	10. 33	26. 29	51. 2	87. 21	129. 52	172. 53
26	11. 1	27. 7	52. 4	88. 43	131. 18	174. 18
27	11. 27	27. 46	53. 7	90. 5	132. 45	175. 44
28	11. 55	28. 26	54. 10	91. 27	134. 12	177. 9
29	12. 23	29. 8	55. 14	92. 49	135. 38	178. 35
30	12. 52	29. 49	56. 19	94. 13	137. 4	180. 0